MÉMOIRES SCIENTIFIQUES

PUBLIÉS

PAR

J.-L. HEIBERG & H.-G. ZEUTHEN

X

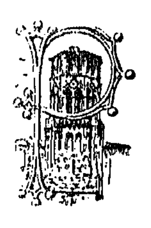
(SUPPLÉMENT AU TOME VI)

SCIENCES MODERNES

GÉNÉRALITÉS HISTORIQUES

1892-1930

Édité avec la collaboration de JOSEPH PÉRÈS.



TOULOUSE

ÉDOUARD PRIVAT

IMPRIMEUR-ÉDITEUR

14, rue des Arts, 14.

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & Cie

IMPRIMEURS-ÉDITEURS

55, quai des Grands-Augustins, 55.

1930

Ce livre a été commencé sous le poids de la douleur que me causait la mort soudaine de mon grand ami Heiberg, dans des heures de doute et dans l'effroi de poursuivre seule la tâche qui restait à accomplir.

J'ai dû me recueillir, me réfugier dans le souvenir des amis disparus, et c'est ainsi que j'ai pu essayer de faire ce que nous aurions fait s'ils étaient encore à mes côtés. Les noms d'Heiberg et de Zeuthen, qui sont demeurés inséparablement unis dans mon esprit, demeureront donc inséparablement unis jusqu'à la fin de cette édition.

Au souvenir des amis disparus, je dois joindre la pensée de ceux qui, après eux, ont bien voulu me suivre. Les preuves d'amitié, les témoignages d'intérêt qui m'ont été donnés m'ont soutenue pour reprendre le travail.

Je ne puis évoquer les unes et les autres sans nommer M. Léon Robin, professeur de Philosophie ancienne à la Sorbonne, qui, après m'avoir aidée avec tant de bonté dans d'autres publications, m'a guidée ici encore pour l'ordonnance de ce volume, dont il a fait un supplément au tome VI.

Je songe aussi à M. Jules Baillaud, astronome de l'Observatoire de Paris, qui, comme son père, a su si souvent me donner confiance..., les liens si chers qui m'attachaient à eux me semblent doublés.

Mais celui qui a été l'âme de ce livre et qui en a été spécialement l'artisan est M. Joseph Pérès, professeur à la Faculté des Sciences d'Aix-Marseille. Dès la première heure, il est venu vers moi, il m'a constamment dirigée, aidée, avec une bienveillance, une indulgence dont je reste profondément émue. Il a revu et préparé par avance puis corrigé tout ce qui ne m'était pas accessible; il est réellement l'éditeur de ce volume.

M. T.

7 juin 1930.



GÉNÉRALITÉS HISTORIQUES

AVERTISSEMENT

Au Tome VI, page XV, de cette édition, nous avons annoncé un *Supplément* où seraient groupés et publiés, sous le nom de *Généralités historiques*, des travaux d'un caractère général ou didactique sur l'histoire des Sciences. Ce supplément forme le Tome X que nous publions aujourd'hui.

A ces travaux, nous avons ajouté, sur la demande de M. Gino Loria (V. T. VI, p. 591), quelques notes historiques publiées par Paul Tannery dans l'Encyclopédie des Sciences mathématiques pures et appliquées et dans la Bibliotheca mathematica, ainsi que les corrections apportées par lui dans cette Revue aux Vorlesungen uber Geschichte der Mathematik de Moritz Cantor[1].

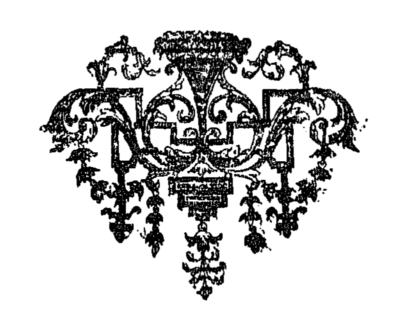
Nous donnons également les *Questions* et *Réponses* parues sous sa signature dans l'Intermédiaire des Mathématiciens.

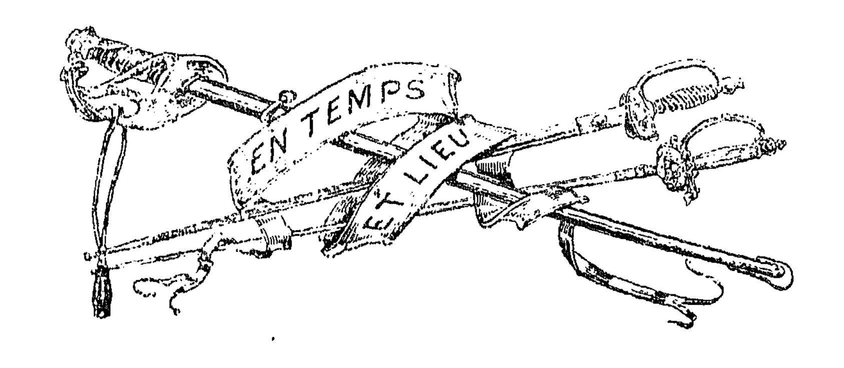
Puis, pour demeurer fidèle à l'idée adoptée et suivie jusqu'ici de reproduire autant que possible ce qui a été imprimé, j'ai

1. On trouvera au Tome XI les analyses faites par Paul Tannery de l'ouvrage de Moritz Cantor.

donné quelques courts fragments et extraits que j'ai trouvés dans différentes Revues et notices.

Enfin, j'ai cru bien faire en introduisant quelques documents qui jetteront un peu de clarté sur un moment douloureux de la vie de mon mari (la chaire d'histoire générale des Sciences au Collège de France).





MÉMOIRES

CONTENUS DANS LE TOME X

SUPPLÉMENT AU T. VI.

Erreurs signalées au R. P. Henri Bosmans.

N° 13 *ter.* — **1903** (p. 195-196).

Lettre au R. Père Bosmans sur la Correspondance de Mersenne en Belgique.

N° 14. — **1905** (p. 197-218). (Posthume.)

Auguste Comte et l'histoire des Sciences.

N° 15. — **1906** (p. 219-226). (Posthume et inédit.)

Du programme d'une histoire générale des Sciences.

N° 16. — **1906** (p. 227-240). (Posthume et inédit.)

Discours sur l'histoire générale des Sciences. (Projets de cours de 1904 au Collège de France.)

N° 17. — **1905** (p. 241-244).

Antonio Favaro et Paul Tannery.

N° 18. — (p. 245-252). (Posthume et inédit.)

Une lettre de Cavalieri à Mersenne.

N° 19. — **1904-1906** (p. 253).

Encyclopédie des Sciences mathématiques pures et appliquées. *Notes historiques.*

N° 20. — **1885-1886-1905** (p. 255-272).

Bibliotheca mathematica. Questions posées, réponses.

Notes et corrections de Paul Tannery à la seconde édition des *Vorlesungen über Geschichte der mathematik* de Moritz Cantor.

N° 21. — **1894-1905** (p. 273-429).

Intermédiaire des mathématiciens.

ERRATA

---

es. 14, ligne 10, *ajouter :* ce volume, n° 24.

37, note 1, 2ᵉ ligne, *lire :* n° 3, *et non* n° 1.

41, ligne 21, *lire :* Th.-H. Martin.

47, ligne 2, *lire :* Clerval.

48, ligne 10, *lire :* Bubnov.

54, ligne 13, *lire :* Maximilian

64, ligne 2 de la note, *ajouter :* nouvelle édition, page 204 (Paris, Gauthier-Villars, 1930).

81, note 1, 2ᵉ ligne, *lire :* nᵒˢ 3, 4, 5.

96, ligne 2 de la note, *ajouter :* nouvelle édition, chap. III, p. 54 à 83.

161, ligne 1 de la note, *lire :* Beaumarchais.

182, à la fin de l'article, *ajouter :* Voir T. XI, n° 14.

186, ligne 4 de la note, *lire :* Du Verdus.

190, ligne 22, *lire :* Maximilian.

191, ligne 3 de la note, *lire :* T. XI.

272, ligne 4 de la note, *lire :* T. XI.

278, ligne 4 en montant, *lire :* $a > \sqrt{2}\, b$.

331, ligne 11, *lire :* Michel Chasles.

344, ligne 1, *ajouter* en note : Avant cette réponse, cf. *Intermédiaire*. T. IV, 190 et 285; T. V, 17.

351, *mettre* un point *au lieu de* deux points à la fin des lignes 9 et 12.

— ligne 13, formule (B), *lire :* $a^2 + b^2 - c^2$, *au lieu de* $a^2 + b^2 - b^2$.

353, ligne 1, *lire :* T. VI, p. 129.

358, ligne 1, *lire :* p. 46, *au lieu de* p. 7.

— ligne 6 en remontant, *lire :* $\frac{\eta}{\gamma}$ *au lieu de* $\frac{\eta}{2y}$,

et lire : $\frac{13}{8}$ *au lieu de* $\frac{13}{18}$.

360, ligne 6, *lire :* $\alpha._1\alpha\delta$, *au lieu de* $\alpha.\delta$.

383, ligne 5, *lire :* boucle, *au lieu de* bouche.

412, ligne 8, *lire :* par rapport.

475, ligne 1 de la note, *lire :* le nombre de pages accordées.

478, ligne 15, *lire :* Mayer.

— ligne 15, *lire :* Joule.

ERRATA ET NOTES

CONCERNANT LE TOME VI DE CETTE ÉDITION

Pages. 116, ligne 3, *lire :* 1537.

118, ligne 8, *lire :* Ballard.

148, ligne 9, *ajouter :* dessina, en 1644, le portrait de Descartes. Voi *Œuvres de Descartes*, T. XII, p. 357.

241, ligne 19, *ajouter :* Passage cité par Pierre Duhem dans son article *Le Père Mersenne et la pesanteur de l'air*, *Revue générale des Scien ces*, 1906, p. 816, A. Colin.

— ligne 7, note 2, *lire :* Tractatus.

248, ligne 2, note 1, *lire :* Protectorate.

261, ligne 11, *lire : Discours.*

— ligne 21, *ajouter :* Passage cité dans la notice de Duhem, *Revue d Philosophie*, février 1905, sur Paul Tannery.

309, ligne 7, *lire :* novembre 1629.

— ligne 2, note 1, *lire :* p. 185.

367, ligne 5 de la note, *lire :* Mitteilungen.

379, ligne 2 de la note, *lire :* p. 383.

425, ligne 1 de la note, *lire :* Ausgegeben am 28 Dezember.

458, ligne 6, note 1, *lire :* British.

459, ligne 1, *lire :* Hofbibliothek.

481, ligne 7, *lire :* Heft.

593. *Index*, 2e colonne, ligne 7, *lire :* Arbuthnot.

594, » 1re » ligne 17, *lire :* Ballard.

— » 1re » ligne 24, *lire :* Beeckman.

— » 2e » ligne 28, *lire :* Blaeu.

596, » 1re » ligne 6, *lire :* Newcastle.

598, » 1re » ligne 26, *lire :* Tillon.

599, » 1re » ligne 23, *lire :* Hartzoeker.

— » 2e » ligne 21, *lire :* Hosselin.

601, » 1re » ligne 26, *lire :* Martin Horky, et mettre sous Horky (Martin).

— » 2e » ligne 34, *lire :* Montempuis.

602, » 2e » ligne 4, *lire :* Mourges (le P.), 370.

604, » 1re » ligne 24, *lire :* Stern.

— » 2e » ligne 15, *lire :* Trouessart.

— » 2e » ligne 19, *lire :* Uylenbroeck.

605, » 1re » ligne 10, *lire :* Volkmer.

— » 1re » [illegible]

N° 1. — 1892

PROGRAMME

PROPOSÉ EN FÉVRIER 1892

POUR UN

COURS D'HISTOIRE DES SCIENCES

DANS LA CLASSE SUPÉRIEURE DE L'ENSEIGNEMENT MODERNE

DANS LES LYCÉES

[NOTE DE JULES TANNERY].

Le programme qu'on va lire a été demandé à mon frère par M. Rabier, directeur de l'enseignement secondaire, au moment où se préparait l'organisation de l'enseignement moderne (1892). On pensait donner à l'histoire des sciences une heure et demie par semaine, dans la dernière classe. Si mes souvenirs sont exacts, il a été imprimé dans les documents remis aux membres du Conseil supérieur de l'Instruction publique, mais n'a pas été publié. Mme Paul Tannery, qui en a retrouvé le manuscrit dans les papiers de son mari, a bien voulu en autoriser la publication dans la *Revue du Mois*, dont j'ai pensé qu'il intéresserait les lecteurs [1].

Je ne l'ai pas relu sans émotion : on peut le regarder comme une table des matières, très abrégée, de ce Discours sur l'histoire générale des sciences que mon frère avait commencé d'écrire et qui, s'il avait vécu, serait publié depuis deux ans. On verra avec quelle élévation d'esprit Paul Tannery concevait l'enseignement de cette histoire. Un jour viendra peut-être où l'autre histoire, l'histoire des faits, ne sera plus regardée que comme un cadre, d'ailleurs indispensable. Pour savoir comment l'esprit humain a évolué, il faut connaître le milieu où il a évolué : c'est cette évolution qui importe; l'histoire des sciences n'en retrace qu'une partie, mais une partie

Il faut bien avouer qu'aujourd'hui, ce[...]ment de cette histoire est impossible dans nos lycées, parce que le personnel n'est pas préparé. Il faut, tout d'abord, organiser la préparation. On a jugé avec raison que l'histoire de l'enseignement et des doctrines pédagogiques était indispensable à ceux qui veulent être professeurs : elle est, aujourd'hui, admirablement exposée; mais l'histoire de ce qu'ils auront à enseigner est-elle moins nécessaire aux futurs maîtres? Peuvent-ils continuer d'en ignorer les grands traits?

Il suffit, pour répondre, de lire les pages qui suivent.

Jules Tannery.

CONSEILS ET DIRECTIONS

Le but que le professeur devra chercher à atteindre est principalement de montrer l'enchaînement rationnel qui a lié l'évolution de chacune des sciences, soit avec celle des autres, soit avec celle de la civilisation en général.

Pour chacune des périodes indiquées dans le programme ci-après, il devra s'attacher à définir et à bien faire comprendre l'ordre d'idées, vrai ou erroné, qui dominait dans chaque science, ainsi que le caractère des transformations qu'a pu subir cet ordre d'idées au cours de la période. Il sera d'ailleurs inutile de s'astreindre rigoureusement à l'ordre chronologique; il est préférable, au contraire, de s'en tenir pour chaque époque aux traits généraux, sauf à remonter aux germes antérieurs des grandes idées ou découvertes nouvelles, quand il s'agira d'en exposer l'histoire, et à indiquer en même temps les conséquences ultérieures de ces découvertes sur lesquelles on ne se proposera pas de revenir à propos d'une autre époque.

Tout en cherchant ainsi à développer le plus possible chez les élèves des idées générales, il conviendra, pour soutenir leur attention, d'illustrer l'enseignement par des détails circonstan-

sera pas nécessaire de les développer tous également; le programme ne doit pas davantage être considéré comme limitatif; le professeur devra choisir, d'après ses convenances personnelles, pour chaque leçon, la question qu'il se proposera de traiter en détail, sous la condition de la rattacher nettement à un ordre d'idées générales exposé dans la même leçon.

Toute question de détails ainsi choisie devra être traitée aussi complètement que possible : on aura soin d'ailleurs, soit en l'exposant, soit en développant des thèmes plus généraux, d'éviter toute nomenclature vide, aussi bien que les indications historiques trop sommaires qui, sous une apparence de précision, ne laissent souvent que des notions fausses dans l'esprit des élèves.

Au lieu d'un sujet relatif à l'histoire d'une question déterminée (comme par exemple l'origine des chiffres modernes ou celle de la machine à vapeur), le professeur pourra choisir la vie d'un savant illustre. Dans ce cas, tout en retraçant les détails intéressants de sa biographie, il devra s'attacher à indiquer ses ouvrages les plus importants et à en donner une analyse suffisante pour provoquer alors chez les élèves le désir d'arriver à les connaître plus complètement.

Enfin il ne devra pas perdre de vue, en thèse générale, que l'étude historique des sciences ne doit pas seulement s'attacher à retracer les progrès de l'esprit humain dans la connaissance de la vérité; qu'elle a aussi à en rappeler les erreurs, et que c'est précisément la saine appréciation de ces erreurs qui seule peut bien faire comprendre l'importance véritable des sciences; sans négliger l'intérêt qu'offrent les applications pratiques, il ne perdra pas une occasion de faire ressortir la nécessité de la science qui seule peut conduire à des conceptions justes, soit de l'univers, soit de la société humaine.

Premier trimestre.

Des connaissances pratiques qui ont servi de fondement aux théories des sciences pures. — Développement de ces connaissances aux divers degrés de la civilisation. — Niveau atteint chez les anciens peuples de l'Orient (Égypte, Chaldée).

Nota. — *Les diverses sciences seront successivement considérées dans l'ordre suivant : arithmétique et géométrie, mécanique, astronomie, physique, chimie, histoire naturelle.*

Des conceptions irrationnelles de la nature qui ont été l'origine des prétendues sciences occultes (astrologie, magie, sorcellerie, etc.). Des notions positives mêlées à ces conceptions, de l'influence qu'elles ont exercée sur l'évolution des sciences.

Apparition de la science pure chez les Grecs vers le sixième siècle avant notre ère : sa double tendance : abstraite (mathématiques) ; concrète (science de la nature en général).

Mathématiques. — Pythagore et son école. — Constitution d'un enseignement scientifique. — Classification en arithmétique, géométrie sphérique (astronomie), musique, — Découverte expérimentale des relations numériques concernant la gamme. — Progrès des mathématiques au quatrième siècle avant notre ère (académie). — Importance historique de la classification pythagorienne ; le *quadrivium* et le *trivium* au Moyen âge.

cipes erronés concernant la dynamique. — Système astronomique. — Doctrine des quatre éléments. — Travaux d'histoire naturelle.

Des contradictions opposées dans l'antiquité aux dogmes d'Aristote : doctrine atomique.

Période alexandrine. (Des conquêtes d'Alexandre à l'établissement de l'empire romain.) — Abandon, dans la Grèce proprement dite, des tendances véritablement scientifiques. — Les nouvelles écoles philosophiques se proposent pour but l'établisment de règles de conduite individuelle : rôles du stoïcisme et de l'épicurisme au point de vue de l'histoire des sciences. — Caractère classique que prend l'enseignement.

La science pure protégée par les Ptolémées. — Fondation du musée d'Alexandrie. — Euclide : la géométrie élémentaire. — Apollonius : la géométrie des coniques. — De l'utilité de l'appui donné par les gouvernements aux recherches purement théoriques : imprévu des applications pratiques qu'elles peuvent recevoir (les coniques en astronomie; autres exemples historiques).

Archimède, ses travaux géométriques; ses découvertes en statique.

De la mécanique chez les anciens. — Héron d'Alexandrie.

L'astronomie scientifique : Hipparque.

Période gréco-romaine (jusqu'à Constantin). — Inaptitude des Romains pour les sciences : elles restent stationnaires. — Coordination des travauux antérieurs : Ptolémée. — Progrès de l'astrologie. — Galien : la médecine et l'histoire naturelle.

Période de décadence. — Origine de l'alchimie; son caractère

mystique; influences gnostiques mêlées aux dogmes de la philosophie hellène. — Tendances pratiques de l'enseignement classique des mathématiques : les ingénieurs de Justinien. — Maintien de cet enseignement sous l'empire byzantin.

Deuxième trimestre.

Période barbare. — Des connaissances pratiques conservées en Occident après la chute de l'empire romain ; arpentage ; comput ecclésiastique. — Réveil des études au temps de Charlemagne. — Insignifiance des résultats obtenus jusqu'à l'établissement de relations avec les Arabes.

La science arabe. — Développement scientifique de la civilisation arabe ; défaut d'originalité dans ce développement : son importance pour la transmission de la science grecque à l'Occident latin. — Mathématiques et astronomie. — Alchimie et médecine.

Origine des chiffres modernes : leur introduction en Occident ; notions sur les procédés de numération écrite chez les Grecs et les Romains ; le calcul sur l'abacus. — Gerbert.

Moyen âge. — L'enseignement dans les Universités : les sciences sont réduites au rang d'arts et subordonnées à la théologie, considérée comme la science véritable. — Triomphe des doctrines d'Aristote relatives à la conception de la nature. Traductions d'ouvrages scientifiques faites sur l'arabe, sur le grec.

Renaissance. — Retour à l'…

les alchimistes : Paracelse.

Dix-septième siècle (première moitié). — Viète : invention de l'algèbre moderne. — Napier : les logarithmes.

Lutte définitive contre l'enseignement scolastique. — Bacon : glorification des sciences : Appel à l'expérience. — Galilée : découverte des principes fondamentaux de la dynamique ; les lunettes astronomiques. — Kepler : ses lois ; comment elles ont fait triompher l'hypothèse de Copernic et ont conduit à la découverte de la gravitation universelle. — Gilbert : le magnétisme. — Harvey : la circulation du sang.

Introduction d'une nouvelle conception rationnelle et générale de la nature. — Descartes : universalité de ses travaux. — Tentatives distinctes de la science, antérieures ou contemporaines : Gassendi. — Triomphe de la physique corpusculaire. — Recherches expérimentales. — Découverte de la pesanteur de l'air ; Pascal : principe de l'hydrostatique.

Troisième trimestre.

Dix-septième siècle (seconde moitié) [1]. — Fondations des académies des sciences et des observatoires ; leur influence sur le progrès.

Achèvement de la découverte des principes de la dynamique : Huygens ; Newton. — L'optique mathématique.

Dix-huitième siècle. — Progrès des mathématiques et de l'as-

[1]. On ne s'étonnera pas de l'absence du nom de Leibniz si l'on se souvient que ce programme est destiné à des écoliers à qui n'a pas encore été

à résoudre; Clairaut et la comète de Halley. — L'aplatissement de la terre aux pôles : confirmation définitive des théories de Newton.

Abandon des hypothèses de la physique corpusculaire : les actions à distance; les fluides. — Franklin : le paratonnerre. — Sthal et la théorie du phlogistique. — Lavoisier : fondation de la chimie moderne.

Histoire naturelle. — Progrès accomplis depuis la Renaissance. — Les tentatives de classification : Linné, Jussieu. — Buffon. — Cuvier : la paléontologie et l'histoire des révolutions du globe.

Applications de la science. — L'encyclopédie de Diderot et d'Alembert.

Tentative pour soumettre aux méthodes scientifiques l'étude des questions sociales. — Origine de l'économie politique : la statistique.

Dix-neuvième siècle. — Indications sur les tendances actuelles, de plus en plus abstraites, des mathématiques pures. — Nouveaux résultats pratiques obtenus : découverte de la planète Le Verrier.

Applications des mathématiques à la physique. — Nouvelles hypothèses générales : Fresnel : l'éther. — Joule : l'équivalent mécanique de la chaleur. — De l'unité des forces physiques.

Développement de la chimie. — Évolution des idées générales dans cette science. — Les équivalents : la doctrine atomique : la thermo-chimie. — L'analyse spectrale : ses applications à l'astronomie.

Histoire naturelle et biologie. — Bichat. — Claude Bernard. — Pasteur. — Progrès de la médecine. — Darwin ; la doctrine

téléphone. — Chimie agricole et industrielle.

La philosophie scientifique. — Auguste Comte : sa conception des sciences ; leur classification. — La sociologie. — Nouveau but proposé à la philosophie : règles de conduite de la société humaine à déterminer par l'application de méthodes scientifiques.

(Extrait de la *Revue du Mois*, n° 16, avril 1907, p. 385-392.)

CONGRÈS INTERNATIONAL D'HISTOIRE COMPARÉE

PARIS 1900

CONGRÈS D'HISTOIRE DES SCIENCES

5e SECTION

[Nous publions ici cette demande d'adhésion pour le programme qu'elle propose.]

MONSIEUR,

Nous avons l'honneur de solliciter votre adhésion à un Congrès d'Histoire des Sciences, officiellement reconnu et rattaché à l'Exposition Universelle de 1900, comme *cinquième section du Congrès international d'Histoire Comparée.*

Cette section a été constituée dans le but de créer un centre de relations entre les personnes qui s'intéressent à l'Histoire des Sciences, de faire ressortir combien il importe de ne pas isoler les différentes branches de cette histoire, afin d'étudier les moyens d'accroître l'activité des recherches fondées sur des documents originaux.

Le Comité d'organisation propose la liste de questions sui-

1. — Origine des chiffres modernes : questions relatives à Boèce et à Gerbert.

2. — Histoire de l'Astrologie ; en particulier, de l'influence que ses doctrines ont exercée sur le développement de l'Astronomie. Astrologie et Astronomie des peuples d'Extrême Orient.

3. — Histoire de l'établissement des unités de mesure.

4. — Recherches sur les instruments mathématiques (pour l'arpentage, l'astronomie, la mesure du temps, etc.), employés pendant le Moyen âge et la Renaissance jusqu'à l'invention des lunettes astronomiques et la découverte du pendule.

5. — Histoire des divers méridiens employés comme origines des longitudes. — Histoire de la division géographique en climats.

6. — Histoire de l'établissement des principes de la dynamique.

7. — Étude des doctrines et connaissances positives (vraies ou fausses) en physique, étrangères aux ouvrages authentiques d'Aristote et ayant été introduites en Occident pendant le Moyen âge.

8. — Histoire de l'alchimie et de la chimie, jusqu'à Lavoisier exclusivement.

9. — Quelles sont parmi les découvertes modernes celles qui peuvent expliquer certains faits considérés comme pro-

10. — Les faits connus et les doctrines auxquelles ils servaient de base dans les sciences naturelles avant Aristote. Persistance de ces doctrines jusqu'aux temps modernes.
11. — Histoire des transformations de la doctrine vitaliste : néo-vitalisme.
12. — Connaissances de Géologie et de Géographie physique dans l'antiquité.
13. — Évolution de l'Anthropologie, de la Paléontologie et de la Géologie depuis la fin du dix-huitième siècle.
14. — Documents nouveaux sur l'histoire de l'hygiène et de la Médecine dans l'antiquité.
15. — Histoire de la Médecine en Europe pendant le Moyen âge.
16. — Documents relatifs à l'histoire de la Médecine chez les peuples non-européens.
17. — De l'influence réciproque que les doctrines médicales et les doctrines scientifiques ou philosophiques ont exercées les unes sur les autres.
18. — Histoire de la philosophie des sciences.
19. — Propositions pratiques ayant pour but d'activer le progrès de l'Histoire des Sciences.

[A la suite de ce Congrès, un volume a été publié dans les *Annales internationales d'histoire. — Histoire des sciences*[1], in-8° (1) + 348 p. + 4 pl. Paris, A. Colin, 1901. Volume édité par Paul Tannery comme président de la Section d'histoire des sciences et comprenant de lui :

P. 42-57. Traduction. — Anatolius sur la Décade et les nombres qu'elle comprend. Observation. Plus haut, t. III, n° 67.

61-63. Observations. — Sur une note de M. Saavedra (*Histoire de la réduction des équations cubiques*). Plus haut, t. VI, n° 20.

108-111. Observations. — Sur la note de M. Maurice Gallian (*Sur les problèmes mécaniques attribués à Aristote*). Plus haut, t. III, n° 68.

297-310. Notes sur les manuscrits français de Munich 247 à 252 et de Vienne 7049-7050 [1] (*intéressant l'histoire des sciences au XVIIe siècle*). Plus haut, t. VI, n° 21.

311-343. Lettres inédites adressées au père Mersenne (par ses correspondants Bordelais : Pierre Trichet, J. Lacombe, Aubert, François du Verdus, Thomas Martel ; en tout 9 lettres).

Préambule de P. Tannery, p. 311-313. [V. t. VI, n° 22.]

Deux communications orales analysées dans les *procès-verbaux sommaires* du Congrès :

A. Sur un *Manuel d'astronomie cambodgienne*

B. Sur l'*Histoire de la géométrie au Moyen âge, d'après les travaux de Maximilian Curtze*.

A ce même Congrès international, *Bibliothèque des Congrès*. Paris, A. Colin, 1902 : IV. *Histoire de la philosophie* [2]. Paul Tannery publia :

211-221. Les principes de la science de la nature chez Aristote. [Cf. t. VII, n° 20.]

Voir dans ce volume : Discussions et apport de quelques documents nouveaux par la lecture d'une lettre du commentateur de Descartes, Florimond Debeaune. — Géométrie analytique.

[1. L'exemplaire que je possède contient des notes et dates ajoutées au ms. 7049 et au ms. 7050. Elles ont été reproduites t. VI, n° 21].

[2. Voir *Corresp. scientifique*, lettre à H.-G. Zeuthen du 21 avril 1901 et voir Congrès international de philosophie, 1900, *Revue de Métaphysique et de Morale*, numéro spécial du Congrès, 1-5 août, p. 550-554 et p. 556 ; *Revue de Synthèse historique*, compte rendu de J. Réville, t. I, p. 209-211 ; *Revue Philosophique*, novembre 1900 (discussions, propositions), t. I, p. 482, 490, 508, etc.].

N° 3. — Octobre 1900.

HISTOIRE DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES

I

Parmi les sciences, il y en a une dont l'histoire est faite; c'est la mathématique pure. Quand je dis *faite*, je n'entends nullement un achèvement définitif, qui rende désormais inutiles les efforts des travailleurs; l'histoire d'aucun mode de l'activité humaine n'en sera jamais là, puisque chaque siècle amène et la découverte de nouveaux documents relatifs aux temps anciens, et l'addition des nouveaux matériaux qui cessent d'appartenir au présent, enfin et surtout un changement de perspective qui justifierait à lui seul la refonte de l'œuvre antérieure. Tout au contraire, c'est en se consacrant à une histoire déjà faite que l'on peut le plus aisément obtenir la plus grande somme de résultats utiles, partiels, il est vrai, mais mieux assurés que sur un champ moins défriché; les trois volumes des *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*[1], de Moritz Cantor, d'Heidelberg, offrent aujourd'hui un remarquable modèle d'exposition historique, d'analyse et de critique des sources et des travaux de première main qui présen-

tent quelque intérêt; ils constituent un répertoire actuellement complet de ces travaux, permettent de constater ce qui est connu, de reconnaître les lacunes à combler, les points douteux à trancher; et enfin sur les questions controversées (il y en aura probablement toujours), ils mettent à même de peser les arguments pour et contre[1], et de juger du travail à entreprendre pour apporter des éléments de discussion réellement nouveaux.

Je viens de dire ce que j'entends par *histoire faite*; pour chaque science, un ouvrage comme celui de M. Cantor, voilà ce qu'il faudrait, afin de pouvoir travailler sans perdre son temps dans les dédales de bibliographies où manque le fil d'Ariane, sans faire d'inutiles efforts, soit pour enfoncer des portes ouvertes, soit pour se heurter à des obstacles infranchissables. A vrai dire, l'histoire de l'astronomie est, elle aussi, relativement assez avancée; ce qui tient à cette circonstance que les astronomes, ayant presque constamment besoin de recourir à des déterminations effectuées par leurs précurseurs, ont naturellement à s'enquérir de la valeur de ces déterminations; l'histoire de l'astronomie a donc été toujours plus ou moins cultivée par les astronomes eux-mêmes, à la différence de ce qui a généralement lieu pour les autres sciences. Mais combien elle offre encore de lacunes, en ce qui concerne l'histoire générale de l'esprit humain, c'est-à-dire au point de vue qui intéresse le plus les lecteurs auxquels nous nous adressons! Je ne puis que réserver, pour un autre moment, mes observations à ce sujet.

1. Ce n'est point au reste que M. Cantor ait l'habitude de se dérober

relles? Si nous les considérons dans leur état actuel, elles sont trop jeunes encore pour que leur histoire ait pu réellement être faite. Pour chaque branche, il y a une date moderne, au delà de laquelle il ne s'agit que de retracer les erreurs de l'humanité, même représentée par ses plus grands penseurs. Mais depuis cette date, au contraire, une esquisse historique, sinon un travail plus complet, serait au moins utile désormais. Sans déprécier divers ouvrages estimables et nombre d'études approfondies sur certains points particulièrement importants, je crois pouvoir affirmer que presque tout reste à faire. On est à peu près réduit, en fait, à un certain nombre de dates de découvertes et de noms d'inventeurs, qui sont devenus classiques parce qu'on les a introduits, alors que ces découvertes étaient contemporaines, dans l'enseignement même des sciences et que la tradition les y a conservés. Mais, d'une part, ces renseignements n'ont jamais été soumis à un contrôle nécessaire; l'enchaînement des découvertes et les circonstances de chacune d'elles restent trop souvent l'objet de graves incertitudes; enfin et surtout, faute d'un classement suffisant des matériaux qui existent, on n'aperçoit point clairement quels sont les problèmes essentiels à poser dans l'histoire de chaque science, aussi bien qu'il manque un cadre où viennent se ranger naturellement les résultats des recherches concernant des points de détail.

Mais d'autres collaborateurs de cette *Revue* [1] exposeront avec plus de précision l'état actuel de l'histoire de ces sciences, et définiront plus nettement les desiderata qu'elle présente; j'ai voulu marquer simplement ici que la question s'y pose tout autrement que pour les mathématiques et l'astronomie; que la

tâche y est à la fois beaucoup plus considérable et beaucoup moins aisée; et que, pour qui s'attache à la synthèse historique, le but est beaucoup plus éloigné. Revenons à l'histoire des mathématiques en particulier; il nous sera aisé de montrer que, même après l'œuvre de M. Cantor, et surtout aussi pour en tirer le plus de parti possible, le travail ne manque pas, et que quiconque s'intéresse à l'histoire de la science peut aisément trouver sa place au soleil.

Tout d'abord les *Vorlesungen* s'arrêtent à l'année 1758, date de l'apparition du premier travail de Lagrange. Il faut évidemment une continuation; elle est annoncée comme entreprise par des disciples de M. Cantor qui ont déjà fait leurs preuves [*1*]; je n'en parlerais donc pas, si je ne tenais à saisir une occasion de protester, en mon nom personnel, contre la récente introduction, en histoire, de l'étude des faits contemporains[1], et de souhaiter que les nouvelles *Vorlesungen* atteignent, au plus, le milieu du dix-neuvième siècle.

En second lieu, M. Cantor s'est rigoureusement astreint à laisser de côté toute l'histoire des mathématiques appliquées.

[*1*. Nous signalons seulement le tome IV des *Vorlesungen*, concernant la période 1759-1799 publié en 1907, avec la collaboration de V. Braunmühl, Cajori, Günther, Kommout, Loria, Netto, Vivanti, Wallner. Une nouvelle édition a paru en 1924].

1. Je ne discute pas ici la question pour l'histoire politique; je ne nie pas davantage l'intérêt que présente, pour une question scientifique dont la solution, quoique récente, peut être regardée comme définitive, l'exposé complet de l'évolution d'idées qui a abouti à cette solution. Mais j'insiste, d'une part sur l'impossibilité, surtout en ce qui concerne les modes d'acti-

tacla à la fin du siècle dernier. Sans parler des branches nombreuses qu'offrent les diverses applications spéciales comme tâches ouvertes aux travailleurs de bonne volonté, et en écartant également l'astronomie, il reste, pour l'histoire de la mécanique, comme pour celle de la physique mathématique, un champ immense, qui, à lui seul, demanderait un nouveau Cantor.

Les historiens de la mathématique complète ont au reste désormais, dans la *Bibliotheca mathematica* [1], dirigée par Gustaf Eneström, de Stockholm, et publiée sous forme de revue trimestrielle, depuis cette année, par la maison Teubner, de Leipzig, un organe international spécial parfaitement approprié à les tenir au courant de l'incessante production des études de détail, ainsi que des directions dans lesquelles se dessine l'accomplissemet des œuvres de plus longue haleine. Si l'on tient compte, en outre, des divers recueils mathématiques qui, depuis une trentaine d'années, ont fait à l'histoire de leur science une place plus ou moins importante, on ne peut que constater, une fois de plus, la situation relativement favorable où se trouve cette histoire, si on la compare à celle des autres sciences.

Mais il reste une tâche aussi importante à accomplir que celle de son perfectionnement et de son développement, c'est celle de sa vulgarisation; il faut que les résultats obtenus, en ce qu'ils ont de plus saillant et de véritablement essentiel, soient rendus accessibles aux étudiants, comme à tous ceux qui ont assez de teinture des mathématiques pour prendre intérêt à l'histoire de la formation des doctrines, sans avoir, soit les connaissances

[1. Ne paraît plus depuis la guerre de 1914 et le Directeur, G. Eneström, est mort en 1923]

trois volumes compacts des *Vorlesungen*. A côté de la grande histoire, il faut des manuels ou des précis.

Ce qui a été essayé jusqu'à présent dans cet ordre d'idées n'est guère satisfaisant; j'excepte cependant un petit volume de l'illustre Zeuthen, de Copenhague[1], qui s'est borné à l'antiquité et au Moyen âge et qui a multiplié, dans ce travail, de nouvelles preuves de la puissante originalité déployée en son *Histoire des sections coniques dans l'antiquité*[2]. Mais les auteurs des autres manuels récemment parus en Amérique, en Angleterre ou en France, malgré la réelle valeur du nombre des pages qu'ils ont écrites, ont trop souvent rencontré l'écueil des œuvres de troisième main; la compilation se fait trop sentir; l'abrégé est trop succinct pour pour donner une notion exacte; et s'il y a dans la source utilisée une inadvertance ou une vieille erreur non corrigée, comme par un singulier hasard, c'est ce qu'on reproduira, en laissant de côté les vérités neuves et importantes.

J'estime, d'autre part, que le plan généralement suivi dans ces précis est trop vaste pour qu'il soit réellement possible de le remplir convenablement. A mon avis, ce qu'il faudrait, ce serait prendre les différentes branches de la mathématique telles qu'on les enseigne dans nos lycées, arithmétique, algèbre, géométrie,

1. Une traduction française de ce volume est actuellement à l'impression chez M. Gauthier-Villars, et me donnera l'occasion de revenir sur ce sujet. [Traduction de Mr Jean Mascart, *Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le Moyen âge*, par H. G. Zeuthen, Paris, Gauthier-Villars, 1902. — Voir les annotations de Paul Tannery aux pages 10, 14, 23, 28, 74, 94, 126, 193, 199, 208, 209, 248, 251, 255, 264, 277. — Voir l'avant-propos de l'édition danoise, p. VII, et de l'édition allemande, pp. XII et XIII. Cf. *Journal des Savants*, 1904, pp. 364-365, plus loin aux *Recensions* et *Correspondance scientifique*, lettre de Tannery à Zeuthen du 4 mars 1902].

2. Ouvrage écrit en danois, dont il existe une traduction allemande : *Die*

bien à la portée des élèves; un autre précis, concernant les matières de licence, aurait une utilité non moins évidente, tandis que je ne vois aucun intérêt réel à aller plus loin et à écrire, sur les mathématiques modernes, des chapitres inintelligibles pour les étudiants.

Ces petites histoires devraient d'ailleurs être travaillées en remontant au besoin jusqu'aux sources, car leur exécution même ferait naturellement apparaître les lacunes de détail qui existent inévitablement dans les *Vorlesungen*, en raison du plan d'ensemble suivi par M. Cantor, mais qui s'y trouvent masquées sous l'abondance des informations. La vulgarisation de l'histoire des mathématiques se ferait donc sous une forme qui contribuerait à son progrès, et qui en même temps serait appropriée à son enseignement effectif au degré secondaire[1].

Cette vulgarisation peut-elle aboutir à prendre un caractère synthétique? Voilà ce qui me reste à examiner.

II

J'écarte le point de vue strictement mathématique, celui qui intéresse particulièrement le savant sous le rapport technique, celui qui est proprement le but poursuivi par l'histoire de la science. Je me borne à considérer les résultats généraux de cette

1. Un professeur de mathématiques dans un lycée, aidé de manuels comme ceux que j'indique, pourrait très bien, sans faire des leçons d'histoire suivies, donner, au fur et à mesure de son enseignement, des notions historiques assez étendues pour être profitables à tous les égards. Quant à faire enseigner, dans les lycées, l'histoire des sciences autrement que par

histoire, dans leurs relations [illegible] et avec l'évolution des autres modes d'activité de la pensée humaine.

Si l'on compare l'importance considérable des connaissances mathématiques dans la vie humaine avec la sécheresse des indications qui les concernent dans les histoires générales, on pensera sans doute, ou bien que tout reste à faire de ce côté, ou bien qu'il s'agit d'un sujet trop technique pour que l'on puisse jamais lui faire la place qui lui serait due. Ce sont ces deux alternatives que je vais essayer de réfuter.

Il n'a été tenté jusqu'à présent, à vrai dire, pour les sciences, qu'un seul effort de synthèse historique qui vaille la peine d'être mentionné. Mais ce très remarquable effort, celui d'Auguste Comte dans le premier volume de ses *Leçons de phisosophie positive*, a au moins abouti à des résultats d'une incontestable valeur, qui peuvent servir de point de départ assuré pour tout travail dans le même sens, et qui, d'un autre côté, ont assez d'importance pour mériter d'être mis en relief dans les histoires générales.

La principale formule qui résume ces résultats est que les progrès des sciences s'accomplissent dans un ordre déterminé par leur degré d'abstraction. Les mathématiques sont, par suite, à chaque étape de la civilisation, en avance sur toutes les autres sciences, et dans les mathématiques, les connaissances concernant la quantité pure, en avance sur la géométrie, comme celle-ci sur la mécanique et l'astronomie. Mais cette vérité, reconnue par Comte, ne doit pas être énoncée seulement comme une loi abstraite, pour être bien comprise, elle doit être suffisamment développée comme fait : j'essaierai de montrer un peu plus loin, à propos de l'arithmétique et de la géométrie, le genre d'indications qui pourraient à cet égard entrer sans difficultés dans l'en-

positif, — par lesquels, suivant Auguste Comte, auraient nécessairement passé toutes les sciences, renferme également une part indéniable de vérité. Mais, d'une part, la formule en est obscure (particulièrement en ce qui concerne la définition de l'état métaphysique) pour quiconque n'est pas encore familiarisé avec le système positiviste ; d'un autre côté, des développements beaucoup plus circonstanciés que pour la loi sur l'ordre du progrès seraient indispensables afin de donner une notion exacte de la façon dont l'évolution de chaque science s'est conformée à la loi des trois états ; enfin, cette loi ne paraît pas réellement applicable aux mathématiques pures, aux sciences positives par excellence.

A la vérité, si pour la géométrie on ne rencontre, pour ainsi dire, aucun trait qu'on puisse attribuer à un état théologique ou métaphysique de la science, on connaît assez le caractère sacré attribué à certains nombres dans l'antiquité : on sait l'abus des spéculations numériques dans la Cabale et le regain de faveur qu'elles ont trouvé chez quelques penseurs du seizième et même du dix-septième siècle ; on sait aussi le rôle métaphysique des nombres dans l'école pythagoricienne, et celui que Platon essaya de leur donner. Mais tout cela apparaît, aux yeux d'une saine critique, beaucoup moins comme des traits de survivance d'états mentaux antérieurs, que comme des phénomènes se développant parallèlement au progrès de la science, indépendants de celle-ci et n'exerçant sur elle aucune influence appréciable. Il y a une différence bien marquée avec le cas de l'astrologie qui fut, pendant de longs siècles, le but principal obstinément poursuivi dans l'étude du mouvement des corps célestes.

Les superstitions attachées à certains nombres semblent pouvoir s'expliquer simplement, par des motifs tout à fait étrangers aux considérations abstraites ; par exemple, celle du nombre

treize a une origine chrétienne (le récit de la Cène). L'emploi des nombres dans la Cabale est postérieur à l'invention du système numéral alphabétique des Grecs, système que les Juifs ont copié; il ne remonte donc pas au delà du troisième siècle avant notre ère. Les rêveries néo-pythagoriciennes sur les nombres, les *Théologoumènes* de l'arithmétique, sont surtout puisées dans les fantaisies de la lecture apocryphe de l'époque Alexandrine. Si les anciens pythagoriciens ont dit que « les choses étaient nombre », si Platon a conçu ses « nombres spécifiques » pour classer les idées, ils n'en avaient pas moins une notion du nombre mathématique tout aussi positive que la nôtre. Le seul trait qui marquerait à cette époque une réaction de la métaphysique sur l'arithmétique[1], semble bien la fantaisie isolée d'un ignorant, s'il ne s'agit pas d'un simple malentendu.

Si l'on pouvait s'en rapporter au nom que nous donnons aux carrés magiques[2], une conception d'ordre théologique aurait donné naissance à une série de questions assez difficiles pour attirer l'attention de mathématiciens de premier ordre. Mais l'origine réelle de ces carrés, dont les plus anciennes traces connues ne se trouvent qu'assez tard chez les Arabes [*I*], est en réalité inconnue, et rien ne prouve qu'il ne s'agit pas simplement d'un curieux amusement d'Orientaux désœuvrés, adopté plus tard par les cabalistes et les astrologues.

Ainsi, les conceptions théologiques et métaphysiques n'appa-

1. L'unité est qualifiée comme à la fois paire et impaire, parce qu'elle est également l'origine des nombres pairs et des nombres impairs.

2. Pour former un carré magique, il faut disposer sur les cases d'un échiquier tous les nombres depuis 1 jusqu'au carré qui exprime le nombre des cases, de façon que les sommes soient égales dans toutes les rangées

négligeables en ce qui concerne son histoire propre. C'est dans un autre ordre d'idées qu'il faut chercher les motifs primordiaux du développement de la science et les raisons qui ont mis ses progrès en rapport avec ceux de la civilisation générale.

Mais, pour la mathématique ainsi que pour les autres sciences, il est, en tout cas, nécessaire de distinguer une période préscientifique, dans laquelle les connaissances se développent au fur et à mesure des besoins de la technique, avant d'être reliées par une théorie et munies successivement de preuves complètes et décisives. A cette période appartiennent le calcul d'une part, de l'autre la géométrie pratique.

Il est évident que ces connaissances n'ont point d'application dans l'état sauvage proprement dit ; aussi elles y sont nulles ou singulièrement rudimentaires ; le calcul au contraire devient indispensable dès qu'il y a un commencement d'organisation sociale, la géométrie au moins dès que la population, fixée au sol, se le partage et qu'elle commence à élever des constructions régulières. Mais un état de civilisation très avancé peut être atteint, des monuments grandioses peuvent s'élever, les arts et la littérature peuvent s'épanouir, alors que la géométrie pratique est encore tout à fait dans l'enfance ; il en est tout autrement pour le calcul. C'est ainsi que le papyrus de Rhind-Eisenlohr, manuel égyptien dont l'origine paraît remonter à la XII[e] dynastie, nous montre que les calculateurs de ce temps maniaient habilement les entiers et les fractions et résolvaient aisément des problèmes d'arithmétique passablement complexes, tandis qu'ils ne savaient mesurer exactement ni le volume d'un triangle[1], ni celui d'une pyramide. C'est ainsi que dans l'Inde,

1. Les Égyptiens mesuraient en général un quadrilatère en faisant le

au cinquième siècle de notre ère, Aryabhatta, quoique ayant probablement profité de plusieurs résultats de la science grecque, quoique s'étant élevé à un niveau arithmétique très remarquable, n'est guère plus avancé que les Égyptiens pour la mesure des volumes.

Le même fait ne se présente pas en Grèce, et il semblerait même à première vue, que contrairement à la loi d'Auguste Comte, la géométrie y ait eu constamment le pas sur l'arithmétique; mais il y a là une illusion tenant à diverses causes dont la principale réside dans cette circonstance que la coordination théorique a effectivement commencé par la géométrie, que celle de l'arithmétique a été opérée ensuite sur le même modèle, mais que le calcul proprement dit est resté en dehors de cette coordination. Il suffit, pour l'ordre d'idées que je poursuis, de mentionner les faits que les temples et monuments de la Grèce antique sont établis sur des proportions numériques, non géométriques, que les marchés pour leur construction étaient passés sans référence à des dessins, et que l'on a pu douter si même à une époque où la géométrie était déjà très développée, les architectes grecs se servaient d'épures.

Lorsqu'après l'invasion barbare, les Occidentaux latins se retrouvent à l'état préscientifique des Grecs avant Pythagore, l'enseignement du calcul est donné dans les écoles d'une façon relativement satisfaisante, tandis que les vérités géométriques les plus élémentaires sont inconnues. Pendant tout le Moyen âge, la géométrie reste d'ailleurs en arrière et ce n'est qu'à la fin du seizième siècle que l'Occident s'assimile réellement les travaux des Grecs.

III

L'importance du calcul, dans les relations de la vie sociale, explique suffisamment l'ensemble de ces faits. Savoir compter, à partir du moment où le commerce se développe, c'est-à-dire dès l'aurore de toute civilisation, est encore plus nécessaire à l'homme que de savoir lire et écrire, tandis qu'il suffit que les connaissances de géométrie pratique soient possédées, dans chaque société, par une classe spéciale de techniciens, arpenteurs ou architectes. L'histoire scientifique du Moyen âge montre d'ailleurs que ce sont les questions de commerce et de finance qui ont maintenu et même rendu florissant, surtout en Italie, l'enseignement du calcul et de l'arithmétique, jusqu'au moment où la renaissance de l'astronomie introduisit de nouveaux problèmes et de nouveaux procédés.

Mais si nous nous bornons au calcul proprement dit, il est important de remarquer que son perfectionnement et son développement se sont accomplis à très peu près sans intervention des savants. L'évolution, spontanément commencée avant que la science ne fût constituée, s'est poursuivie ensuite parallèlement à celle de la science, et les progrès successivement accomplis sont restés anonymes.

Un exemple frappant peut être fourni par la numération parlée. Tous les peuples, comme on le sait, se sont rencontrés pour créer la numération décimale, indiquée par le nombre des doigts de l'homme ; mais le désaccord a commencé sur le degré à partir duquel on cesserait d'attribuer un nom nouveau à chacune des puissances successives de la base. Chez les Hindous, la progres-

sième degré, au *mille*; les Grecs au quatrième (*myriade*), sans qu'ils eussent, les uns ou les autres, aucun motif rationnel pour ce choix[1]. Archimède proposa le premier, dans un but théorique, un système indéfini de numération parlée; celui que les Grecs ont adopté après lui est plus simple, et peut-être la réforme est-elle due à Apollonius. Mais ce système, dépassant sensiblement les besoins de la pratique, est resté théorique, tout comme la progression *billion*, *trillion*, etc., proposée vers la fin du quinzième siècle pour la numération moderne après l'adoption du terme *million* pour le sixième degré. On n'a même pu se mettre d'accord au sujet de cette progression, puisqu'on enseigne actuellement, chez les peuples de race latine, que chacun des termes vaut *mille* fois celui qui le précède, tandis qu'il le vaut un *million* de fois chez les peuples de race germanique[2]. Et cependant l'usage financier, insoucieux de l'enseignement théorique, faisait triompher, pour signifier mille millions, un autre terme, celui de *milliard*. Autant dire que, dans la formation de notre numération parlée, le rôle de la science a été nul, et qu'elle s'est bornée à constater un problème sans être capable d'imposer une solution.

Le trait capital de l'histoire du calcul est au reste la substitution du calcul écrit au calcul non écrit (avec des jetons ou des marques, avec l'abaque ou le boulier, sur les doigts, etc.). Il y a là un fait considérable dont la méconnaissance obscurcit nombre de points touchant l'histoire de la civilisation elle-même.

Ainsi on se demande comment les Romains pouvaient calculer avec leur incommode système de numération écrite (à peu près semblable au reste à ceux des anciens Grecs, des Phéniciens et

pas transformé et comment ce système est resté en usage aussi longtemps pendant le Moyen âge, en concurrence, même pour les usages commerciaux et financiers, avec le système des chiffres modernes. La vérité est que jamais on n'a calculé avec les chiffres romains ; ils n'ont servi que comme abréviations de la numération en toutes lettres, pour inscrire soit les données, soit les résultats du calcul qui se faisait le plus ordinairement avec des jetons. L'image visuelle associée à l'idée de nombre était par suite, pour les anciens, non pas comme pour nous, celle d'un ou plusieurs chiffres, mais bien celle d'un groupe de *calculi*.

L'usage des jetons s'est maintenu depuis l'antiquité, non seulement pendant le Moyen âge, mais même jusqu'à la fin du dernier siècle, pour toutes les personnes qui ne s'exerçaient point au calcul chiffré. Il permettait de vérifier un compte sans savoir tenir une plume[1] ; le progrès du calcul chiffré, la généralisation de son emploi se sont donc trouvés liés indissolublement au progrès de l'enseignement de l'écriture.

Cela est si marqué que chez le peuple scribe par excellence, chez celui qui a inventé le papier, le calcul écrit apparaît dès la première heure, concurremment avec le calcul sur l'abaque. Les signes numéraux du papyrus de Rhind, en écriture hiératique, sont déjà de véritables chiffres, comme ceux des papyrus démotiques. Lorsque l'Égypte s'hellénise, on y voit apparaître le système numéral alphabétique des Grecs, ingénieuse combinaison de quelque grammairien alexandrin, complétant une notation qui paraît avoir pris naissance au quatrième siècle dans les colonies du sud-est de l'Asie Mineure. Ce système se prête assez fa-

1. Voir la première scène du *Malade imaginaire*, à peine compréhensible aujourd'hui.

restera réfractaire, car les lettrés s'y élèvent jusqu'à la culture grecque, et pour qui n'est point exercé à écrire, l'abaque suffit amplement aux besoins de la pratique[1].

De véritables savants, dans l'Occident latin, prendront une part active à une transformation du mode de calcul sur l'abacus (Gerbert)[2], ou à la propagation de l'*algorithme* (chiffres modernes). Mais ils n'ont point été les inventeurs des procédés qu'ils ont décrits, et qui avaient été imaginés par des praticiens inconnus, tout aussi bien que ce système de numération écrite, que les Arabes ont emprunté aux Hindous pour le transmettre aux Occidentaux, et qui forme désormais la pierre angulaire de l'enseignement de l'arithmétique.

Il y a une preuve notable du caractère empirique de l'évolution des procédés du calcul usuel. Dans les opérations avec des jetons ou des marques, il est naturel de commencer par les plus hautes unités, et il n'y a à cela aucun inconvénient. Dans les opérations sur les chiffres, on enseigna longtemps le même ordre traditionnel (au moins pour l'addition), ce qui conduisait à des surcharges de chiffres; il est vrai que les Hindous et les Arabes n'écrivaient pas d'ordinaire leurs calculs, qu'ils opéraient sur le sable ou sur une tablette couverte d'une poudre colorée, et que cet usage paraît même s'être introduit au treizième siècle dans les Universités, avant la craie et le tableau noir.

1. L'usage du *swanpan*, chez les marchands chinois, est un phénomène du même ordre.

2. Cette transformation, qui n'était pratiquement intéressante que pour abréger les divisions, paraît être restée confinée dans les écoles ecclésiastiques et ne s'être point étendue à la pratique commerciale.

encore obscurs ou énigmatiques, mais dont l'intelligence n'exige aucune éducation technique, et qui, dans leur ensemble, sont assez nettement établis, assez clairs et assez importants pour mériter de figurer dans une histoire générale, tandis qu'à vrai dire ils n'intéressent qu'indirectement l'histoire de la science. Il est vrai que quelques indications seraient aussi bien utiles, dans l'enseignement élémentaire, sur les principes du calcul non écrit, aujourd'hui complètement passé de mode[1].

Si le calcul ou l'arithmétique pratique ne se sont pas développés suivant un ordre rationnel, il en est de même, en fait, pour l'arithmétique théorique et en général pour toute la mathématique, quoique l'action des savants ait constamment tendu à introduire entre les connaissances acquises une coordination logique. Mais l'histoire montre que, dans la grande majorité des cas, et malgré les apparences contraires, au lieu de poursuivre le développement des théories déjà constituées, ils se sont attaqués directement à des problèmes posés ou provoqués par les besoins de la pratique, et ont ainsi abouti à constituer de nouvelles théories fragmentaires, dont les unes ont été reliées, mais plus tard seulement, aux théories antérieures par une chaîne complète de déductions logiques, dont les autres, au contraire, sont restées isolées et ont été, pour ainsi dire, oubliées, parce que, les besoins pratiques ayant changé, elles ont cessé d'offrir quelque intérêt de ce côté, parce que, d'autre part, elles ne se trouvaient pas assez fécondes pour retenir les théoriciens.

1. Il importe en particulier de constater qu'avec un exercice suffisant, ce calcul s'effectue très rapidement. Il y a toutefois des différences suivant la nature des opérations; le calcul non écrit est particulièrement approprié à l'addition, qu'il permet d'effectuer sensiblement plus vite que le calcul chiffré.

C'est cette circonstance qui empèche, en thèse générale, de suivre l'ordre historique dans l'exposition doctrinale; par contre, cette dernière est souvent construite suivant un système artificiel (car comment distinguer le meilleur ordre logique?). En tout cas, les rapprochements qu'on en peut faire avec l'ordre historique sont de nature à provoquer parfois de singuliers étonnements. Pourquoi, sur tel point particulier, cet ordre a-t-il été celui que nous constatons? Pourquoi s'est-on attaché à telle ou telle considération qui nous semble aujourd'hui parfaitement oiseuse? Pourquoi n'est-on pas arrivé, du premier coup, à telle solution qui nous paraît si simple?

Il y a là une série d'énigmes que provoque l'histoire des mathématiques et auxquelles une réponse est nécessaire pour sa parfaite intelligence. L'éclaircissement de l'ordre historique est actuellement loin d'être avancé, et trop souvent il ne repose que sur des conjectures plus ou moins plausibles. Mais je puis, grâce à Fr. Hultsch, donner un exemple suffisant, je crois, à bien faire comprendre ce que j'ai dit dans la page qui précède.

Le plus ancien ouvrage d'arithmétique théorique que nous aient laissé les Grecs (à savoir les livres VII, VIII, IX des Éléments d'Euclide) a pour couronnement la construction des nombres *parfaits* pairs, c'est-à-dire des nombres qui, étant pairs, jouissent de la propriété d'être égaux à la somme de leurs parties aliquotes[1]. Nous savons d'autre part, par les indications des ouvrages élémentaires postérieurs, que les anciens opposaient aux nombres parfaits ceux qu'ils appelaient *abondants* ou *déficients*, suivant qu'ils étaient inférieurs ou supérieurs à la somme de

Pythagore la connaissance d'un couple de nombres amiables, c'est-à-dire tels que chacun d'eux soit égal à la somme des parties aliquotes de l'autre. Ces connaissances, aujourd'hui bannies de l'enseignement élémentaire, s'y sont perpétuées, grâce à Boèce, mais sans se développer aucunement[1] jusqu'à la Renaissance. Dans la première moitié du dix-septième siècle, le P. Mersenne rappela l'attention sur ces questions en posant une nouvelle du même genre : Trouver un nombre double de la somme de ses parties aliquotes. Descartes, Frenicle, et surtout Fermat, donnèrent des solutions et abordèrent plusieurs autres problèmes analogues. Mais aucune théorie d'ensemble n'a pu être constituée, et depuis la question a été à peu près délaissée, sans qu'aucun progrès décisif ait été accompli ; on ignore même encore s'il y a ou non des nombres *parfaits* impairs.

Ainsi voilà tout un ordre de questions curieuses, mais qui ne semblent présenter aucun intérêt pratique et auxquelles les théoriciens ont à peu près renoncé, se voyant engagés dans une impasse où ils pourraient tout au plus imaginer quelques artifices particuliers sans importance théorique générale. Comment cet ordre de questions a-t-il pu être abordé dès l'origine de la science ? Comment est-on parvenu dès lors à acquérir sur ce terrain des connaissances qui n'ont pas certainement un caractère élémentaire ?

Fr. Hultsch a trouvé le mot de l'énigme en considérant la forme primitive de numération des fractions abstraites telles qu'on la trouve chez les Égyptiens dans le papyrus de Rhind et telle qu'elle a continué à être pratiquée par les Grecs et

1. Je mets de côté la règle pour la construction de couples de nombres amiables, donnée par l'auteur arabe Tâbit-ibn-Kurrah, et peut-être emprun-

les Byzantins jusqu'à la Renaissance. Cette forme consiste à n'énoncer et à n'écrire que des fractions ayant pour numérateur l'unité (je les appellerai des *quantièmes*)[1], en les rangeant à la suite du nombre entier dans l'ordre croissant des dénominateurs.

Si toute fraction ordinaire peut être développée en une suite de tels quantièmes, le système indiqué présente un désavantage théorique très sérieux, c'est que le développement peut, en général, se faire de plusieurs façons, et qu'il faut souvent, par suite, certains calculs pour reconnaître si deux nombres fractionnaires sont identiques ou pour déterminer lequel est le plus grand ou le plus petit. Si on voulait d'ailleurs imposer au développement une condition de nature à faire disparaître cette ambiguïté, on perdrait tous les *avantages* pratiques du système, avantages très réels qui suffisent à expliquer son invention et sa longue persistance. Ces avantages sont la rapidité de l'addition et de la multiplication, beaucoup plus grande, avec les petits dénominateurs, que selon le système moderne, et la facilité de s'arrêter à un certain degré d'approximation.

Or, parmi les différents procédés qui se présentent pour le développement d'une fration ordinaire en suite de quantièmes, un des plus naturels et des plus commodes consiste dans l'introduction de dénominateurs ayant de nombreuses parties aliquotes, ou, plus précisément, étant, sous certaines conditions, les plus petits qu'il est possible par rapport à la somme de leurs parties aliquotes. Autrement dit, on est conduit à chercher les nombres abondants les plus simples; or, jusqu'à un nombre qui dépasse 1.000, tous les nombres abondants

se trouvent composés les deux premiers parfaits, 6 et 28, suffit, d'ailleurs, pour parvenir, par induction, à la loi générale de la composition de ces nombres, que donne l'expression $2^n(2^{n+1} - 1)$, lorsque le facteur entre parenthèses se trouve être un nombre premier. Cette loi a pu ensuite être démontrée déductivement.

La connaissance très ancienne du plus simple couple de nombres amiables (220 et 284), me semble prouver que le calcul des parties aliquotes des nombres et de leur somme avait été effectué, probablement chez les Égyptiens, au moins jusqu'au nombre 300, par quelque calculateur dressant des tables pour faciliter le calcul des quantièmes, et que c'est ainsi qu'a été reconnue l'existence de ce couple.

En résumé, dans cette théorie oubliée en grande partie des nombres abondants, parfaits et déficients, théorie qu'il serait aisé de reconstruire, ainsi que l'a montré Fr. Hultsch, dans cette considération des relations entre les nombres et la somme de leurs parties aliquotes, nous retrouvons la conséquence directe de l'emploi d'un procédé de calcul disparu, mais qui a pendant de longs siècles joui d'une vogue traditionnelle, alors que les principes du procédé moderne, qui l'a supplanté, étaient déjà établis depuis longtemps, puisqu'ils se trouvent dans Euclide.

Cet exemple peut aussi montrer qu'il n'est pas absolument exact de comparer l'humanité à un individu augmentant sans cesse et sans perte la somme de ses connaissances; tout individu, même celui qui ne se lasse pas de travailler et prend pour devise : *ut doctus emoriar*, tout individu, dis-je, oublie, dans le cours du temps, des choses qu'il a sues, mais qu'il trouve désormais inutile de se rappeler; il en est de même de l'humanité, et, en essayant de retrouver ce qu'elle a su jadis, mais a désormais

détails, par le défaut de document [illegible] de faire une part à la conjecture.

J'ai tenté, dans ces quelques pages, d'exposer brièvement la situation actuelle de l'histoire de la mathématique, les desiderata qu'elle me paraît présenter, enfin de donner une idée des éléments qu'elle peut offrir à la synthèse historique, telle du moins que je la conçois. Je me suis, sous ce dernier rapport, à peu près borné cette fois à considérer la technique la plus élémentaire, celle du calcul; je me propose de parler successivement, dans les revues suivantes, des diverses branches de la science dont l'histoire offre de même un intérêt général ou donne lieu à des conclusions d'une certaine importance. Mais je demanderai à nos lecteurs de ne pas chercher, dans ces études, un répertoire bibliographique. La production, dans le domaine de l'histoire des mathématiques, est, à la vérité, assez abondante depuis un tiers de siècle, elle a soutenu et enrichi l'œuvre de Moritz Cantor, autant qu'elle a été provoquée par lui. Je ne dois pas manquer davantage de faire remarquer que le premier travail saillant de l'illustre historien était un recueil de *Contributions mathématiques à l'histoire de la civilisation*[1], et que les *Vorlesungen* portent l'empreinte d'un esprit puissamment synthétique. Mais il n'en est guère de même de la plupart des travaux consacrés à l'histoire des mathématiques, et leur caractère est beaucoup plus technique; ils s'adressent à peu près exclusivement aux spécialistes. Quant à ceux qui font exception, j'aurai assez rapidement l'occasion de les citer à leur tour.

1. *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker.* — Halle, Schmidt, 1863.

HISTOIRE DES SCIENCES[1]

GÉOMÉTRIE

I

L'histoire de l'âge préscientifique, pour la géométrie, n'a jusqu'à présent recueilli que des documents trop insignifiants pour que l'on ait pu résoudre la question capitale dans l'objet : quel est, au juste, le niveau auquel peuvent s'élever les notions élémentaires avant d'être constituées en un corps de doctrine déductive, comme elles le furent en Grèce, à dater de Pythagore ? J'estime, pour ma part, que ce niveau est assez bas, surtout relativement à celui des connaissances arithmétiques. Si des découvertes, qu'on peut toujours attendre, viennent me donner un démenti, au moins n'ébranleront-elles pas ce fait, bien constaté, que tandis que, pour l'arithmétique, on ne peut relever des erreurs primitives, corrigées par les progrès de la science, les be-

1. Voir *Revue de Synthèse historique*, octobre 1900, p. 179 et suiv. [Ici, n° 1]. — J'y ai dit, p. 186 [ici, p. 24], que les plus anciennes traces des carrés magiques ne se rencontraient qu'assez tard chez les Arabes. Dans un volume récemment publié par Suter (*Die Mathematiker und Astronomen der*

soins de la pratique ont entraîné, dès l'origine, des évaluations métriques approximatives, à la vérité satisfaisantes dans certaines conditions peut-être réalisées alors ; mais, par la suite, ces évaluations se sont traduites en formules qui, appliquées à des cas très divers, ont constitué de véritables erreurs, et qui ont lutté, dans la pratique, avec une persistance singulière, soit contre les formules scientifiques exactes, soit contre d'autres approximatives, reposant sur une théorie irréprochable, et pourtant souvent aussi simples.

Mais si nous attendons encore des égyptologues ou des assyriologues les révélations qui permettront sans doute, un jour ou l'autre, de trancher la question précitée, l'histoire de la géométrie pratique est incontestablement la branche de l'histoire des mathématiques qui, vers la fin du dix-neuvième siècle, a donné lieu aux recherches les plus fructueuses. Or, la géométrie pratique c'est précisément la géométrie préscientifique, tant que la science n'est pas constituée ; et même ensuite, elle demeure comme le sous-sol de l'édifice bâti sur les fondements communs, mais sous-sol encore plus ou moins obscur pendant longtemps.

Ce sont les principaux résultats des travaux historiques poursuivis sur ce sujet depuis un quart de siècle, que je me propose de résumer dans cet article, tout en y signalant en même temps l'état des questions encore débattues. Mais tout d'abord j'ai à appeler l'attention sur cette circonstance que, s'il importe à tous de savoir compter, au moins autant que de savoir écrire, si les notions les plus élémentaires de géométrie sont également et au même titre indispensables pour les affaires de la vie usuelle, la pratique géométrique est au contraire une technique de métier

Un fragment de Démocrite nous a conservé la désignation grecque de ces professionnels en Égypte, les *harpédonaptes* (attacheurs de cordeaux). En Grèce, les *mesureurs de terre* ont changé de nom quand la *géométrie* fut devenue une science ; ils s'appelèrent les *diviseurs de la terre* (géodètes)[1]. A Rome, les *agrimensores* ou *gromatici* qui, sous l'Empire, formeront une classe spéciale de fonctionnaires, ont une discipline empruntée aux Étrusques. Nul doute qu'à l'origine, ces arpenteurs n'aient également présidé aux constructions ; ce sont les *harpédonaptes* qui ont orienté les pyramides, de même que, lors de la fondation des colonies, les *gromatici* déterminaient la direction de l'axe du monde, le *cardo*, et de la ligne qui le croisait, le *decumanus*. Ces arpenteurs concentraient donc en eux toute la prescience, astronomie et géométrie, et leurs procédés traditionnels semblent avoir longtemps gardé un caractère rituel[2]. Mais plus tard le développement de la civilisation, amenant la division du travail social, amoindrit leur rôle. A côté ou plutôt au-dessus d'eux, et les confinant dans leurs fonctions primitives, apparaissent les directeurs de constructions, les hommes qui font des dessins ou des épures plutôt que des toisés ou des calculs, les architectes ou les *mechanici* (ingénieurs). C'est là une seconde branche de la

1. Ce mot a pris chez les modernes un sens tout à fait différent. La *géodésie* n'est plus, comme l'arpentage, une simple technique, c'est une véritable science, appliquée aux grandes mesures, pour lesquelles la courbure de la terre n'est plus négligeable.

2. Dans l'Inde, les *Çulvasoutras* (règles du cordeau), le plus ancien monument de la géométrie orientale (appliqué à la construction des autels), semblent avoir eu un caractère analogue. On n'a pu, au reste, déterminer si ces *Règles* sont antérieures aux conquêtes d'Alexandre, et si, par suite, elles sont absolument originales.

géométrie pratique, branche qui se rattache beaucoup plus étroitement à la théorie, provoque les questions nouvelles et profite immédiatement des solutions.

L'arpentage proprement dit, même en y ajoutant les procédés pour la mesure des longueurs inaccessibles, est loin de fournir la matière des *Éléments* d'Euclide. Tant qu'il n'a pas recours à la mesure des angles sur le terrain (progrès aussi moderne que le mot de trigonométrie), il lui suffit d'adjoindre au livre I les règles de la similitude des triangles. Ce fut au contraire la technique des constructions qui introduisit les autres questions de tracé et de métrique élémentaire (polygones et polyèdres réguliers[1], stéréométrie des polyèdres et des trois corps ronds), qui souleva également dès le cinquième siècle avant notre ère, avec le problème de la quadrature du cercle, ceux des moyennes proportionnelles et de la division de l'angle dans un rapport donné, problèmes qui dépassaient le cadre des *Éléments* et amenèrent les développements ultérieurs de la géométrie grecque.

Les connaissances métriques réclamées par les besoins de la pratique restaient encore incomplètes au temps d'Euclide ; il n'y avait pas un siècle que la mesure exacte de la pyramide et du cône avait été découverte par Eudoxe ! Ce fut Archimède qui posa les dernières pierres de la métrique ancienne, d'une part en déterminant les mesures des surfaces des corps ronds, de l'autre en calculant, pour le rapport de la circonférence au diamètre, une valeur simple et située entre des limites d'erreur assez rapprochées pour qu'elle pût être couramment appliquée.

1. Il faut excepter (avec l'octaèdre) le dodécaèdre et l'icosaèdre réguliers, dont les formes sont celles de cristaux naturels qui, d'après M. Lindemann, paraissent avoir été l'objet d'un fétichisme très étendu.

De la métrique des *harpédonaptes* égyptiens, il nous reste quelques problèmes insérés dans le *Manuel d'Ahmès* (papyrus Rhind, publié par Eisenlohr, en 1877 [1]). Le type de ces problèmes se retrouvera identique dans tous les ouvrages d'arpenteurs dont nous aurons à parler : énoncé en termes concrets, avec données numériques; indication et exécution, au fur et à mesure, des opérations à faire jusqu'à ce que le résultat soit obtenu; aucune justification théorique. — Des géodètes grecs, on avait depuis longtemps, dans les manuscrits, divers recueils de problèmes analogues, portant, les uns, les noms supposés d'Euclide, d'Archimède ou de Diophante, mais la plupart celui de Héron. On les négligeait, les prenant pour des compilations byzantines (ce qu'ils sont en réalité) et les attribuant à un prétendu Héron le Jeune, lorsque l'intérêt métrologique qu'ils présentaient fit proposer, en 1816, leur étude comme sujet de prix par l'Académie des Inscriptions. Un mémoire de Letronne fut couronné, mais l'auteur en différa la publication qui n'eut lieu qu'après sa mort, par les soins de Vincent, en 1851 [2]. Les conclusions tendaient à faire remonter à un maître de Proclus, par conséquent au cinquième siècle, ce qu'on appelait les fragments héroniens. En 1854, un célèbre mémoire de Th.-Martin [3], repoussant ces con-

1. *Ein mathematisches Handbuch der Alten Ægypter übersetzt und erklärt.* Leipzig.

2. *Recherches critiques, historiques et géographiques sur les fragments d'Héron d'Alexandrie.*

3. *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie disciple de Ctésibius*, etc.

clusions, imposait pour quarante ans une solution de la question. A part une *Géodésie*, qui doit en réalité valoir pour anonyme et qu'on peut dater de 938 (celle du prétendu Héron de Byzance), les divers écrits héroniens sont des adaptations plus ou moins anciennes et plus ou moins fidèles de diverses parties d'un grand ouvrage, les *Métriques*, composé environ cent ans av. J.-C. par le grand mécanicien d'Alexandrie, disciple de Ctésibius. Dix ans plus tard, en 1864, Fried. Hultsch donnait une excellente édition critique des écrits en question. — Enfin, ce qui nous reste des agrimenseurs romains forme un *corpus* réuni dans un célèbre manuscrit du sixième ou du septième siècle, l'*Arcerianus* de Wolfenbüttel, et publié, en 1848, avec un volume de savants commentaires (1852), par Blume, Lachmann et Rudorff[1]. Toutefois ces éditeurs, s'attachant surtout à l'histoire des institutions et du droit, avaient laissé de côté l'écrit le plus important au point de vue mathématique, le *liber Epaphroditi et Vitruvii Rufi* [1].

Tel était l'état de la question, lorsqu'en 1875, Moritz Cantor publia, sur la géométrie pratique dans l'antiquité, une des plus remarquables études qu'on lui doive[2]; s'attachant aux ressemblances de fond et de forme entre les problèmes du *Manuel d'Ahmès*[3], ceux des écrits héroniens, et ceux des *gromatici*, dont il donnait la partie inédite, il concluait que Héron d'Alexandrie avait dû se conformer au type, traditionnel en Égypte, des pro-

1. *Die Schriften der römischen Feldmesser* (Berlin, Reimer). — I, *Gromatici veteres*. — II, *Erläuterungen*.

[1. Cf. plus haut, t. V, n° 4].

2. *Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesserkunst*. Leipzig, Teubner.

plus ou moins grossiers; que c'était dans son ouvrage qu'avaient puisé, d'une part les *gromatici* romains, de l'autre les géodètes byzantins. Il rattachait à l'école des premiers l'*Ars geometriæ* de Boèce, et montrait comment leur *corpus*, déjà utilisé dans les *Propositiones Alcuini ad acuendos juvenes*, avait servi plus tard pour la composition de la *Geometria Gerberti*, dont il admettait l'authenticité; il faisait enfin ressortir comment, par cette voie, les mêmes procédés de calcul et aussi les mêmes erreurs s'étaient perpétués pendant tout le Moyen âge et se retrouvaient encore dans la *Margarita philosophica* de 1503.

De cette brillante synthèse, couronnement d'une œuvre d'érudition qu'il sera toujours utile d'étudier, la pierre qui paraissait la plus solidement assise vient de s'écrouler presque subitement. En 1893, M. Diels, à propos des *Pneumatiques* de Héron d'Alexandrie, déclarait, comme philologue, que cet ouvrage ne lui paraissait pas antérieur au second siècle de notre ère. La même année, M. Carra de Vaux, publiant, d'après le texte arabe, les *Mécaniques* de Héron d'Alexandrie, signalait un grand indice de postériorité par rapport à Pline, tandis que M. Clermont-Ganneau[1] [*1*], dans un nom difficile à lire du même texte, reconnaissait sûrement « Posidonius le stoïcien », comme cité à propos d'une définition du centre de gravité. Héron est donc à replacer au plus tôt au premier siècle de notre ère. D'autre part, un manuscrit grec des *Métriques* était découvert par R. Schöne à la bibliothèque du Sérail, et en attendant que sa publication, dans l'édition des œuvres de Héron commencée par la maison Teubner de

1. *Études d'archéologie orientale*, Paris, 1895, I, p. 131-137.
[*1*. Cf. plus haut, t. III, n° 76].

Leipzig, permette de trancher définitivement la question des rapports entre cet ouvrage et les écrits byzantins, on peut dire, d'après les communications qui ont déjà été faites sur le manuscrit de Constantinople, qu'il oblige M. Cantor à renoncer à nombre de ses conjectures. Je signalerai seulement, comme circonstance de forme, qu'à la différence des écrits d'arpentage dont j'ai parlé jusqu'ici, les *Métriques* de Héron n'énoncent point, dans les données numériques, les unités comme concrètes (pieds, coudées, etc.).

Or, si Héron a vécu après la conquête romaine, la probabilité qu'il se soit rattaché directement par la tradition aux anciens *harpédonaptes* diminue de beaucoup. L'identité de forme pour les problèmes numériques tient-elle réellement à un emprunt des Grecs aux Égyptiens, et des Romains aux Grecs, ou peut-elle s'expliquer par la similitude d'action de l'esprit humain dans des circonstances semblables? En tout cas, s'il y a eu emprunt sous ce rapport, il faut le faire remonter bien au delà de Héron et aussi haut que possible. Quant aux approximations caractéristiques de la métrique égyptienne, en réalité elles ne se retrouvent ni chez les *gromatici* ni chez les géodètes. Les uns et les autres connaissent de fait les résultats acquis par Euclide et Archimède; si, par exemple, ils emploient accidentellement la valeur 3 pour le rapport de la circonférence au diamètre, ce n'est point là la valeur égyptienne qui est $\left(\frac{16}{9}\right)^2$, et il s'agit d'une approximation si obvie qu'il n'est point nécessaire de lui attribuer une origine déterminée. Quelques grossières évaluations de ce genre ont bien pu d'ailleurs passer des agrimenseurs romains

l'impôt. Mais pour le plus grand nombre des approximations non scientifiques, je suis porté à croire qu'elles appartiennent plutôt à la technique grecque, développée de meilleure heure et copiée par les Romains ; les erreurs les plus graves des agrimenseurs consistent d'ailleurs dans des emprunts à la science grecque de résultats mal compris. Le plus curieux est le suivant :

Les Pythagoriciens avaient conçu des nombres polygones, c'est-à-dire des quotités d'unités pouvant se disposer en polygones réguliers. Chaque nombre polygone d'une certaine espèce (de n côtés par exemple) est la somme de p nombres entiers commençant à l'unité et en progression arithmétique « suivant la raison $n - 2$ » ; et le nombre p est dit côté de ce polygone. Or le *liber Epaphroditi et Vitruvii Rufi* donne pour les nombres polygones, du triangle au dodécagone, les formules exactes pour calculer le nombre en se donnant le côté, et inversement. Mais ces formules y sont regardées comme exprimant l'aire des polygones réguliers, en sorte que le triangle équilatéral du côté p se calculerait par la formule non homogène $\frac{p(p+1)}{2}$! Ce fut, au dixième siècle, l'occasion d'un échange de lettres entre Gerbert et Adelbold, et l'erreur, en conséquence, fut écartée pour le triangle. Mais elle subsista pour le pentagone, etc., et se retrouve encore dans la *Margarita philosophica*.

En tous cas, ce n'est point Héron, postérieur aux plus anciens d'entre eux, que les agrimenseurs ont copié. Sans doute ils auraient pu utiliser les sources grecques antérieures dont Héron a lui-même disposé (on en a retrouvé quelques fragments[1]) ; mais bien rares paraissent ceux qui étaient capables de le faire. Leurs maigres connaissances semblent surtout dériver du polygraphe

... *mathematical fragment* (*Americ. Journ. of Philo*...

Varron, qui pour les Romains fut, sur tous les domaines, le vulgarisateur par excellence de la science alexandrine.

III

Deux autres points de la thèse de M. Cantor, relatifs à la transmission des connaissances géométriques de l'antiquité au Moyen âge, avaient, dès auparavant, soulevé de vives controverses. Tandis que la « question héronienne » s'agitait seulement dans le cercle tracé par Th.-H. Martin, aucune limitation pareille n'existait ni pour la « question de Boèce », ni pour la « question de Gerbert ». La première était posée depuis que dans son célèbre *Aperçu historique* de 1837, Michel Chasles, restituant, d'après les manuscrits de la *Géométrie de Boèce*, au lieu de la table dite de Pythagore que donnaient les éditions, la figure de l'abacus latin et celle des *apices*, avait montré dans ces derniers une forme primitive de nos chiffres modernes, expliqué l'emploi de ces *apices* sur l'abacus, et fait remonter, d'après le texte de Boèce, leur invention aux pythagoriciens. L'opinion courante, qui attribuait l'origine immédiate de nos chiffres aux Arabes et qui, au delà de ceux-ci, ne remontait qu'aux Indous, avait trop d'arguments à opposer pour se laisser ainsi ruiner d'un seul coup. Il lui suffisait de mettre en doute l'authenticité du passage concernant l'abacus dans la *Géométrie de Boèce*, tandis que les partisans de l'opinion de Chasles avaient à la mitiger et à la transformer pour établir un lien entre les Indous et les pythagoriciens. Une singulière

Dans l'introduction que j'ai composée pour la *Correspondance d'écolâtres du onzième siècle*[1], publiée en 1900 par M. l'abbé Clerval et moi, j'ai exposé brièvement l'état actuel de la question, tant d'après les résultats acquis par d'autres que d'après mes recherches personnelles. Mon manuscrit était à l'impression lorsque parut le volume *Gerberti Opera mathematica* (Berlin, Friedländer, 1899), publié par M. Nicolas Bubnov, de Kiev, volume qui, par l'abondance des renseignements qu'il contient sur les manuscrits mathématiques du haut Moyen âge, par l'importance des textes et des notes critiques qu'il contient, est désormais aussi indispensable aux travailleurs qui s'occupent de cette époque, qu'il restera dépourvu d'autorité pour tout ce qu'il renferme de conjectural. En tous cas, pour Boèce, M. Bubnov a accompli un travail de dépouillement et de comparaison qui est définitif, et sans que je connusse son travail, il était arrivé avant moi aux mêmes conclusions d'ensemble.

Il existe en réalité deux *Géométries* attribuées à Boèce dans les manuscrits : de la plus ancienne, divisée en cinq livres, il y a un *codex* (le *Parisinus* lat. 13.020) qui remonte au commencement du neuvième siècle. Elle renferme : une traduction des énoncés des quatre premiers livres d'Euclide ; des fragments d'une sorte de catéchisme arithmético-géométrique ; d'autres d'un dialogue de même nature, l'*Altercatio duorum geometricorum de figuris, numeris et mensuris* (partie restée inédite) ; un fatras d'extraits dans le plus grand désordre (troisième livre de la *Géométrie* dans l'édition de Bâle, 1570), tirés de Cassiodore, des *gromatici* (mais non

1. *Notices et Extraits des mss.* XXXVI [voir plus haut, t. V, n° 10]. — Voir aussi, dans la *Bibliotheca mathematica* de 1900, mon article : *Notes sur la Pseudo-Géométrie de Boèce* (pp. 39 et suiv.) [voir plus haut, t. V, n° 9], qui contient quelques critiques de détail sur le volume de M. Bubnov cité

mathématiques), de l'arithmétique authentique de Boèce. Personne ne peut songer à voir, dans cet « horrible mélange », une œuvre de l'auteur indiqué par le titre. Deux questions intéressantes restent à résoudre (car celle de la formation d'un tel monstre est plutôt fastidieuse) : Quels sont, sinon l'auteur, au moins l'âge et le lieu de rédaction de l'*Altercatio*, débris qui méritent d'être étudiés? La traduction d'Euclide, qui, cela est prouvé, était primitivement accompagnée de démonstrations, remonte-t-elle jusqu'à Boèce ou est-elle postérieure? Sur ce dernier point, M. Butnov soutient la première affirmative, que combat le savant éditeur d'Euclide, Heiberg. Mais la question se trouve liée à celle de l'authenticité d'un passage de Cassiodore, qui contient la même version pour quelques énoncés des définitions. Cette authenticité n'est pas jusqu'à présent suffisamment établie, et réclame une étude spéciale des manuscrits de Cassiodore.

La plus récente des deux *Géométries* attribuées à Boèce, celle sur laquelle s'est concentré le débat, ne se trouve que dans des manuscrits au plus tôt de la fin du onzième siècle [I]. Divisée en deux livres seulement, elle renferme, outre la traduction des énoncés d'Euclide, dérivée d'un exemplaire de la première Géométrie, mais remaniée, les passages relatifs à l'abacus, et une compilation systématique, entachée de fautes singulières et tirées des problèmes métriques des agrimenseurs. Cette fois, l'attribution à Boèce ne peut être mise au compte d'un copiste inintelligent; elle résulte du texte même du préambule. Or Friedlein et Weissenborn n'ont pas épuisé tous les arguments

insignifiants) touchant la question des sources diverses où le faussaire a puisé. Il ne reste donc à résoudre qu'une objection, que me répétait M. Cantor il y a six mois [1] : Comment se fait-il qu'un pareil faux ait été commis, à une époque où il semble n'avoir eu aucun intérêt et où il serait difficile de trouver un cas du même genre ? D'ailleurs, en bonne règle, pour les athétèses, il ne suffit point d'accumuler les preuves qui militent contre l'authenticité ; il faut retrouver le véritable auteur, ou au moins déterminer l'âge où il a vécu, le pays qu'il habitait, le milieu dont il subissait les influences. Sur ces derniers points, la « question de Boèce » n'est pas close.

IV

Celle de Gerbert s'étend à toute son œuvre mathématique, et, pour la traiter dans son ensemble, il convient sans doute d'attendre le nouveau volume annoncé par M. Bubnov. Mais ce qui concerne la *Géométrie* peut être précisé dès maintenant. Ici il ne s'agit certainement pas d'un faux ; on est en présence de la réunion accidentelle sous un même nom de trois parties distinctes et généralement anonymes de fait dans les manuscrits. Le premier doute sur l'authenticité a été émis par Olleris, lorsqu'il réédita l'ouvrage d'après Bernhard Paz ; elle a été surtout déniée pour l'ensemble par Friedlein et Weissenborn, avant M. Bubnov. Mais les conclusions ont été divergentes en ce qui concerne chaque partie en particulier.

La première partie est incontestablement une œuvre originale

[1] Au Congrès d'histoire comparée de 1900, à Paris].

destinée à l'enseignement, mais incomplète. L'auteur ne sait pour ainsi dire rien en géométrie, à part la propriété du triangle 3, 4, 5 qu'il appelle pythagorique; mais c'est un esprit clair et méthodique. M. Bubnov la reconnaît expressément comme de Gerbert; je crois au contraire avoir démontré, dans ma *Correspondance d'écolâtres* [1], qu'elle n'a pu être écrite que dans le second quart du onzième siècle (après cette Correspondance et avant Francon de Liège).

La seconde partie est une compilation de procédés d'arpentage, avec indication des opérations à effectuer et des instruments ou appareils à employer sur le terrain pour déterminer indirectement les hauteurs ou longueurs. C'est la seule partie que Friedlein soit disposé à attribuer à Gerbert; M. Bubnov suppose qu'avec la troisième partie, elle figurait dès avant Gerbert dans un ouvrage anonyme dont la moitié serait perdue. Weissenborn soutient que les deux parties sont séparées et postérieures à Gerbert, ce qui est aussi mon opinion. Toutefois l'origine de cette compilation reste inconnue, car les sources grecques ou romaines ne nous fournissent que de rares problèmes qu'on en puisse rapprocher; en tout cas, il importe d'y constater l'apparition de l'astrolabe, certainement venu d'Espagne et emprunté aux Arabes. Cet instrument construit par les Grecs pour observer les hauteurs du soleil ou des étoiles et déterminer ensuite, par un ingénieux procédé mécanique, l'heure du jour ou de la nuit, a subi, en Orient, une petite complication qui en fait un instrument universel et permet de l'employer en arpentage, pour mesurer, non pas les angles, mais en fait leurs tangentes ou leurs cotangentes (ombres verses ou droites des Arabes). L'astrolabe

[illegible] vertical ou horizontal. Pour les longueurs, de la station de l'opérateur au point inaccessible visé, on prendra donc comme troisième terme de la proportion à établir (celui qui donnera la longueur cherchée en la multipliant par le rapport exprimant la tangente trigonométrique), on prendra, dis-je, la hauteur de l'œil au-dessus du sol. C'est ce procédé, dont il est inutile de faire ressortir l'imperfection, qui sera la pratique dominante de l'arpentage au Moyen âge. Aucun indice ne nous conduit à supposer qu'il ait été employé par les anciens Grecs ou par les Romains.

Enfin la troisième partie de la Géométrie dite de Gerbert est également une compilation ; mais l'origine en est évidente ; ce sont des calculs numériques tirés des agrimenseurs romains, de même que la partie correspondante de la Géométrie en deux livres du Pseudo-Boèce. On retrouve dans l'un et l'autre de ces deux ouvrages les fausses mesures des polygones réguliers et, en outre, des fautes communes qui font penser que l'auteur du second a pu utiliser la compilation antérieure. Cette dernière comprend en outre divers extraits d'auteurs latins : c'est comme un recueil de notes qui s'est peut-être formé par alluvions successives autour d'un noyau primitif. Celui-ci a été constitué par ou pour Gerbert, et envoyé par lui, avant d'être mis au point, à son ami Adelbold, comme *Figuræ geometricæ*. C'est là la circonstance qui, à mon avis, a pu faire attacher le nom de Gerbert à cette compilation et, par suite, à l'ensemble de la Géométrie qu'on lui attribue.

V

Dans la *Correspondance d'écolâtres* [plus haut, t. V, n° 6] que j'ai déjà mentionnée, je me suis efforcé de montrer quel était, vers 1025, l'état de profonde ignorance où se trouvaient, par rapport à la Géométrie, nos ancêtres de l'Occident latin. Tandis que les deux maîtres, Ragimbold de Cologne et Radolf de Liège, qui échangent des lettres destinées à la publicité dans le milieu où ils vivent, se tirent convenablement de calculs relativement compliqués, ils en sont à se demander, sur la proposition d'Euclide, « la somme des angles intérieurs d'un triangle est égale à deux droits », quel est le sens du mot intérieur, et l'opinion qui semble l'emporter est que « intérieur » signifie « aigu » et qu' « extérieur » signifie « obtus ». Les énoncés d'Euclide, seuls conservés, sont donc tout à fait inintelligibles pour eux. Quoiqu'ils sachent raisonner, ils n'ont aucune idée de ce que peut être une démonstration géométrique; ils n'en ont aucun modèle et ne visent nullement à en constituer un.

Nous sommes ainsi en présence d'un état absolument préscientifique, comme celui des Grecs avant Pythagore. Cependant en Lotharingie, au onzième siècle, on mesurait certainement des champs et on construisait des églises. Mais l'enseignement de la Géométrie n'avait nullement, comme on le croit à tort, été renouvelé par Gerbert. Même dans les écoles renommées comme les plus savantes, on ne pouvait donner que les notions les plus élémentaires, celles qui sont absolument intuitives, en les for-

leur mesure des propositions nombreuses que l'expérience vérifie, mais qu'ils ont dû trouver par l'expérience, soigneusement conduite, encore plus que par la sagacité de leur esprit. La Géométrie est donc conçue comme une connaissance expérimentale et, comme telle, elle n'entraîne pas la notion d'une rigueur absolue. On ne fait aucune difficulté à l'emploi, pour le calcul de la diagonale d'un carré, de deux formules qui ne concordent pas arithmétiquement $\left(\frac{7}{5}\right.$ et $\frac{12}{7}$ du côté$\left.\right)$, pas plus qu'elles ne satisfont rigoureusement à la condition connue que le carré de la diagonale doit être double du carré du côté.

Vers 1050, Francon de Liège écrivit six livres sur la quadrature du cercle. Le problème qu'il se pose n'est nullement celui que nous entendons sous ce titre. Francon admet comme vraie la formule d'Archimède ; il sait donc construire un rectangle équivalent à un cercle ; il s'agit maintenant de construire un carré équivalent à ce rectangle ; voilà le sujet qu'il traite et qu'il n'arrive point à dominer. Ajoutons qu'il ignore toujours le théorème fondamental de Pythagore, dont la connaissance ne se répandit que par les applications numériques qui en sont faites dans les Géométries de Gerbert et du Pseudo-Boèce.

Comment nos ancêtres s'élevèrent-ils successivement d'un niveau de connaissances aussi inférieur à l'intelligence de la science grecque ? Si l'on se borne à considérer la géométrie théorique, on peut déterminer la date où les versions d'Adelhard de Bath et de Campanus permirent de connaître les *Éléments* d'Euclide. Mais à part quelques génies exceptionnels, comme au début du treizième siècle Léonard de Pise ou Jordamus Nemorarius, dont l'influence se fit d'autant moins sentir qu'ils devançaient davantage les hommes de leur temps, on ne voit point que ces révéla-

tions aient produit une révolution aussi marquée que, par exemple, pour le calcul l'introduction de l'algorithme (chiffres arabes). Dans la première moitié du quinzième siècle, un homme aussi supérieur que le fut Nicolas de Cusa est encore incapable de mettre régulièrement sur ses pieds un raisonnement géométrique. L'initiation fut donc relativement très lente; d'ailleurs, ce que l'on sait des programmes des Universités du Moyen âge prouve bien qu'Euclide n'y fut jamais enseigné régulièrement et représentait un degré de connaissances considéré alors comme tout à fait supérieur, quelque chose comme est, pour nos bacheliers, la géométrie projective de Cayley.

Qu'apprenait-on donc, en fait de Géométrie, dans les Universités du Moyen âge? Ce sera la gloire de Maximilien Curtze (de Thorn), de nous l'avoir révélé au prix des recherches les plus minutieuses et les plus patientes. En attendant qu'il nous donne l'Histoire de la Géométrie pratique dont il réunit les matériaux, nous pouvons, grâce aux communications et publications partielles qu'il a déjà faites, esquisser à grands traits les principaux résultats qu'elle mettra en pleine lumière.

On sait que les Facultés des arts, dès le commencement de l'enseignement universitaire, se consacraient à l'enseignement, d'une part, du *trivium* littéraire (grammaire, rhétorique, dialectique), de l'autre, du *quadrivium* scientifique (arithmétique, géométrie, astronomie, musique), dont la constitution remonte à l'école de Pythagore, et qui, triomphant définitivement sous les Romains des classifications stoïciennes ou autres, avait été transmis au Moyen âge par la tradition des grammairiens. Mais c'est

authentiques de Boèce, qui représentaient le *summum* des connaissances théoriques ; ce que les étudiants apprenaient, c'était le calcul (*abacus* ou *algorithme*), d'après divers manuels copiés les uns sur les autres, et le chant, d'après d'autres manuels dérivant de Gui d'Arezzo, etc. L'astronomie, réduite à des notions de calendrier et de cosmographie, était cependant peut-être un peu mieux partagée du côté théorique, grâce à l'attrait de l'astrologie ; on avait, au moins depuis le treizième siècle, la *Sphère* de Sacrobosco, encore classique au seizième. Quant à la *géométrie*, M. Curtze a déterminé les ouvrages qui, composés pour l'enseignement dans des Universités, ont eu, à partir du onzième siècle, le plus de succès, et répondaient le mieux, par suite, aux besoins de leurs époques successives. Ces ouvrages, complètement oubliés il y a dix ans, sont au nombre de trois.

VI

C'est d'abord, vers le milieu du douzième siècle ou un peu après, une *Practica geometriæ*, publiée par Curtze comme anonyme. J'ai reconnu depuis que, dans un manuscrit de Cambridge, elle porte le titre : *Practica Hugonis*, et que, d'un autre côté, elle figure, sans doute à tort, mais en tout cas avec un texte plus étendu, dans des recueils manuscrits des œuvres du célèbre théologien Hugues de Saint-Victor. Quoi qu'il en soit, on peut la considérer comme écrite en France pour l'Université de Paris [*1*].

L'intérêt de cette *Practica Hugonis* est qu'elle représente le dé-

procédés d'arpentage usités en les classant méthodiquement et en les ramenant au principe de similitude. Les démonstrations n'ont point le caractère que nous exigeons actuellement; mais en les prenant pour ce qu'elles sont, des explications claires et intuitives, elle sont satisfaisantes.

La Géométrie pratique, distinguée de la Géométrie théorique, dont l'existence et le caractère scientifique sont déjà au moins reconnus, est divisée en trois parties : l'*altimetria*, la *planimetria* et la *cosmimetria*. A la mesure des hauteurs, à celle des surfaces planes (horizontales), est ainsi opposée la mesure des dimensions de la terre et du ciel (d'après des hypothèses plus ou moins fantastiques empruntées à Macrobe, mais dont notre auteur est au moins capable de faire ressortir l'incohérence). A la *cosmimétrie* se rattachent les formules métriques pour le cercle et la sphère, admises sans démonstrations d'après la tradition.

Au treizième siècle, en 1274, apparaît le *Quadrans* de *Robertus Anglicus*, maître ès arts à Montpellier. Pour la publication de ce traité[1], une circonstance accidentelle m'a fait devancer M. Curtze, qui, sans même me faire connaître le projet qu'il en avait conçu, m'a généreusement indiqué les manuscrits dont il avait constaté l'existence.

Le quadrant (quart de cercle) est un instrument arabe ayant pour objet de remplacer l'astrolabe, notamment pour la détermination de l'heure, et c'est ainsi que son nom est passé aux cadrans solaires, puis aux cadrans de nos horloges mécaniques et de nos montres. Comme l'astrolabe des Arabes, il comporte un carré servant à mesurer les ombres verses ou droites (tangentes

1. *Notices et Extraits des mss.* XXXV, 1907 [plus haut, t. V, n° 8].

se tenant à la main et étant muni d'un fil à plomb).

Maître Robert répète, après Hugues, la distinction de la Géométrie théorique et de la Géométrie pratique; mais dans la subdivision de celle-ci, à la *cosmimétrie* il substitue la *stéréométrie*. Après une description très claire du quadrant et l'indication de ses usages astronomiques, il passe à son emploi en arpentage, en ajoutant la description des procédés avec la perche et avec le miroir. Il termine par les formules métriques pour les surfaces et les solides (avec la fausse formule pour le pentagone); le tout sans démonstrations ni exemples numériques, mais clair et bien pratique.

Le quatorzième siècle voit enfin surgir une nouvelle *Pratique de Géométrie*, écrite à Paris en 1249 par Maître Dominique de *Clavasio* (Chivasso en Piémont), plus tard astrologue du roi. Son ouvrage, encore inédit[1], est conçu sur un tout autre plan que le précédent. Maître Dominique s'est assimilé Euclide et il s'est proposé de donner, pour toutes les pratiques de l'arpentage, des démonstrations rigoureuses. Avec lui, l'art de la Géométrie, tel qu'il est enseigné dans les Universités, est définitivement relevé à la dignité d'une science, et s'il y a encore des manuels élémentaires, au moins ne peuvent-ils plus valoir que comme des abrégés d'une théorie complète, non plus comme des recueils de procédés pratiques subsistants par eux-mêmes.

Mais on a pu constater que les étapes successives de la Géo-

1. M. Curtze m'a communiqué sa copie préparée pour l'impression. J'en poursuis la collation sur le manuscrit le plus ancien, qui se trouve à la Bibliothèque nationale. [Voir t. V, n° 14, p. 329 et suiv. Additions, p. 357. Cf. *Correspondance scientifique*, lettre du 15 octobre 1897. Tannery écrit à Curtze les travaux qu'il prépare. Il songe aussi à une notice sur un manuscrit d'une *Geometria de Boèce* au neuvième siècle; elle reste inachevée.]

été parcourues non pas par des professionnels proprement dits, mais bien par des membres du corps enseignant. Ceux-ci ont d'ailleurs rempli le rôle qu'on pouvait leur demander sans avoir réalisé aucun progrès véritable au point de vue des procédés, pas plus qu'ils n'ont eu à enregistrer aucune invention nouvelle. L'arpentage apparaît comme une simple routine, sans vie propre ; il ne pose point de nouveaux problèmes à la science, et il n'en tire pas de nouvelles lumières.

Il ne sera renouvelé qu'aux environs de l'an 1600 par l'introduction de la mesure des angles sur le terrain et l'emploi des calculs trigonométriques, imités de ceux des Grecs et des Arabes en astronomie. C'est dans les Pays-Bas que sera réalisé ce progrès, marqué par la première triangulation opérée par Snellius. Dans ce pays se forme au seizième siècle et fleurit pendant le dix-septième une forte école d'arpenteurs, qui sont de vrais géomètres et aux disputes desquels Descartes ne dédaignera pas de prendre part. Mais c'est la seule période où la vitalité scientifique apparaît véritablement dans cette classe sociale et il convient de remarquer que ces arpenteurs hollandais se rattachent par des liens immédiats à l'école des ingénieurs civils et militaires qu'illustrent les noms de Simon Stevin et d'Albert Girard.

Or, nous n'avons pas de traces jusqu'à présent d'un rôle scientifique des architectes ou des ingénieurs pendant le Moyen âge. Le fait ne laisse pas que d'être singulier en présence de l'épanouissement à cette époque d'une architecture absolument originale et dont la complexité de forme et d'ornementation exigeait des épures et des dessins beaucoup plus variés que les types de l'architecture antique. Mais à part l'idée des polygones étoilés, qui apparaît au treizième siècle, ce n'est qu'en pleine Renaissance

que l'on retrouve des tracés graphiques qui semblent provenir de cette tradition. On est donc en face d'une lacune que de nouvelles recherches permettront peut-être de combler en partie, mais on ne peut guère espérer voir ces recherches aboutir à la mise en lumière d'une influence, comparable à celle que l'on peut observer dans l'antiquité hellène, des besoins de la pratique du constructeur sur le développement de la science théorique [1].

[1. Voir aussi pour cet article les t. I, nos 14, 18, 27, 28; t. II, nos 37, 39, 53, 54, 79].

(Extrait de la *Revue de synthèse historique*, 1901, t. II, pp. 283-299.)

HISTOIRE DES SCIENCES[1]

MÉCANIQUE

I

Des quatre sciences qui embrassent le domaine propre des mathématiques[2], la mécanique est celle dont l'histoire, jusqu'à présent, a été le moins étudiée. A vrai dire, un seul sujet en a été convenablement traité ; naturellement c'est le plus important, mathématiquement ou philosophiquement parlant, à savoir le développement de la science rationnelle et la constitution des principes qui y jouent le rôle de postulats. A cet égard, le meilleur ouvrage reste celui d'Ernest Mach (*Die Mechanik in ihrer*

1. Voir *Revue de Synthèse historique*, oct. 1900, p. 179, et juin 1901, p. 283. — Dans ce dernier article, p. 289, l. 17-18, une faute d'impression a rendu inintelligible la définition du nombre polygone. Il faut lire « suivant la raison $n - 2$ ». [Cette faute a été corrigée, ici, selon les indications données par Tannery.]

2. Le développement considérable de la physique mathématique, au cours du dix-neuvième siècle, me paraît devoir aboutir, en fin de compte, moins à la constitution de nouvelles branches de sciences mathématiques indépendantes, qu'à une transformation radicale de la façon de traiter la physique.

Entwickelung, 1883; 2e éd., 1889), esprit original, profond, et qui a su se bien documenter. Le travail antérieur de Dühring (*Kritische Gechichte der allgemeinen Principien der Mechanik*, 2e éd., 1877) a sa valeur philosophique, mais n'est pas conçu au véritable point de vue historique. Au reste, dans cette question des principes, l'antiquité n'intervient que pour la statique d'Archimède : l'histoire proprement dite de la dynamique ne commence qu'avec Galilée. Pour y introduire de nouveaux éléments de discussion, il convient d'attendre, d'une part, l'achèvement de la magnifique *Edizione nazionale* des œuvres du grand savant italien; — car, sur la genèse et la filiation de ses idées, sa volumineuse correspondance contient des indications qui ne sont pas à négliger; — d'un autre côté, le résultat des recherches entreprises sur les écrits de Simon Stevin, recherches qui, en raison de la langue originelle de ces écrits, ne peuvent guère être mises à l'ordre du jour qu'en Hollande ou en Belgique.

Je remarque cependant qu'ainsi conçue, l'histoire de la dynamique, même au point de vue strictement rationnel auquel elle se limite, demeure foncièrement incomplète. Si Galilée, en effet, a vraiment créé une « science nouvelle », si le principe dû à Stevin a été un élément essentiel pour les développements ultérieurs de cette science, il n'en faut pas conclure qu'avant eux, il n'existait aucune théorie dynamique. Tout au contraire, une doctrine parfaitement cohérente se trouve déjà dans les écrits d'Aristote (sa *Physique* et son *Traité du Ciel*); elle fut couramment enseignée pendant le Moyen âge et domina dans toutes les écoles jusque vers le milieu du dix-septième siècle; et précisément si elle n'avait pas existé, Galilée n'aurait pas eu, pour faire triompher

tout progrès scientifique dans l'étude de la nature.

D'une théorie qui a joué un rôle aussi long et aussi capital, il ne suffit point de dire qu'elle était fausse; l'histoire des erreurs de l'esprit humain n'est pas moins importante que celle de ses étapes vers la vérité. Mais l'habitude est de n'envisager la conception d'Aristote que comme physique, et de se borner à la considérer sous une face très restreinte, la doctrine des quatre éléments; le fait est que, si cette puissante conception embrasse le monde entier, la *Physique* d'Aristote est une théorie abstraite du mouvement, et que le *Traité du Ciel* est une application concrète de cette théorie aux mouvements généraux des corps célestes et à ceux qui dépendent de la gravitation, sujets qui sont essentiellement du domaine de la mécanique, tel que nous le concevons aujourd'hui[1].

II

Si, de la théorie, nous descendons à la mécanique pratique, nos connaissances historiques se rétrécissent singulièrement; nous ne pouvons même plus parler d'un ouvrage qui, bien ou mal fait, soit au moins susceptible de servir de point de départ et de représenter l'état actuel de la matière à traiter. Cependant

1. J'ai touché brièvement la question des principes dynamiques d'Aristote dans un article sur *Galilée*, de la *Revue générale des Sciences pures et appliquées* (15 avril 1901, p. 330). [V. t. VI, n. 23, p. 387-413.] Mais pour traiter à fond de l'interprétation donnée ultérieurement à ces principes, et des conséquences qui en ont été déduites, il y aurait des recherches considérables à entreprendre; en un mot, pour embrasser l'histoire de la mécanique rationnelle (statique et dynamique) avant Galilée et Stevin, il y a tout un livre à faire.

nous avons à notre disposition une littérature grecque technique assez importante, et si elle n'a pas encore été méthodiquement étudiée, la tâche est bien définie.

Mais si nous voulons remonter jusqu'à la période préscientifique (ainsi que j'ai essayé de le faire dans mes articles précédents pour l'arithmétique et la géométrie), nous rencontrons l'obscurité la plus complète. Sur la date de l'invention des mécanismes élémentaires, sur la création des engins qui ont diminué le travail servile, ou qui l'ont remplacé en utilisant les forces naturelles, ou bien nous ne savons absolument rien, ou bien nous sommes réduits à des témoignages épars et trop souvent insuffisants, à chercher encore plutôt dans les œuvres littéraires que chez les historiens proprement dits. Pour ne citer qu'un seul cas, pouvons-nous nous fier à un texte de Moschion dans Athénée pour affirmer qu'Archimède est le premier inventeur de la vis et de ses diverses applications? n'a-t-il pas trouvé un type préexistant avec un emploi spécial? et a-t-on le droit de considérer *a priori* comme interpolé le fragment d'Héraclite (91 Mullach), où il est parlé de l'instrument appelé vis? Si, pour d'autres motifs d'ailleurs, je considère, en ce qui me concerne, l'interpolation comme certaine[1], je ne sache pas que la question que je viens de poser soit susceptible d'une solution absolument valide.

Et cependant, qui ne voit que cette question de l'époque de l'invention des divers mécanismes est capitale pour opérer la synthèse d'une civilisation disparue? Dans le tableau historique d'une époque, on peut négliger les recherches purement théoriques, ou se borner à désigner, par un trait rapide, ces occu-

manifestations de « l'âme des temps passés » sous forme littéraire ou artistique, il faudrait retracer les moyens dont elle disposait dans l'ordre matériel pour réaliser ces manifestations, aussi bien que pour assurer l'existence quotidienne et se créer des loisirs intellectuels.

Il faudrait donc, afin d'en incorporer plus tard les résultats dans les histoires générales, un travail d'ensemble réunissant les textes sur les inventions mécaniques, et, en même temps, sous forme précise, les données archéologiques, constatant, à telle époque, l'emploi de tel instrument. Le champ à défricher est presque vierge ; car les recherches fragmentaires faites sur tel ou tel engin sont, pour ainsi dire, toutes à reprendre ; il exige de sérieuses qualités critiques ; car bon nombre de matériaux à recueillir sont d'une valeur très suspecte. Il faut enfin savoir se garder de toute opinion préconçue, et ce n'est pas là le moins difficile. En présence des gigantesques monuments qu'ont élevés les souverains de l'Égypte et de l'Assyrie antiques, le mirage d'une science orientale, bien antérieure à la science grecque, devait nécessairement flotter devant l'esprit des historiens ; les recherches archéologiques, au moins pour tout appréciateur impartial, ont dissipé cette illusion ; on est arrivé à conclure que les procédés de construction employés ont été très simples, qu'en particulier le transport ou l'élévation de certaines masses énormes ont été effectués par des moyens qui aujourd'hui sont devenus impraticables, l'emploi d'une multitude de bras serviles, et la construction à grands frais de plans inclinés destinés à disparaître aussitôt après leur utilisation. D'autre part, nous connaissons assez bien les procédés architectoniques des Grecs (par Vitruve, etc.), et nous pouvons bien croire qu'ils

nique pratique. Mais, de ce fait, la question n'est pas épuisée; nous ignorons la date de la plupart de ces procédés grecs; nous ne savons pas dans le détail ceux dont disposaient les constructeurs du Parthénon. Étaient-ils tous d'invention grecque? quelques-uns ont-ils été empruntés à l'Égypte, qui, sans doute, n'est pas toujours restée, au point de vue technique, ce qu'elle était lors de la construction des pyramides? d'où viennent le cabestan et les roues dentées? Autant de problèmes à élucider, sinon à résoudre définitivement du premier coup.

Ce travail, à entreprendre d'abord pour l'antiquité, devrait être étendu ensuite au Moyen âge; — ce qui nécessiterait le concours des orientalistes, à cause de l'importance que semblent avoir eue certains emprunts faits par l'Occident latin à la civilisation arabe; — il faudrait enfin poursuivre les recherches jusqu'aux temps modernes, au moins jusqu'à l'époque de la création des journaux scientifiques et de la publication régulière des actes des Académies. Car, à partir de ce moment, le mode des recherches doit naturellement changer. Au reste, des inventions mécaniques modernes, il n'y a guère que la machine à vapeur dont les origines aient été relativement approfondies; et cependant il reste encore sur ce sujet plus d'une légende à écarter, plus d'une obscurité à dissiper.

Pour citer un exemple de l'incertitude des traditions en pareille matière, je mentionnerai celle qui concerne l'invention de la brouette par Pascal. Recueillie par Bossut, dont le texte, assez vague, a été en tout cas mal compris, cette tradition est devenue courante, sans qu'il soit facile aujourd'hui de savoir bien exacte-

Le plus probable est que Pascal qui, avec le duc de Roannez, s'intéressa un moment à la question du transport économique des personnes à l'intérieur de Paris, imagina de monter sur deux roues la chaise à porteurs, en sorte qu'un seul homme suffît à la mener. Cette chaise roulante reçut le nom populaire de *brouette de vinaigrier*[1], à cause de l'analogie de sa forme avec celle de la petite charrette à deux roues des revendeurs de vinaigre. De fait, c'est de la brouette de vinaigrier que parle Bossut; mais elle doit être sans doute, au sens propre du mot, bien antérieure à Pascal, et l'on ne voit pas quel perfectionnement important il aurait pu lui apporter.

Cet exemple ne promet certes pas une grande sûreté dans les résultats à tirer du travail que je réclame sur l'origine des inventions d'ordre mécanique; mais au moins on obtiendra certaines approximations, et cela vaudra toujours mieux que le néant actuel.

III

J'arrive aux techniciens grecs. Les écrits qui subsistent d'eux paraissent avoir été réunis à l'époque byzantine dans une sorte de *corpus* grossi d'élucubrations du neuvième et du dixième siècle, *corpus* dont toutes les pièces ne sont peut-être pas encore éditées. En tout cas les ouvrages réellement anciens en ont été réunis dans un in-folio imprimé à Paris, en 1693, et connu sous le titre de *Veteres mathematici* de Thevenot.

Si l'on en jugeait par la composition de ce recueil, on pourrait

1. Ou *vinaigrette*, nom sous lequel ces véhicules étaient encore en ser-

croire que l'objet de la [illegible] se bornait à la construction, d'une part des engins de leur artillerie, de l'autre, à celle de jouets plus ou moins extraordinaires, qu'on appelait du nom général de θαύματα. Il semblerait que, en dehors de la guerre, l'homme bien né ne pouvait avoir qu'une préoccupation, celle de distraire ses loisirs par quelque amusement de bon goût (ou jugé tel). A la vérité, il y a eu, comme mécanique grecque, quelque chose de plus; mais à part quelques renseignements fournis par Vitruve et Geminus (Proclus), ou quelques fragments conservés par Pappus, il faut recourir aux versions arabes. Nous constatons alors deux autres branches, plus conformes à nos idées modernes; la manœuvre des lourds fardeaux, indispensable à l'architecture; l'épuisement des eaux, question particulièrement capitale en Égypte. Une cinquième division est indiquée par Pappus, la *sphéropée,* remontant à Archimède qui avait construit, et décrit dans un ouvrage spécial, une sphère représentant les mouvements du ciel et des planètes, et qui était mise en jeu par un écoulement d'eau. Malheureusement c'est à peu près tout ce que nous savons sur ces appareils qui semblent avoir eu une assez grande vogue et, faute de renseignements plus précis, ils échappent à l'histoire de la science.

Mais l'industrie des *thaumata* était de beaucoup la plus florissante. A côté des jouets proprement dits, elle embrassait d'ailleurs des objets un peu plus relevés, notamment les orgues hydrauliques, et des horloges mues par l'eau, avec figures mobiles pour indiquer les heures. Pappus cite même, comme ouvrage sur la matière, en regard des *Pneumatiques* de Héron et de ses *Automates*, que nous avons dans les *Veteres mathematici*, le célèbre ouvrage hydrostatique d'Archimède, dont le texte grec s'est perdu au Moyen âge. Ce rapprochement a semblé bizarre; cependant

du métacentre, aboutissent pratiquement à l'étude des conditions d'équilibre de segments de paraboloïde flottant sur l'eau et qui, suivant leur forme, leur densité et la façon dont on les place, se redressent ou chavirent d'une manière plus ou moins paradoxale. C'est une merveilleuse théorie appliquée à quoi? à un joujou hydrostatique.

D'où viennent originairement les *thaumata*? C'est, a-t-on dit, le côté mécanique de la magie; parce que certains artifices de Héron (p. ex. faire ouvrir les portes d'un sanctuaire en allumant du feu sur un autel) ont pu être réellement employés dans des temples antiques, on a supposé que les classes sacerdotales ayant recherché les moyens propres à agir sur la crédulité des fidèles, ces recherches les avaient mises de bonne heure en possession de connaissances très étendues, longtemps conservées secrètes, et plus tard partiellement divulguées peu à peu. Une pareille thèse peut tout au plus être concédée pour des points particuliers, lorsque le fait est bien établi; mais ces points sont relativement si rares, et l'ignorance réelle, le peu d'esprit scientifique des castes sacerdotales de l'Orient ressort au contraire de tant de côtés que l'explication à laquelle je fais allusion doit être écartée dans l'ensemble. Si, d'autre part, ce qu'on a appelé la magie blanche n'est pas autre chose que l'application de diverses propriétés physiques ou chimiques, il n'y a pas davantage à tenir cette technique pour un triomphe de l'imposture. Aujourd'hui les inventeurs ne visent que l'application industrielle; jadis, quand l'industrie ne promettait aucun profit, on cherchait à étonner la foule des ignorants, et des esprits aussi supérieurs que Descartes ne dédaignaient nullement ce résultat. Qu'on ait conservé secrètes des recettes à cet effet, qu'on ait laissé

croire à un pouvoir supérieur, cela s'explique aisément, sans imaginer une action profondément concertée d'une classe de la société.

Mais avant de chercher à amuser les autres, l'homme s'est amusé lui-même et c'est là le véritable mobile psychologique qui a déterminé et conduit à l'origine les progrès dans la connaissance de la nature. Semblable au petit enfant dans son berceau, l'homme, en présence des forces physiques, a commencé à jouer avec elles ; il s'est instruit de son pouvoir en s'amusant ; la pensée de l'utiliser autrement, celle de s'asservir la nature pour des fins utiles, en multipliant les effets obtenus en petit, n'a germé que bien lentement. Mais lorsque ces effets sont tellement grossis que tout le monde les connaît, la curiosité cesse ; nos enfants, qui savent que la vapeur met en mouvement les appareils si divers qu'ils ont vu fonctionner, sont à peine tentés d'en savoir plus long ; cela est aussi simple pour eux qu'une pierre qui tombe. Ils prendraient donc peu d'intérêt à voir tourner l'éolipyte de Héron quand on le chauffe, et cependant c'est sous cette forme que la vapeur a été employée comme force motrice plus de seize siècles avant de l'être pour un effet utile. Mais longtemps encore, même après Watt, le côté amusant a persisté dans la physique, et le temps est à peine évanoui où l'enseignement de l'électricité se bornait à peu près, sous prétexte de démonstrations, à l'exhibition d'une série d'amusettes qui doivent encore encombrer les cabinets de physique de nos lycées.

Le rôle de ce mobile du divertissement dans le développement des sciences paraît bien effacé aujourd'hui, mais qui étudierait,

toujours, comme particuliers ou comme foules, les mêmes besoins d'amusement que nos ancêtres; notre science nous permet d'obtenir des spectacles plus grandioses que les leurs, et nos dernières expositions universelles en ont donné des exemples saisissants. Il y a donc, depuis le jouet du jour de l'an jusqu'aux fontaines lumineuses, toute une technique qui ne doit pas être négligée par l'historien, et dont on peut souhaiter qu'il ait dans l'avenir à enregistrer de nouveaux et importants développements.

IV

Les mécaniciens grecs dont les écrits nous restent ont été depuis longtemps étudiés avec fruit pour ce qui concerne l'art militaire. Le dernier ouvrage allemand à consulter sur la matière est celui de Koechly et Rüstow (*Griechische Kriegssteller*, 1853). Depuis ont paru en France d'importantes études de M. de Rochas d'Aiglun[1] et de Victor Prou[2]. Ils ont également porté leur attention sur les *Pneumatiques* de Héron et sur ses *Automates*. En résumé, les problèmes techniques ont été résolus aussi bien que le

[*1*. Cette page a été en partie reproduite par M. Henri Berr dans son *Avant-Propos*, p. 19 du volume. — *La Pensée Grecque — et les origines — de l'esprit scientifique*, par M. Léon Robin. (La Renaissance du livre, 78, boulevard Saint-Michel, Paris, 1923.)]

1. *Poliorcétique des Grecs*, Paris, 1872. — *Science des philosophes et art des thaumaturges*, 1882. — *Les Pneumatiques de Héron d'Alexandrie*, 1883 (traduction faite par Ernest Lacoste).

2. *Les théâtres d'automates en Grèce*, 1884. — *La Chirobaliste de Héron d'Alexandrie* (Notices et extraits), édition critique avec commentaire technique très important.

permettait l'état souvent défectueux du texte édité ; mais il manque, en revanche, une étude très approfondie de ces anciens mécaniciens au point de vue des théories qui les guidaient, un ouvrage d'où l'historien puisse tirer des conclusions tant soit peu précises. Un dépouillement critique des passages importants à ce sujet est d'autant plus nécessaire que souvent on les rencontre là où on s'y attendait le moins. C'est ainsi que, dans un livre consacré à la construction d'engins militaires et à propos d'une tout autre question, Philon de Byzance expose, sur la chute des graves, une opinion d'autant plus intéressante que nous pouvons moins concevoir comment elle a pu se former. Il affirme que, de deux poids de même forme et de même nature, si l'un pèse deux mines, et l'autre une mine, le premier tombera de beaucoup plus vite, soit parce qu'il triomphe plus facilement de la résistance de l'air, soit parce que la supériocité de son poids entraîne une plus grande accélération (doctrine courante sous le nom d'Aristote) ; mais il ajoute que si l'on réunit ensemble deux poids d'une mine, ils ne tomberont pas plus vite que ne le ferait chacun d'eux isolément. Loin de voir dans ces affirmations une contradiction qui le conduise à analyser plus à fond le phénomène de la chute des corps, il en déduit, comme principe général, qu'en multipliant des actions similaires, par exemple des ressorts de même force, on n'augmentera pas l'effet, et qu'il faut pour cela faire un seul ressort plus fort. On voit, à cet exemple, combien les anciens étaient éloignés de nos conceptions sur la dynamique.

Un autre inconvénient, qui n'est pas moins grave pour l'historien, c'est qu'en thèse générale, les savants ne sont guère

Philippe et d'Alexandre. C'est à cette époque que la poliorcétique se développe et que paraissent les premiers écrits sur la matière. A l'exemple des rois macédoniens, les Ptolémées entretiennent des ingénieurs et subviennent aux frais de leurs essais. La mécanique fait dès lors, dans l'Égypte hellénisée, de rapides progrès techniques. Dans ce milieu apparaît un génie de premier ordre, Ctésibios, auquel on attribue expressément la création de la pneumatique, avec une multitude d'applications ingénieuses de la force de l'air comprimé; il construit notamment un fusil à vent et des orgues (*hydraulis*)[1]. Il applique les ressorts (en bronze) aux machines de jet, et il invente la pompe foulante et la pompe à air[2]. Il avait laissé des *Mémoires* où ses successeurs ont largement puisé, mais dont rien ne nous est parvenu.

On s'accorde généralement à le placer sous les règnes de Philadelphe et du premier Evergète. Cependant Th.-H. Martin a voulu le faire descendre d'un siècle au moins, en invoquant un passage des *Deipnosophistes* d'Athénée, d'après lequel un Aristoclès, traitant des instruments de musique, aurait attribué l'invention de l'*hydraulis* à un Ctésibios, barbier de son métier, vivant sous le second Evergète. L'opinion défendue par Th.-H. Martin, quoique peu plausible, prouve au moins que les motifs de fixer plus haut l'époque de Ctésibios ne sont pas absolument décisifs.

1. Ce terme, comme celui d'orgue hydraulique, peut induire en erreur. En réalité, dans l'instrument de Ctésibios, l'eau n'intervient que pour régler la pression, l'air étant refoulé par une pompe à air dans une cloche formant réservoir et à moitié immergée. Les orgues à soufflets sont une combinaison postérieure, qui supprime une disposition coûteuse tout en évitant l'intermittence dans la soufflerie.

2. Probablement aussi la pompe aspirante et foulante. Notre pompe aspirante vulgaire avec piston muni d'un clapet est postérieure, et ne paraît pas avoir été connue des anciens.

Au lieu de rejeter la prétendue donnée d'Aristoclès, ce qu'il est pourtant aisé de faire[1], Wilamowitz et Susemihl préfèrent admettre une réinvention de l'*hydraulis* et distinguer le Ctésibios barbier de l'ingénieur de même nom. C'est dire que la question ne peut être considérée comme tranchée.

L'époque de Ctésibios détermine celle de Philon de Byzance, le plus ancien peut-être des *veteres mathematici*; il parle en effet de Ctésibios presque comme d'un contemporain qui vient de mourir et peut-être l'a-t-il personnellement connu. On ne sait où il vivait, ni quel est l'Ariston auquel il adresse ses écrits : mais il avait étudié sous les maîtres alexandrins et c'est à propager leurs connaissances en dehors de l'Égypte que, tout en revendiquant ses propre combinaisons, il a consacré de nombreux livres, embrassant les diverses branches de la science de l'ingénieur. Il nous en reste deux : l'un, les Βελοποιικά, a donné son nom à l'ensemble, mais le second qui ne suivait peut-être pas immédiatement le premier (quatrième de la série complète) est en fait un traité de poliorcétique (défense et attaque des places).

Un Biton, qui a dédié à un roi Attale un opuscule sur les engins militaires, peut avoir vécu à peu près à la même époque que Philon de Byzance et, parmi les *Veteres mathematici*, représente les ingénieurs pergaméniens.

Vient ensuite Héron d'Alexandrie, dont, après diverses vicissitudes, l'âge paraît maintenant bien fixé aux environs de l'an 100 après J.-C. C'est le plus important de nos auteurs, ses *Bélopœiques*, sa *Chirobaliste* et deux fragments annexes, appartiennent à l'art militaire; ses *Pneumatiques* et ses *Automates* (sorte de théâtre

la description d'une pompe à incendie.

Un Apollodore, sous l'empire romain, a dédié à Trajan ou à Hadrien un traité de *Poliorcétique;* un livre *sur les machines de guerre* est de même dédié par un Athénée à un Marcellus, que l'on a pris longtemps pour le héros de la première guerre punique. Mais il faut plutôt croire, avec Diels, d'après la langue d'Athénée, que cet écrivain est au plus tôt contemporain d'Apollodore; c'est d'ailleurs, semble-t-il, simplement un sophiste qui, de son propre aveu, a compilé les écrits d'un Agésistrate qui a également été utilisé par Vitruve.

Des débris des curieux *Cestes* de S. Julius Africanus, un petit traité byzantin anonyme sur la défense des places complètent l'ensemble de ce recueil qui, jusqu'à ces derniers temps, formait la source essentielle pour l'histoire de la mécanique dans l'antiquité.

V

Purifier cette source et substituer au recueil de Thevenot des éditions critiques conformes aux exigences de notre temps est une tâche qui appartient aux philologues, mais dont l'historien ne peut se désintéresser. Elle a été récemment entreprise en Allemagne et nous pouvons espérer qu'elle ne sera pas abandonnée avant son entier achèvement. En 1893, Richard Schoene a donné les deux livres de Philon; le texte, très amélioré, souffre encore de l'imperfection irrémédiable des manuscrits, mais le travail est définitif au point de vue critique; il manque une traduction, avec explications techniques, ce qui, pour des ouvrages de ce genre, est toujours désirable. D'autre part, la maison

Teubner a commencé, sur un excellent plan, une édition complète des œuvres de Héron, et le premier volume (1899), procuré par W. Schmidt, contient les *Pneumatiques* et les *Automates*.

Mais, d'autre part, une source nouvelle et de la plus haute importance devenait accessible, et c'est une des grandes satisfactions de ma carrière d'érudit que de me rappeler la part très insignifiante que j'ai prise à ce progrès de nos connaissances. Le fait est qu'on était parfaitement renseigné sur l'existence à Leyde d'un manuscrit contenant une version arabe des *Mécaniques* de Héron et apporté d'Orient au dix-septième siècle par Golius, lorsque, vers 1886, M. de Rochas d'Aiglun me fit remarquer le grand intérêt que présenterait sa traduction et insista pour que je m'en occupasse. Mais ce n'était pas alors chose facile que de trouver en France, ou même à l'étranger, un orientaliste voulant bien se charger de cette besogne et qui fût assez compétent pour s'en tirer avec honneur. Ce ne fut donc que longtemps après que je rencontrai dans mon ami, M. Carra de Vaux, quelqu'un à qui je pusse indiquer ce travail comme un digne emploi de ses connaissances spéciales. Son édition des *Mécaniques* parut d'abord dans le *Journal Asiatique* de 1893. J'ajoute que depuis il a retrouvé une version arabe des *Pneumatiques* de Philon, version dont on possédait une vieille traduction latine très incomplète, et que l'édition qu'il en a préparée est actuellement en cours d'impression dans les *Notices et Extraits*. Ce nouveau document aura nécessairement une importance capitale, ne fût-ce que pour apprécier par comparaison l'originalité de Héron, et pour mesurer les progrès techniques accomplis pendant les trois ou quatre siècles qui le séparent de Philon

texte fut reconnue, et la maison Teubner entreprit une seconde édition (t. II des *Œuvres* de Héron)[1], cette fois procurée par un orientaliste allemand, L. Nix, auquel d'ailleurs le baron Carra de Vaux prêta généreusement son concours pour les collations. La traduction allemande, jointe au texte arabe, est d'ailleurs très satisfaisante.

Comme impression générale, l'œuvre ne donne pas, de la science antique, une idée aussi haute que l'on pouvait être tenté de la concevoir. Est-ce la faute de l'auteur? Héron ne semble pas avoir su ce que c'était que de bien composer un livre; mais un certain désordre a troublé le plan primitif et le début manque, remplacé par un hors-d'œuvre qui n'est peut-être pas de Héron. Le fait le plus inattendu peut-être est l'apparition, comme source importante, des *Mechanica* attribués à Aristote (qui sont plutôt de Straton), dont nombre de problèmes sont discutés et plus ou moins heureusement résolus. Il convient donc de restituer, dans l'histoire de la science, à ce livre des *Mechanica* un rôle qu'on aurait pu lui dénier.

Une théorie du roulement des cercles, l'étude des procédés pour agrandir ou réduire un modèle dans une proportion donnée, la solution du problème des deux moyennes proportionnelles, forment tout d'abord un groupe de questions plutôt géométriques ou cinématiques que proprement mécaniques. Suivent des considérations sur la traction des fardeaux, qui cons-

1. Ce volume contient aussi la *Catoptrique* de Héron, éditée par W. Schmidt. C'est là une branche à part des mathématiques appliquées. Mais je remarque que cet ouvrage est conçu, comme les *Pneumatiques*, dans un esprit d'amusement : les Grecs connaissaient au reste dès longtemps les distractions de ce genre, ainsi que le prouvent les allusions du *Timée* de

des emprunts à Archimède (tirés d'un ouvrage perdu) sur la répartition des pressions entre les supports (on y trouve l'application d'un postulat que nous n'admettons guère et qui est peut-être une invention malheureuse de Héron); voilà à peu près tout le premier livre.

Le second traite des cinq *puissances* classiques, que nous connaissions par Pappus, le treuil, le levier, le moufle, le coin et la vis (avec ou sans engrenages) : puis des combinaisons de toutes sortes de ces puissances, qui aboutissent au *Baroulcos*, treuil actionné par un équipage de roues dentées et de pignons. Ces combinaisons paraissent beaucoup plus théoriques que pratiques; le problème est de soulever un poids donné avec un effort donné; le calcul est fait sans tenir compte des résistances passives, ni des conditions de solidité auxquelles doivent satisfaire les organes. Ce sont plutôt là des exercices théoriques destinés à des élèves que des applications conçues au point de vue de l'exécution réelle. Le second livre se termine par les problèmes aristotéliciens, puis par une théorie des centres de gravité, tirée d'Archimède.

Le troisième livre a au contraire une composition nettement orientée vers la pratique. Héron y décrit les procédés réellement employés pour la manœuvre des fardeaux en architecture (en partie connus déjà par Vitruve et Pappus), puis les systèmes de pressoirs à vis. Un de ces systèmes est donné par Pline comme inventé vingt-deux ans avant la rédaction de son *Histoire naturelle*, et comme Héron ne revendique nullement l'invention, il faut bien admettre qu'il n'a vécu qu'après Pline.

Mais comment s'est formé cet ensemble bizarre que nous offrent aujourd'hui les *Mécaniques*? Certainement il n'y a pas là

diverses, ou du moins à des traditions divergentes, une école de professeurs, géomètres ou péripatéticiens, une école d'ingénieurs véritables. Pour le moment, et sans doute pour longtemps encore, il est difficile de préciser davantage. L'histoire de la mécanique des anciens en est encore à la période de publication critique des documents, et il y a toujours à espérer de nouvelles découvertes dans les bibliothèques de manuscrits arabes.

Extrait de la *Revue de Synthèse historique*, 1902, t. IV, pp. 191-204.

HISTOIRE DES SCIENCES[1]

ASTRONOMIE

I

Comme je l'ai dit dans le numéro d'octobre 1900 [plus haut, n° 1], l'histoire de l'astronomie est relativement assez avancée. S'il n'y a pas un ouvrage d'ensemble, récemment paru, qu'on puisse, pour la richesse des informations, comparer à ce que sont les *Vorlesungen* de Moritz Cantor dans le domaine de la mathématique pure, des histoires, déjà anciennes, ont mis en œuvre les matériaux connus de telle façon qu'il ne semble pas y avoir lieu de s'attendre à une rénovation véritable de la conception du développement de la science, tant que ces matériaux ne seront pas considérablement accrus. Or ils n'ont guère changé, et la *Bibliographie astronomique* de Houzeau et Lancaster est encore, pour qui voudrait se consacrer à l'étude approfondie de l'histoire de la science classique, un guide parfaitement suffisant.

Mais le courant n'est pas de ce côté ; cette histoire est donc dans un état de stagnation qui s'explique d'autant mieux qu'elle n'offre pas de ces questions irritantes comme il en subsiste tou-

1. Voir les numéros d'octobre 1900, juin 1901 et avril 1902. [Plus haut, nos 1, 2, 3]

deux controverses qui, au cours du dix-neuvième siècle, ont trop longuement retenti au sein de l'Académie des Sciences, s'est depuis longtemps éteint sans retour, parce que l'on a reconnu que les questions, non seulement étaient mal posées, mais en réalité n'existaient même pas. Si A. Sédillot, prôneur excessif de la science arabe, a voulu faire attribuer à Aboul-Wefa la découverte de la *variation* lunaire, une des gloires de Tycho-Brahé, c'est qu'il ne connaissait pas assez la science grecque. Quant à la contestation des droits exclusifs de Newton à la découverte des lois de la gravitation universelle, mieux vaut sans doute ne pas trop rappeler la fameuse supercherie de Vrain-Lucas et la singulière crédulité de Michel Chasles.

Tout récemment, la Société hollandaise des Sciences a provoqué une polémique sur un des points secondaires qui restent encore à éclaircir. Après avoir mis au concours pour 1900 la question de savoir jusqu'à quel point l'accusation de plagiat (relatif à ses observations sur les satellites de Jupiter) lancée par Galilée contre Simon Marius pouvait être considérée comme fondée, la Société a décidé de ne pas décerner le prix à l'unique mémoire présenté (d'ailleurs favorable à Galilée), ce qui a amené une demande d'explications[1], sous une forme peut-être un peu vive, de la part de Favaro, le consciencieux et savant directeur de l'*Édizione nazionale* des Œuvres du plus glorieux fils de l'Italie. J. A. C. Oudemans et J. Bosscha viennent de lui répondre par un article très développé[2], qui témoigne d'une étude approfondie de la question, mais dont certaines assertions semblent aussi montrer qu'il est assez difficile à des hommes du Nord de

1. *Bibliotheca mathematica*, septembre 1901.

2. *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles*, VIII[2],

ou du dix-septième siècle, et qu'ils ont trop de tendance à prendre pour argent comptant ce que Galilée lui-même appelait ses bizarreries. Si sérieux que soient leurs arguments, tous ne semblent donc pas être sans réplique possible, et il convient évidemment de laiser pour le moment la parole à Favaro. En tout cas, ce procès, dans les termes où il est engagé, n'a pas un intérêt capital pour l'histoire proprement dite de la science, puisque Dominique Cassini, lorsqu'il a établi la théorie des satellites de Jupiter, n'a pas pu se servir des premières observations, qu'elles aient paru sous le nom de Galilée ou sous celui de Marius.

C'est cependant le seul débat quelque peu intéressant que j'aie vu soulever depuis trente ans sur l'histoire de l'astronomie à partir des temps antiques. Quant à ceux-ci, je ne puis que constater que mes *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* (Paris, Gauthiers-Villars, 1893) ont été unanimement acceptées comme un exposé fidèle et complet, d'après les sources, de l'histoire des théories contenues dans la *Syntaxe* de Ptolémée ; il y a eu seulement quelques réserves, très naturelles d'ailleurs, touchant l'opinion que j'ai émise que la valeur d'Hipparque, non pas en tant qu'observateur et astronome théoricien, mais en tant que mathématicien proprement dit, avait été quelque peu exagérée ; mais cette question appartient en fait à l'histoire de la trigonométrie, et je n'ai pas à la traiter ici de nouveau.

Depuis 1893 cependant, il est un penseur grec dont l'importance dans l'histoire de l'astronomie grecque a singulièrement grandi. Par une curieuse coïncidence, ce résultat provient de trois travaux poursuivis indépendamment les uns des autres et à peu près à la même époque.

Le premier paru a été une thèse d'Otto Voss (*De Heraclidis Pon-*

que comme des interlocuteurs de dialogues d'Héraclide du Pont, et que les systèmes cosmologiques qu'on leur attribuait n'étaient que des inventions de ce disciple de Platon. De mon côté, si j'avais laissé ces questions en dehors du cadre de mes *Recherches* de 1893, leur étude m'avait depuis amené aux mêmes conclusions, et je les ai développées dans deux articles distincts. Seulement, tandis qu'Otto Voss regardait les cosmologies d'Ecphante et d'Hicétas comme identiques, je crois avoir établi qu'elles étaient essentiellement différentes; que celle d'Ecphante[1] coïncide avec celle que d'autres témoignages attribuent nommément à Héraclide, tandis que celle d'Hicétas[2] n'est autre que le système connu sous le nom de Philolaos, car je suis désormais convaincu de la non-authenticité des fragments attribués à ce pythagoricien.

Enfin, l'illustre directeur de l'Observatoire de Brera, Schiaparelli, dans un Mémoire capital (*Origine del sistema planetario eliocentrico presso i Greci*, Milan, Hœpli, 1898), établissait que le système d'Héraclide (c'est-à-dire, suivant moi, celui qu'il avait développé sous le nom d'Ecphante) ne devait pas différer de celui de Tycho-Brahé ou plutôt de celui de Raymarus Ursus (la Terre tournant sur son axe au centre du monde, le Soleil tournant autour de la Terre comme la Lune, mais étant le centre du mouvement des cinq planètes[3]). Schiaparelli émettait de plus la

1. *Ecphante de Syracuse* (Archiv. für Geschichte der Philosophie, janv. 1897). [Ici, t. VII, n° 16, p. 249-257.]

2. *Pseudonymes antiques* (Revue des Études grecques, 1896). [Ici, t. IX, n° 27, p. 229-239.]

3. Sur les divers systèmes formant compromis entre ceux de Ptolémée et de Copernic, et proposés aux seizième, dix-septième et dix-huitième siècles, voir un important article de Siegmund Günther dans les *Annales internationales d'histoire comparée* (5e section : *Histoire des sciences*), Armand Colin,

comme hypothèse possible, le système héliocentrique, c'est-à-dire celui d'Aristarque de Samos et de Copernic. Sur ce dernier point, tout en reconnaissant que cette thèse pouvait subsister comme conjecture possible, j'ai fait des réserves relatives à l'interprétation du texte de Simplicius, sur lequel Schiaparelli a cherché à la fonder[1].

Comme publication récente concernant la science classique, je dois enfin mentionner l'*Histoire abrégée de l'Astronomie*, par Ernest Lebon (Paris, Gauthier-Villars, 1899). Ce volume offre un véritable intérêt parce qu'il donne des notions assez détaillées sur les travaux les plus récents, non seulement en Astronomie et en Mécanique céleste, mais aussi en Géodésie et en Météorologie. Mais si cette compilation, parfois un peu confuse, peut avoir une utilité incontestable, il n'est que trop évident que le reste (c'est-à-dire moins de cent pages très peu serrées, où les détails biographiques et les hypothèses cosmogoniques prennent une large place) ne peut compter pour une histoire même abrégée de l'astronomie. Dans un cadre aussi restreint, il est impossible de s'exprimer en termes clairs et exacts sur tous les points qu'il faut toucher. Et il est d'autre part fâcheux que l'on rencontre dans l'ouvrage de M. Lebon des erreurs qu'il a empruntées, il est vrai, au célèbre *Précis* de Laplace, mais qui ont été écartées depuis longtemps déjà *et même par Hœfer* (comme, par exemple, l'idée que le système de Philolaos ait été héliocentrique et qu'il ait été conçu par Pythagore).

1. Voir mon article : *Sur Héraclide du Pont* (Revue des Études grecques, 1899). [Plus loin, t. IX, n° 29.]

Si, comme je l'ai dit, l'histoire de la science classique est actuellement dans un état de stagnation, c'est que les études se sont dirigées d'un autre côté, et non pas qu'elles laissent à désirer comme activité ou comme importance; mais il s'agit désormais surtout de publier et d'utiliser de nouveaux documents. Or pour l'antiquité grecque, il n'y a guère à en espérer, en dehors d'une mine que l'on commence seulement à exploiter sérieusement, la masse des écrits astrologiques. Je reviendrai tout à l'heure sur ce sujet.

Au contraire, les papyrus grecs que l'Égypte continue à fournir si abondamment, ne nous donnent plus rien qui intéresse l'astronomie; non seulement une trouvaille comme celle de l'*Art d'Eudoxe*[1] ne s'est pas renouvelée, mais aucun fragment digne d'intérêt n'est signalé, ce qui ne laisse pas que d'être quelque peu singulier. Les inscriptions astronomiques sont aussi extrêmement rares, et il en faudrait certainement beaucoup comme celle de Keskinto[2] pour jeter quelque lumière sur le point qui reste obscur dans l'histoire de l'astronomie ancienne, à savoir les doctrines qui firent concurrence à celles d'Hipparque avant que l'adoption de ces dernières par Ptolémée eût fait tomber les autres dans l'oubli. Nous n'avons, comme débris de ces doctrines, qu'un texte de Pline particulièrement obscur, une véritable

1. J'en ai donné la traduction dans mes *Recherches, etc.*, p. 283-294. [*Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne*, Paris, Gauthior-Villars, 1893].
2. Voir *Revue des Études grecques*, 1895 [plus haut, t. II, n° 58]; *Bull. des sc. astron.*, 1865 [plus haut, t. II, n° 60]; *C. R. de l'Acad. des sciences*, 1895
[illegible]

si nous possédions depuis hier une édition critique complète de l'Almageste, aussi parfaite qu'on pouvait l'attendre d'Heiberg, s'il y a encore de semblables travaux à poursuivre, on ne peut certainement en attendre des améliorations de texte qui équivalent à des révélations inattendues.

Pour le Moyen âge, la situation n'est pas plus favorable ; en dehors des écrits astrologiques, il y a encore, à vrai dire, de ce côté, des textes assez nombreux qui sont restés inédits ; mais leur intérêt est médiocre, la question de la transmission à l'Occident latin de la science arabe était suffisamment éclaircie dans ses grandes lignes ; celle de l'influence de l'astronomie persane sur les Byzantins offre au contraire un champ d'études presque vierge ; mais elle a joué un rôle évidemment si insignifiant pour nous, qu'il est assez compréhensible qu'elle ne tente aucun travailleur, si ce n'est pour quelqu'*excursus* bibliographique. En fait, pour toute la période du Moyen âge, il n'y a guère que les études relatives aux instruments astronomiques du temps qui me paraîtraient dignes d'être poursuivies un peu sérieusement[1]. Quant aux temps modernes, la publication des œuvres de Galilée et de celles de Huygens pourra sans doute être suivie d'autres entreprises intéressantes ; mais on ne peut guère en prévoir actuellement qui soit d'une égale importance.

Il faut donc, pour trouver des documents nouveaux et promettant au moins un progrès décisif, élargir le domaine de l'histoire de l'astronomie, telle qu'elle a été réellement traitée jusqu'à présent. Il faut acquérir des connaissances positives sur les origines de la science, sur les découvertes qui ont pu être faites

1. Voir dans mon éd. du *Traité du quadrant de Maître Robert Anglès*. (Notices et Extr., 1897). [Plus haut, t. V, n° 8.]

Égyptiens et les Chaldéens, et déterminer ainsi, plus exactement qu'on ne le peut aujourd'hui, les emprunts faits par les Hellènes à ceux qu'ils appelaient barbares ; il faut étudier plus profondément l'astronomie des Hindous, puis celle des Arabes, voire, au moins à certains égards, celle des Chinois, car il est du plus haut intérêt de reconnaître quel a été le degré d'originalité propre à chacun de ces peuples, quels progrès ils ont accomplis par eux-mêmes, quel rôle véritable ils ont pu jouer dans l'évolution de la science. Y ont-ils contribué autrement qu'en agents plus ou moins fidèles de transmission ? Sont-ils restés isolés ? A toutes ces questions, nous ne pouvons jusqu'à présent faire que des réponses dépourvues de précision, ou fondées sur des aperçus nécessairement incomplets.

Pour les civilisations dont les Grecs ont directement reçu l'héritage, tandis que l'égyptologie est certainement beaucoup plus avancée, en thèse générale, que l'assyriologie, on est obligé de constater qu'en ce qui concerne l'astronomie, elle n'a rencontré que des informations presques négligeables en comparaison de celles que l'on peut tirer des textes grecs ou des monuments de l'époque gréco-romaine. Pour les Phéniciens, qui ont probablement plus appris aux Grecs que les Égyptiens, l'archéologie est encore dans l'enfance et l'on ignore, de fait, s'ils avaient des connaissances astronomiques spéciales ou s'ils dépendaient scientifiquement des Chaldéens. Les textes cunéiformes astronomiques sont au contraire très nombreux, et ils ont été étudiés avec ardeur, en particulier par le PP. Strassmaier et Epping (*Astronomisches aus Babylon, oder das Wissen der Chaldæer über den gestirnten Himmel*, 1889)[1]. Mais c'est un domaine où l'on se heurte

1. Consulter également leurs articles et ceux de M. Oppert dans le *Zeits-*

lonien astronomique et sa traduction grecque par Cl. Ptolémée, ce n'est là qu'une chance bien rare; en général les noms d'étoiles ne peuvent s'identifier avec sûreté, soit en raison de l'insuffisance des données, soit parce qu'il y a eu, ou bien une trop riche synonymie, ou bien des variations considérables dans les désignations. On ne trouve guère un terrain solide que pour l'époque des Séleucides ou même des Arsacides, c'est-à-dire après que l'influence grecque s'est fait sentir. Cependant un résultat important semble devoir être aujourd'hui considéré comme acquis; le zodiaque grec, en ce qui concerne les noms des constellations, serait, dans son ensemble au moins, emprunté aux Chaldéens, ce que je croyais pouvoir mettre encore en doute en 1893.

Pour l'astronomie chinoise, nous en sommes toujours à peu près réduits aux renseignements fournis par les anciennes missions jésuites, et la question reste ouverte sur les relations qui peuvent avoir existé entre cette astronomie et celle de Babylone (par l'intermédiaire de l'Inde?) avant l'introduction du bouddhisme en Chine. Quant aux Hindous, l'influence grecque a été reconnue depuis longtemps dans leurs *Siddhantas*; mais avant de dresser un relevé comparatif des éléments indigènes et des éléments grecs dans ces ouvrages, avant de déterminer d'autre part ce que les Arabes ont pu emprunter aux Hindous et ce qu'ils leur ont rendu plus tard, il faut attendre l'achèvement de la publication intégrale, tâche que les indianistes américains se partagent avec les anglais, mais dont les autres peuples semblent se désintéresser.

De ce côté, il y a une autre source où l'on n'a guère puisé

chrift für Assyriologie, etc. Les hardies conjectures de R. Brown dans ses deux volumes de *Researches* (1899 et 1900) ne peuvent inspirer aucune confiance.

déjà, une traduction manuscrite qu'il a faite d'un *Manuel d'astronomie* encore en usage chez les astrologues de ce pays. Il débute par des règles relatives au calendrier, tout à fait analogues à celles que Simon de La Loubère a consignées dans son *Voyage au Siam* et qui ont été étudiées par Dominique Cassini. Mais il comprend en outre des règles pour le calcul des éclipses et une théorie des planètes. Toute cette science, bien entendu, vient de l'Inde, et les mots techniques d'origine grecque que l'on rencontre dans les *Siddhantas*, ont passé jusque chez les Khmers. Mais il y a certaines déterminations numériques que je n'ai pu, jusqu'à présent du moins, retrouver dans les textes sanscrits qui ont été traduits, et je serais porté à croire qu'une étude systématique des *Manuels* comme celui dont je parle, dans les pays où domine la religion bouddhique, fournirait des résultats intéressants, en mettant en lumière une tradition quelque peu différente de la tradition brahmanique. Actuellement ces *Manuels* semblent encore relativement faciles à se procurer ; mais bientôt sans doute, s'ils ne disparaissent pas, la tradition sera altérée par des emprunts à la science occidentale et elle deviendra dès lors incompréhensible [*1*].

1. Dans son livre : *Le Bouddhisme au Cambodge* (Paris, Leroux, 1899), ainsi que dans deux articles de la *Revue scientifique* (16 oct. et 4 déc. 1897), M. Leclère a donné quelques détails curieux sur l'astronomie cambodgienne.

[*1*. V. la communication orale, sur un *Manuel d'astronomie cambodgienne*, analysée dans les procès-verbaux sommaires, p. 311-313 du Congrès international d'histoire comparée (Paris 1900, 5ᵉ section), histoire des sciences (Paris, Colin, 1901). Ce volume a été édité par Paul Tannery. V. remarque sur ce *Manuel* dans la *Revue philosophique*, 1900, t. L, p. 546.

Le travail de Tannery reste inachevé. Il semble cependant présenter assez d'intérêt pour être publié. Mais la tâche est devenue plus difficile

mérite, et de beaucoup, le plus d'intérêt de notre part. Les Arabes d'Orient et d'Occident, aussi bien que les Persans, ont accompli des travaux considérables sur lesquels nous sommes imparfaitements renseignés. Je dois signaler la grandiose publication de *Opus astronomicum* d'Albattani, entreprise par l'Observatoire de Milan et procurée par C.-A. Nallini. Il y a là un exemple bien digne d'être imité. D'un autre côté, grâce à M. Suter (*Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*, Leipzig, Teubner, 1900), nous possédons désormais un répertoire bibliographique facilement utilisable pour les non-arabisants, et qui peut rendre les plus grands services pour orienter les recherches historiques.

III

Une rapide inspection de l'ouvrage que je viens de mentionner en dernier lieu montre clairement que l'étude de l'astronomie chez les Arabes a été provoquée par les croyances astrologiques. Ce sont les mêmes croyances qui ont assuré à la science la protection des souverains abbasides, comme plus tard celle des princes mongols; ce sont elles qui ont suscité l'établissement d'observatoires bien supérieurs à ceux des Grecs et qui ont si longuement maintenu en Orient la vitalité de l'astronomie à travers les sanglantes péripéties de l'histoire politique, jusqu'au jour où les anciennes races, au concours desquelles l'Islam avait dû l'éclat de sa civilisation, se trouvèrent trop épui-

par la mort de M. Adhémar Leclère survenue peu de temps après son retour en France.

Cf. *Correspondance scientifique* avec Schiaparelli. Lettre du 4 fév. 1900.]

sées pour façonner à leurs mœurs les derniers essaims de hordes barbares sortis des steppes asiatiques. C'est enfin le même mobile qui, dans l'Occident latin, excita au Moyen âge l'intérêt pour une étude des mouvements célestes qui dépassât les besoins du calendrier; et jusqu'au milieu du dix-septième siècle, l'astrologie resta en réalité la mère nourricière de l'astronomie.

Cette singulière maladie de l'esprit humain a donc, en fait, rendu à la science des services incontestables. Mais dans quelle mesure l'histoire de l'erreur astrologique est-elle intéressante pour celle du progrès vers la vérité, voilà ce qu'on commence seulement à se demander. Or pour répondre sûrement à cette question, il faudrait d'une part connaître d'une façon un peu précise l'histoire de l'astrologie, de l'autre compulser l'énorme fatras des manuscrits astrologiques inédits, afin de savoir quels documents proprement astronomiques ils peuvent contenir.

Sur le premier point, nous possédons depuis 1899 un volume d'une importance capitale, *L'Astrologie grecque*, de M. Bouché-Leclerq (Paris, Leroux, 658 p. in-8). L'auteur s'est limité presque exclusivement aux textes publiés : la tâche était déjà assez considérable et il s'en est acquitté avec un plein succès. On peut apprendre aisément dans son livre ce qu'était l'astrologie chez les anciens et quelles évolutions elle a subies, depuis le temps d'Alexandre jusqu'au triomphe du christianisme. Malheureusement, la question des origines, liée au progrès de l'assyriologie et de l'égyptologie, reste encore passablement obscure. D'un autre côté, un travail comme celui de M. Bouché-Leclerq serait indispensable en ce qui concerne l'astrologie arabe, d'une part, l'astrologie de la Renaissance, de l'autre.

toute l'apotélesmatique repose sur la construction du *thème généthliaque*. Déterminer la position des astres à un moment précis du passé (celui d'une naissance ou d'une conception), tel est le problème, d'ordre absolument scientifique, quoiqu'en réalité inverse de celui de l'astronomie ; car, dans cette science, l'objet principal est de prévoir la position des astres dans l'avenir, afin de comparer les prédictions aux observations et de corriger la théorie d'après cette comparaison.

Au début, le thème astrologique ne s'établissait qu'avec une approximation assez grossière. On se contentait de placer un signe du zodiaque dans chacune des divisions (*maisons*) du système de repères fixes par rapport à la terre, et de rapporter de même chacune des sept planètes à la *maison* où elle devait se trouver [*1*]. Cela faisait déjà près d'un million de combinaisons, soit une variété beaucoup plus grande en fait que celle qu'offraient les autres procédés divinatoires qui faisaient alors concurrence à l'astrologie. Mais cette richesse était encore insuffisante ; afin qu'un mode de divination prospère véritablement, il faut que le talent du devin trouve d'inépuisables ressources pour adapter les règles *judiciaires* suivant les circonstances, pour transformer à volonté la signification d'une combinaison, pour maintenir la crédulité en montrant que l'art est infaillible et que, si une prédiction est fausse, l'erreur est du fait de l'homme, qui a négligé à tort quelque règle particulière.

Ce motif a amené dans l'astrologie une complication extraordinaire, qui en rend l'étude passablement rebutante ; cette complication se fait déjà sentir dans l'œuvre de Ptolémée, mais elle s'exagère surtout chez les Arabes. En fin de compte, elle aboutit

[*1*. Voir plus haut, t. IV, n° 14.]

à réclamer une exactitude de plus en plus grande dans la détermination des positions, donc à demander des tables astronomiques de plus en plus rigoureuses. Mais le progrès sous ce rapport activa à son tour la tendance à compliquer le problème astrologique, et l'édifice, surchargé, s'effondra sous son propre poids[1], bien plutôt que sous l'effort de la science positive.

J'ai essayé d'indiquer, dans les lignes qui précèdent, comment de l'état de l'astrologie à une date donnée, on peut tirer des inductions sur l'état de l'astronomie à la même date. Mais quelle importance ou quelle sûreté peuvent avoir ces inductions, il est difficile de le préciser actuellement. En tout cas, il serait indispensable de prendre comme point de départ, non pas des écrits théoriques d'astrologie, comme ceux de Ptolémée, qui correspondent à des desiderata plutôt qu'à des faits, mais bien des thèmes réels. Tout compte fait, il y a un travail considérable à accomplir; mais le profit à en tirer, au moins au point de vue de l'histoire de la science, reste incertain et peut-être assez maigre pour qui n'envisage pas l'histoire des erreurs de l'esprit humain comme intéressante en elle-même.

Il en serait autrement si l'on arrivait à débrouiller les origines de l'astrologie. En réalité, on n'a pas jusqu'à présent prouvé l'existence de thèmes généthliaques avant l'époque où les conquêtes d'Alexandre mirent en contact direct l'astronomie grecque et l'astronomie chaldéenne. Depuis le troisième siècle avant notre ère, le thème se propage et se multiplie jusque dans les contrées les plus éloignées de son berceau supposé, la Chaldée : on le

contraire, les monuments les plus anciens ne nous montrent guère les Chaldéens que comme observant surtout les éclipses, dans le but de les faire servir à leurs prédictions d'après des règles qui subsistaient encore au temps de Ptolémée, mais que l'astrologie classique n'a pas recueillies. Je n'ai pas besoin d'insister sur l'importance de ces observations d'éclipses, bien connues dans l'histoire de l'astronomie.

Les Grecs, à l'origine, ignorent la divination par les astres; ils sont cependant imbus de la croyance à l'influence météorologique des levers et couchers des étoiles fixes; d'autre part, dans leurs mois lunaires, Hésiode distingue déjà des jours heureux et malheureux; c'est le germe de la doctrine des *élections*.

Hérodote (II, 82) trouve l'astrologie en Égypte. « Ils ont encore « imaginé ceci : chaque mois, chaque jour appartient à quel- « qu'un des dieux, et tout homme peut prévoir, d'après le *jour* « de sa naissance, ce qui lui arrivera, comment il mourra et quel « il sera. Les poètes grecs se sont approprié cette croyance. » Nous savons très bien que cette dernière affirmation est inexacte, et que le mythe des Destinées n'a rien d'astrologique. La généthliaque égyptienne semble d'autre part avoir été alors bien peu avancée, si elle ne considérait que le jour (et non l'heure). Dans l'*Art d'Eudoxe* (dont la rédaction n'est que du second siècle avant notre ère), l'influence des planètes est bien reconnue, mais une doctrine qui n'en tient pas compte et ne considère que le degré du zodiaque où se trouve le soleil, est toujours bien vivante.

Or cette doctrine, nous la connaissons de reste; c'est celle qu'exposera Manilius et qui se perpétuera sous la forme très simplifiée du signe présidant à la naissance. On a par suite été porté à croire que c'était là la véritable doctrine égyptienne, et à laisser aux Chaldéens celle qui concerne l'influence des planètes.

L'opinion que je rappelle ici n'est guère plus en faveur, mais je ne vois pas que l'on ait eu des motifs bien décisifs pour l'abandonner. Sans doute, comme je l'ai moi-même remarqué il y a vingt-trois ans[1], l'astrologie orientale a pu n'avoir qu'un berceau, mais, pas plus que la vérité, l'erreur n'a point de patrie, et bien avant Hérodote, au temps où les légendes classiques placent le roi-astronome Necepsos, les légions victorieuses d'Assour-akhé-idin ou d'Assour-ban-habal pouvaient implanter sur la terre d'Égypte les superstitions chaldéennes. Cependant, aux bords du Nil, l'évolution de l'astrologie a pu affecter une forme particulière, et jusqu'à la découverte de documents suffisants, la question que j'indique me semble devoir rester ouverte.

IV

En tout cas, c'est, à mon avis du moins, un des principaux mérites de M. Bouché-Leclercq d'avoir bien mis en lumière ces deux faits : la diffusion des croyances astrologiques dans le monde de l'antiquité classique a été accomplie par l'intermédiaire de Grecs (sinon de race, au moins d'éducation) qui ont marqué ces croyances de leur sceau; elles ont mis environ deux siècles à s'élaborer avant de revêtir la forme que nous connaissons et avant d'acquérir le degré d'influence sociale qui leur a assigné un rôle historique. En particulier : la semaine astrologique[1] est une conception qui n'est guère antérieure à l'ère chrétienne (thèse déjà soutenue par Letronne); l'épithète de *Chaldæi*

nalité.

L'étude des inédits astrologiques grecs ne semble pas susceptible d'infirmer ces conclusions, eu égard à leur âge généralement récent (la plupart sont des compilations byzantines), et à la rareté des documents réellement antiques qu'ils renferment. Cependant, comme je l'ai déjà dit plus haut, il y a là une mine dont l'exploitation est tout indiquée, soit pour approfondir davantage l'histoire de l'astrologie ancienne, soit pour chercher de nouveaux matériaux utilisables dans l'histoire de l'astronomie.

Une grande entreprise coïncidait à peu près avec celle de M. Bouché-Leclercq. M. Franz Cumont a conçu le plan d'un *Catalogus astrologorum græcorum*, donnant le dépouillement méthodique des manuscrits et comprenant la publication des textes particulièrement importants. Pour ce travail, il s'est adjoint des collaborateurs, parmi lesquels il me suffira de citer aujourd'hui Fr. Boll et W. Kroll. Trois fascicules comprenant les manuscrits de Florence, de Venise et de Milan, ont paru depuis 1898, et il est à souhaiter vivement que des accidents, toujours à craindre au cours d'une tâche si considérable, n'entravent point l'achèvement d'une œuvre aussi digne d'intérêt.

Entre temps, Fr. Boll vient de donner une preuve éclatante de l'importance que peuvent avoir des études de ce genre, au moins pour certains côtés de l'histoire de l'astronomie. Sa *Sphæra — neue griechische Texte und Untersuchungen zur Geschichte der Sternbilder* — (Leipzig, Teubner, 1903) est un ouvrage dont on ne saurait d'ailleurs trop louer la conception et l'exécution. Au lieu de chercher à briller par l'ingéniosité de ses combinaisons et par l'originalité de ses thèses, alors qu'il est un esprit particulièrement ingénieux et original, M. Boll s'est astreint à

les faits nouveaux que l'on doit considérer comme acquis, les conjectures que l'on peut émettre, à condition toutefois de ne pas échafauder les hypothèses les unes sur les autres, enfin les points sur lesquels, après avoir rassemblé toute la lumière possible, il vaut encore mieux, tout compte fait, prononcer le *non liquet*. Son livre est donc de ceux où l'on peut apprendre beaucoup et sûrement, mais dont la lecture sera, avant tout, profitable comme enseignement de méthode.

Je vais essayer d'en donner une courte analyse pour terminer cette *Revue*.

Le volume débute par la publication des textes astrologiques inédits indiquant les *paranatellons* des 36 décans (tiers de signes du Zodiaque). Proprement un *paranatellon* d'une constellation est un astérisme qui se lève avec elle ; c'est donc une relation réciproque qui dépend de la latitude. Mais M. Boll a démontré que les astrologues avaient, tout à fait abusivement au reste, étendu cette dénomination aux diverses relations principales qu'ils considéraient ; le *paranatellon* peut être pris par eux à l'horizon du couchant, au méridien (au-dessus ou au-dessous de la terre) ou encore sur le même cercle de longitude ou sur le même colure.

Les textes édités proviennent plus ou moins directement : 1° d'un certain Teucros dit le Babylonien (qui semble en fait avoir été de Cyzique et avoir vécu au premier siècle de notre ère); 2° d'Antiochus, poète astrologue du deuxième siècle (?), qui a cité Teucros, mais en est indépendant ; 3° de Vettius Valens, du deuxième siècle. — L'intérêt de ces textes est qu'ils donnent sou-

le résultat général de ses recherches n'est point négligeable.

A peu près la moitié des noms étrangers à la sphère classique sont franchement égyptiens de sens ou même de forme (Typhon = Grande-Ourse; Osiris = Orion; Anubis = le Lièvre; Isis portant Hor = la Vierge, etc.). Les identifications obtenues par M. Boll lui permettent d'ailleurs une explication d'une partie des figures du célèbre planisphère de Denderah, où il faut remarquer d'autre part que, parmi les constellations zodiacales, le Sagittaire a un type certainement chaldéen.

Les autres désignations non classiques semblent devoir se partager à peu près également, sous le rapport de leur origine, entre la Grèce (doublets populaires ou provenant de fantaisies des poètes alexandrins) et la Chaldée. Cependant il n'y a pas de noms vraiment babyloniens, mais seulement des transcriptions grecques (ainsi Adonis et Aphrodite pour Tammouz et Goula). D'autre part, cette double série offre en général beaucoup plus d'incertitudes pour l'identification que la série égyptienne.

M. Boll aborde ensuite un problème des plus importants, mais des plus obsurs. Les Égyptiens avaient une série de douze animaux, les *dodecahores* (chat, chien, serpent, scarabée, âne, lion, bouc, taureau, épervier, cynocéphale, ibis, crocodile), qu'ils paraissent avoir affectés à douze divisions égales de l'équateur. La discussion des textes et des monuments concernant cette série est du plus haut intérêt. Elle confirme la vue de Humboldt, fondée sur des documents très incomplets, touchant l'analogie entre cette série et celle du cycle des douze bêtes qu'on trouve dans l'Extrême Orient. Mais l'intermédiaire de la transmission des bords du Nil à ceux du Hoang-Ho apparaît d'autant moins que les usages des deux cycles sont tout à fait différents. Celui des

sert seulement à désigner douze années consécutives par des noms différents (comme les sept jours de la semaine ont des noms distincts). Dans l'Inde[1], on a bien rencontré deux monuments où un cycle de divinités représentées par douze bêtes est en relation avec le zodiaque, mais ces monuments semblent de date relativement récente. En Chaldée, on n'a rencontré aucune trace de la série des bêtes, mais l'existence d'un cycle de douze ans, la *dodecaeteris* (probablement liée à la révolution de Jupiter) y est bien attestée.

M. Boll n'a touché que très incidemment un autre problème qui n'est pas davantage résolu et qui concerne également les rapports entre l'astronomie des régions de l'antiquité classique et celle de l'Extrême-Orient. Il s'agit de l'origine des *maisons lunaires* (division du zodiaque en vingt-huit parties égales[2]), qui ont joué un grand rôle dans l'astrologie et que les Arabes ont certainement transmis de l'Inde à l'Occident latin. Cependant il y en a des traces incontestables dans l'astrologie grecque, en particulier pour la doctrine des *élections*. Il se trouve ainsi qu'on peut débattre la question de priorité entre la Chaldée, l'Inde et la Chine.

La troisième partie de l'ouvrage est consacrée à l'histoire de la *Sphæra barbarica*. M. Boll en exclut résolument les noms égyptiens des trente-six décans, donnés par Héphestion et Hermès Trismégiste. Il limite le sens de *Sphæra barbarica* à celui qu'attestent les témoignages antiques; c'était le titre d'un ouvrage du Romain Nigidius (au premier siècle avant notre ère), qui avait également traité de la *Sphæra graecanica*, c'est-à-dire de la

être aussi chaldéennes, le syncrétisme astrologique ayant dû déjà mélanger les sphères de Memphis et de Babylone.

Après avoir recherché les traces d'écrits grecs ayant traité, avant Nigidius, de ces sphères, M. Boll poursuit chez les Latins (Manilius, Firmicus Maternus) la tradition de la *Sphæra barbarica* et la rapproche de la tradition grecque, d'après les textes qu'il a publiés. Il descend jusqu'au Moyen âge et s'attache aux miniatures des manuscrits qui représentent des constellations sous des figures non classiques. Il est très remarquable que ces signatures paraissent avoir longtemps conservé les types antiques avec beaucoup plus de difficulté qu'on ne serait porté à le croire de prime abord. C'est un motif pour compléter les matériaux réunis par M. Boll par de nouvelles recherches; car il y a sans doute encore de riches trouvailles à faire de ce côté.

J'arrête ici cette *Revue* où j'ai essayé surtout de montrer de quel côté s'orientent actuellement les recherches sur l'histoire de l'astronomie qui paraissent devoir conduire aux résultats les plus fructueux. A vrai dire, ces résultats semblent devoir plutôt intéresser l'histoire de la civilisation en général, le *Kulturleben*, que celle de la science proprement dite. Mais il est permis d'espérer que, même dans celle-ci, elles conduiront à rectifier certaines de nos appréciations et aboutiront à jeter quelque lumière sur la filiation des idées, non seulement lors des origines, mais encore pendant la période médiévale.

(Extrait de la *Revue de Synthèse historique*, 1903, t. VI, p. 301-316.)

CONGRÈS DE ROME 1903

PROPOSITIONS AYANT POUR BUT D'ACTIVER LE PROGRÈS DE L'HISTOIRE DES SCIENCES

Relazione del sig. PAUL TANNERY.

Dans sa séance finale du 28 juillet 1900, la 5ᵉ section (Histoire des Sciences) du Congrès international d'Histoire comparée de Paris, 1900, a émis le vœu suivant :

1° Que l'histoire élémentaire des sciences, donnée par les professeurs de sciences eux-mêmes, soit développée dans l'enseignement secondaire et reçoive une sanction dans l'examen du baccalauréat ;

2° Que des cours spéciaux d'histoire générale des sciences soient créés à la Sorbonne, à l'École Normale supérieure, à l'École polytechnique et dans toutes les principales Universités françaises ;

3° Que les Universités soient autorisées à créer un diplôme d'études de l'histoire des sciences.

Ces vœux ont été communiqués à la séance générale de clôture du Congrès et approuvés à l'unanimité.

La 5ᵉ section avait également décidé la constitution d'une commission permanente composée de MM. Paul Tannery, Dʳ Dureau, André Lalande, Dʳ Sicard de Plauzoles, et autorisée à s'adjoindre

de nouveaux membres[1]. En dehors de la publication des travaux du Congrès, cette commission a été chargée d'étudier l'organisation d'une société d'histoire générale des sciences, la fondation d'une revue, et la réunion future d'un nouveau Congrès.

Sur ce dernier point, toute liberté était laissée à la commission pour séparer au besoin la section de l'organisation permanente des Congrès internationaux d'histoire comparée, et pour la faire entrer dans toute combinaison assurant son autonomie.

C'est comme président de la commission en question et en même temps comme ayant été président de la section d'histoire des sciences du *Congrès de* Paris, 1900, que j'ai demandé à faire cette communication à la section correspondante du Congrès de Rome, 1903. Ce Congrès s'étant organisé, sur l'initiative italienne, indépendamment de tout groupement antérieur, mais s'étant annoncé depuis longtemps comme devant avoir une extension donnant toute satisfaction aux désirs de la commission que je préside, je ne pouvais, je crois, mieux faire que d'attendre la réunion du Congrès de Rome, en m'opposant à toute velléité contraire, afin de proposer à la section d'histoire des sciences de 1903 de renouveler les vœux de la section de 1900, et de mettre en discussion les mêmes questions.

La forme des vœux de 1900 est évidemment calculée pour la France, les membres étrangers présents à la dernière séance de 1900 ayant été trop peu nombreux pour que la section ait pu chercher à donner à ces vœux un caractère international. Je n'ai pas à proposer ici des formules adaptées aux convenances et aux circonstances d'aucun pays étranger; je ferai seulement remarquer que la sanction donnée purement et simplement aux vœux

en mesure de formuler les desiderata correspondants, non seulement pour l'Italie, ce qui n'est pas en question, mais pour d'autres pays étrangers, et en particulier pour l'Allemagne.

Je vais désormais me borner à exposer les questions d'intérêt international que soulèvent les vœux de 1900; il est évident toutefois que je les envisagerai nécessairement au point de vue français, et que je désirerais vivement que la discussion fît ressortir les divergences, s'il en existe, qui proviendraient de ce que ce point de vue peut avoir de trop particulier.

Autonomie de l'histoire générale des sciences. — Le Congrès de 1900 a été le premier, que je sache, dans lequel l'histoire des sciences ait obtenu la constitution d'une section séparée. Le Congrès de 1903 est le second; il est important de savoir si les mêmes idées générales y régneront.

Avant 1900, on pouvait se demander si la conception d'une section autonome était réellement viable, si elle n'aboutirait pas seulement à la lecture de communications de géomètres n'intéressant que les géomètres ou de médecins n'intéressant que les médecins. Peut-être certains savants sont-ils encore disposés à penser que, l'histoire des sciences particulières ne pouvant être bien faite que par les spécialistes de ces sciences, il vaudrait mieux viser à constituer fortement des sections historiques dans les Congrès des mathématiciens, dans ceux des physiciens, etc. Peut-être d'autres croiront que, si l'avenir accroît suffisamment le nombre des travailleurs pour l'histoire des sciences, il s'ensuivra fatalement une rupture et une séparation de fait entre ceux qui, dans les Congrès, se réunissent actuellement comme cultivant un domaine commun.

traires; les communications, nombreuses et étendues, malgré leur caractère de travaux approfondis, n'ont pas été tellement spéciales qu'elles n'excitassent l'intérêt commun. Le désir d'une synthèse de l'histoire des sciences s'est accusé beaucoup plus vivement que je n'étais personnellement disposé à le croire. Sans nier l'intérêt que peut présenter la constitution des sections historiques dans les Congrès des sciences particulières, on a été unanime pour affirmer que l'histoire générale des sciences devait maintenir son autonomie propre et que, si l'on pouvait dès maintenant (ce qui n'est malheureusement pas) réunir un Congrès indépendant pour l'histoire des sciences, avec plusieurs sections suivant les différentes sciences, il n'en conviendrait pas moins de conserver une section propre et distincte pour l'histoire générale.

Peu de temps après la clôture du Congrès d'histoire comparée de 1900, devait s'ouvrir un Congrès de philosophie, avec une section de logique et histoire des sciences, dont l'organisateur s'était assuré diverses communications historiques intéressantes. A ce propos, l'idée a été émise, dans la section que je présidais, qu'il y aurait peut-être lieu de rattacher au futur Congrès de philosophie la section d'histoire des sciences du Congrès d'histoire comparée, à la condition d'exiger une section spéciale pour l'histoire des sciences. Il est certain que ce sujet préoccupe actuellement les philosophes, et d'autre part nombre de savants auraient peut-être plus d'affinité d'esprit avec les philosophes qu'avec les historiens purs. J'ai donc moi-même posé la question, à titre éventuel, dans la dernière séance du Congrès de philosophie de 1900, et il a été convenu, comme je le demandais, qu'elle serait réservée à la discrétion des organisateurs du futur Congrès de philosophie, après discussion avec la commission permanente

ces à se réunir dans un Congrès avec les philosophes; mais, en principe, et faisant abstraction de mes tendances personnelles, je crois qu'il vaut mieux que nous restions, dans les Congrès, unis plutôt avec les historiens proprement dits, parce que, dans l'histoire des sciences, nous employons des méthodes historiques, non philosophiques, parce que, d'autre part, pour nos recherches personnelles, l'aide des historiens peut nous être grandement utile, tandis que, d'un autre côté, ces recherches peuvent nous révéler des documents sans intérêt particulier, pour nous, mais plus ou moins curieux pour l'histoire des institutions, de la littérature, des arts, etc.[1].

En résumé, sur ce point, je demande à la section du Congrès de 1903 de vouloir bien constater sa solidarité avec la section du Congrès de 1900 en affirmant également l'autonomie de l'histoire générale des sciences comme synthèse de l'histoire des sciences particulières.

Je lui demande également d'assurer l'organisation d'une section autonome d'histoire des sciences continuant, dans un futur Congrès, l'œuvre des section de 1900 et 1903. Je n'ai pas besoin de dire que, si une décision est prise dans ce sens, la commission permanente de 1900 considérera sa mission comme terminée sur ce point.

Organisation de l'enseignement de l'histoire des sciences. — Je

1. J'ai tenu, en particulier, à affirmer ce fait par le caractère tout spécial des communications que j'ai imprimées sous mon nom dans le volume où ont été réunis les Mémoires de la Section d'histoire du Congrès de Paris 1900 (Armand Colin, 1902), en sacrifiant d'autres communications plus proprement scientifiques.

suppose que tous les membres de la section sont unanimes pour reconnaître l'utilité d'une organisation régulière de l'histoire des sciences, et je ne crois pas avoir besoin de développer devant eux les motifs à invoquer en faveur de cet enseignement. J'envisagerai donc la question seulement au point de vue pratique, en la posant successivement pour les deux degrés que l'on appelle en France enseignement secondaire et enseignement supérieur.

Au premier de ces deux degrés, il s'agit seulement de donner des notions aussi exactes que possible sur l'histoire des théories qui sont enseignées et sur les formes antérieures qu'elles ont revêtues. On se bornera strictement aux points les plus importants et les plus intéressants. Il s'agit surtout d'éveiller le goût pour les questions historiques, afin de préparer le recrutement des travailleurs, d'étendre le cercle qui se préoccupe de ces sujets, enfin de dissiper le préjugé naturel que la science a toujours été enseignée sous la forme actuelle. Les essais tentés par quelques professeurs semblent suffisants pour prouver que l'enseignement dans ces conditions peut être utilement dirigé sans surcharge effective des programmes. Les indications historiques plaisent aux élèves, et en ouvrant leur intelligence, facilitent la compréhension des théories abstraites et de la portée des expériences. Mais à cet âge, l'esprit n'est pas assez développé pour aborder avec fruit la synthèse des différentes histoires particulières. Des cours spéciaux ne peuvent être dès lors utilement organisés, quand bien même il y aurait un personnel capable d'en être chargé. Enfin on ne voit pas comment ce personnel pourrait être pratiquement constitué, tandis qu'on peut exiger des professeurs des sciences qu'ils aient chacun des notions

Or ceux qui existent sont en général assez médiocres, pour ne pas dire pis; on peut sans doute espérer que les nécessités de l'enseignement susciteront de nouveaux essais plus heureux; mais il n'en est pas moins clair qu'il est indispensable de former spécialement les professeurs de sciences au rôle nouveau dont ils seraient chargés. L'organisation de l'enseignement de l'histoire des sciences au degré secondaire exige donc l'organisation simultanée du même enseignement au degré supérieur. Mais j'insiste sur ce point, pour provoquer une décision spéciale au Congrès de 1903, *il ne faut pas prétendre organiser d'abord l'enseignement supérieur de l'histoire des sciences, et différer d'organiser l'enseignement secondaire*, sous prétexte de l'insuffisance actuelle du personnel des professeurs. Car il importe, si l'on organise l'enseignement supérieur, d'assurer aux cours l'assiduité d'élèves s'instruisant sérieusement de l'histoire des sciences.

Au degré supérieur, on ne peut espérer la création immédiate, dans les centres où se forment les professeurs, d'autant de chaires qu'il y a de sciences particulières; il convient donc de se borner à désirer actuellement la création de chaires d'histoire générale, dont les titulaires, en dehors des recherches particulières qu'ils pourront entreprendre, prendront naturellement pour base les travaux de première main et les meilleurs ouvrages de seconde main. On peut, ce semble, aisément combiner un programme, limité aux matières de licence (en France), qui représente en deux ans un enseignement suffisamment complet pour le but à atteindre. Avec le temps, cet enseignement se fortifiera et se développera naturellement.

Création d'une Société et d'une Revue d'histoire générale des scien-

il me reste à parler, celle d'une *Revue* serait la plus utile. Réunissant les travaux des professeurs de l'enseignement supérieur, provoquant ceux des professeurs de l'enseignement secondaire qui se sentiraient spécialement attirés par ce genre d'études, elle offrirait aux autres un guide sûr et en s'adonnant à rectifier les erreurs des Manuels, elle arriverait sans doute très vite à améliorer très sensiblement l'enseignement secondaire, puis à l'élever et à le diriger.

Mais une telle *Revue*, pour vivre, a besoin de remplir une des trois conditions suivantes : 1° avoir un caractère international et tenter, comme spéculation, une importante maison de librairie; 2° avoir au contraire un caractère national et obtenir, par suite, les subventions d'un gouvernement; 3° être l'organe d'une Société qui en ferait les frais.

La première de ces conditions me paraît actuellement difficile à remplir : en effet l'idée d'une histoire générale des sciences n'est pas encore assez mûrie, assez développée et assez précisée pour qu'une *Revue*, telle que je la conçois du moins, puisse trouver d'emblée une clientèle de lecteurs relativement considérable. Le succès même de la *Bibliotheca mathematica*, que connaissent bien tous les membres du Congrès, semble indiquer qu'il y aurait plus de chances d'arriver à créer des *Revues* spéciales. Une *Revue d'histoire générale des sciences*, avec une rôle surtout didactique pendant une période plus ou moins longue, dirigée vers un but synthétique à une époque où les tendances dominantes sont incontestablement analytiques, n'est pas dans des conditions favorables pour s'imposer.

J'espère, pour mon compte, ne pas terminer ma carrière avant de donner un corps à l'idée que je défends, en esquissant au moins un programme en deux ou trois volumes qui fasse bien

œuvre, et je souhaiterais encore plus de voir fonder le plus tôt possible une Revue internationale et indépendante; mais j'avoue franchement que je n'ose l'espérer.

Quant à la seconde condition, elle présente une difficulté sérieuse; s'il est évident que le pays qui prendrait l'initiative d'une telle création assurerait à sa Revue tous les bénéfices de l'avance et de la diffusion dans les autres contrées, le choix d'un directeur serait essentiellement délicat. Un homme ayant l'autorité et la compétence nécessaires préférera d'ordinaire ne pas se consacrer à la besogne matérielle d'une direction effective de Revue, surtout lorsque cette Revue est à créer, qu'il faut lui imprimer un caractère spécial et former des traditions bien définies. Cette difficulté serait au contraire écartée, si la Revue était l'organe d'une Société où s'imposerait l'autorité d'un Comité de publication.

Reste donc la troisième condition : création d'une Société : je la suppose formée dans une capitale ou du moins dans une très grande ville, ayant des membres résidents, des adhérents nationaux et étrangers. Il y a peut-être assez de chances d'aboutir, et même assez facilement, à une telle formation; le difficile me paraît être plutôt de parvenir à faire réellement vivre cette Société, à lui faire faire une œuvre utile, qui assure son maintien et la garantisse contre l'éventualité d'une dissolution à bref délai. Obtenir actuellement, pour l'Histoire des sciences, la présence assidue, à des séances seulement mensuelles, d'un nombre suffisant d'hommes compétents, chacun dans sa spécialité, et en même temps animés du même esprit et des mêmes tendances générales, voilà ce qui est nécessaire. Dans quel centre intellectuel cette condition sera-t-elle remplie en premier lieu? Voilà

Paris, j'ai cru utile, afin d'éviter un échec qui aurait pu compromettre l'avenir, de proposer au Congrès de 1903 de discuter les questions que je viens de soulever. L'échange des idées fournira en tous cas d'utiles indications sur ce qui a *chance* de réussir et sur ce qui *doit* être tenté. Si cet échange d'idées aboutissait à des conclusions fermes et à une organisation assurée, mes espérances seraient dépassées.

(Extrait des *Atti del Congresso internazionale di scienze storiche*. Roma, 1er-9 avril 1903; vol. XII, atti della Sezione VIII, storia delle scienze fisiche, matematiche, naturali e mediche. Roma, tip. della R. Accad. de Lincei, 1904, pp. 7-13.

[Paul Tannery publia dans ce même volume, pp. 219-229, un article *Sur l'histoire des mots, analyse et synthèse en mathématiques*. Cf. plus haut, t. VI, n° 25.]

UN VŒU

RELATIF A

L'ENSEIGNEMENT DE L'HISTOIRE DES SCIENCES

La Section VIII du Congrès des sciences historiques de Rome 1903 (section d'histoire des sciences mathématiques, physiques, naturelles et médicales) a émis le vœu suivant, conforme à un texte proposé par M. Blanchard (présenté de la part de la Société d'histoire de la médecine de Paris) et à la suite de rapports faits par M. Paul Tannery sur les vœux du Congrès international d'histoire comparée de Paris, 1900, et par MM. Gino Loria et Giacosa sur l'enseignement universitaire de l'histoire des diverses sciences :

« La Section, etc., considérant qu'il est d'une importance « exceptionnelle que l'histoire des sciences obtienne dans l'en- « seignement la part qui lui revient de droit;

« Et tenant compte de la délibération prise par la 5ᵉ Section « du Congrès international d'histoire comparée, tenu à Paris en « juillet 1900;

« Émet le vœu : que cet enseignement soit institué par la

« ments d'histoire des sciences soient introduits dans les pro-
« grammes des enseignements particuliers des sciences au degré
« secondaire. »

La Section s'est proposé en fait un but relativement modeste — celui de constituer un enseignement pour l'histoire des sciences concernant les matières qui correspondent en France aux programmes du baccalauréat et des licences — mais ce but est pratique et susceptible d'être immédiatement atteint, avec une dépense minime.

Le couronnement de cet enseignement, par la création de chaires d'histoire générale des sciences, est incontestablement le *desideratum* pour l'avenir, au point de vue où se place la *Revue de Synthèse historique*; mais il est à coup sûr essentiel de commencer par organiser un enseignement relativement élémentaire, et nous ne pouvons dès lors que nous associer pleinement au vœu du Congrès de Rome.

P. T.

Extrait de la *Revue de Synthèse historique*, 1903, t. VII, p. 100-101.

L'HISTOIRE DES SCIENCES

AU CONGRÈS DE ROME 1903

Parmi les huit sections du *Congrès international des sciences historiques*, tenu à Rome en avril 1903, la *huitième* (Histoire des sciences mathématiques, physiques, naturelles et médicales), par le nombre très élevé des adhésions qu'elle a recueillies — en particulier en Italie — comme par l'activité qu'elle a déployée, a obtenu un succès qu'il importe de signaler d'autant plus que l'organisation de cette section n'avait pas été comprise dans le programme primitif du Congrès, et n'a été décidée qu'après coup, grâce à l'initiative d'un historien en réalité étranger à cette branche d'études, M. Pais.

Cependant il y avait déjà eu un précédent. Le *Congrès international d'histoire comparée*, tenu à Paris du 23 au 28 juillet 1900, et également divisé en huit sections (d'ailleurs sur un autre plan que celui de Rome), avait aussi consacré l'une d'elles, la *cinquième*, à l'histoire des sciences. L'expérience avait donc déjà prouvé que des mathématiciens et des médecins pouvaient s'intéresser réciproquement par leurs recherces historiques et que, même dans des conditions très défavorables, il était possible à une section de ce genre de réunir assez de travaux intéressants

Le Congrès de Rome 1903 a amplement confirmé la vitalité actuelle de l'histoire des sciences; la section VIII a tenu, en cinq jours, neuf séances dont trois extraordinaires; les communications ont été au nombre de 40, qu'on peut classer comme suit :

MATIÈRES.	ITALIEN.	FRANÇAIS.	ALLEMAND.	TOTAL.
Questions générales et bibliographie.	7	2	2	11
Mathématiques.....................	4	1	3	8
Astronomie.....................	1	»	1	2
Physique.....................	6	»	»	6
Chimie.....................	1	»	1	2
Sciences naturelles...............	5	»	»	5
Médecine.....................	3	3	»	6
TOTAL.............	27	6	7	40

Il a été décidé que tous les mémoires remis seraient publiés, et la valeur des communications justifiait certainement cette décision. Mais je m'abstiendrai de les détailler, parce que je désire appeler plus particulièrement l'attention sur les vœux émis par la section.

Tout d'abord, je signalerai un incident qui n'est pas sans importance; à la suite d'une communication très intéressante sur l'invention de la boussole — communication qui établissait nettement, non seulement la fausseté de la date si souvent répétée de 1302, mais aussi ce fait que le prétendu Flavio Gioja

particulière d'une section de *Logique et histoire des sciences* dans le *Congrès de philosophie*, enfin la date choisie pour celui d'*Histoire comparée*, ont malheureusement empêché la présence effective de la plupart des savants

miner des livres d'école une légende depuis longtemps écartée dans les ouvrages vraiment scientifiques.

Le professeur Benedikt, de Vienne, qui présidait la séance, a résolument écarté ce vœu, en faisant très justement remarquer que les questions scientifiques ne se décidaient point par des votes.

C'est un principe dont il est évidemment essentiel de ne pas se départir dans un Congrès, si déplaisant qu'il soit, sans aucun doute, de constater, pour ainsi dire à chaque instant, que dans l'histoire des sciences, les erreurs ont encore plus de chances de se propager que les vérités. Mais le seul remède à chercher dans l'objet est la constitution d'un enseignement qui a fait jusqu'à présent défaut, et c'est à discuter cette question que la section VIII a surtout consacré les séances extraordinaires qu'elle a tenues.

Avant d'exposer les résultats de cette discussion, je mentionnerai brièvement les autres vœux. Ils ont concerné :

1° Une publication séparée (et à un prix facilement accessible) de l'atlas de l'ouvrage de Ginzel sur les *Éclipses de soleil et de lune* pour les pays et les temps de l'antiquité classique. Cette invitation, adressée aux éditeurs Mayer et Müller de Berlin, a surtout son intérêt pour la chronologie en général; mais il était évidemment utile de signaler aux historiens qui s'occupent de ces questions, la supériorité de cet atlas sur tous les travaux analogues antérieurs, et il serait certainement très désirable que les moyens de l'utiliser fussent facilités.

2° La publication, en Italie, des Œuvres de Torricelli et de Volta. Elle pourra très probablement être assurée par les soins de l'Académie des Lincei.

nuscrits scientifiques contenus dans les bibliothèques et archives d'Italie, catalogue comprenant l'édition, au moins par extraits, des textes particulièrement importants. Il a été entendu que ce catalogue devrait s'étendre aux manuscrits concernant les fausses sciences, notamment à celles qui ont trait à la divination (astrologie, géomancie, etc.). Une entreprise analogue, pour les bibliothèques de France, aurait certainement aussi un intérêt majeur, mais je dois surtout saisir cette occasion de remarquer ici que les Italiens ont un talent spécial pour l'organisation de travaux bibliographiques réellement pratiques, et que, dans ce domaine, ils déploient une activité bien digne de remarque.

J'arrive enfin aux propositions pratiques qui ont été faites dans le but d'activer le progrès de l'histoire des sciences, et je rappelle qu'à cet égard le Congrès de Paris 1900 avait émis les vœux suivants :

1° *Que l'histoire élémentaire des sciences, donnée par les professeurs de sciences eux-mêmes, soit développée dans l'enseignement secondaire et reçoive une sanction dans l'examen du baccalauréat;*

2° *Que des cours spéciaux d'histoire générale des sciences soient créés à la Sorbonne, à l'École Normale supérieure, à l'École Polytechnique et dans toutes les principales Universités françaises.*

Les questions de création d'une Société et d'une Revue d'histoire générale des sciences avaient été également agitées et finalement ajournées.

J'avais eu l'honneur de présider les séances de la 5ᵉ section du Congrès de Paris, et à Rome, on m'a fait celui de la présidence de la première journée. C'est ainsi que j'ai ouvert la série

ouverte a été nommée pour faciliter l'échange de vues, et la question a été approfondie sous ses diverses faces.

Pour l'enseignement de l'histoire des sciences au degré secondaire, l'unanimité s'est prononcée immédiatement, et le texte du vœu adopté, qu'on trouvera ci-dessous, a en réalité la même signification que celui de Paris.

Il ne s'agit pas de faire des cours complets d'histoire des sciences, mais seulement de donner des notions rudimentaires (appropriées cependant à chaque âge) et exclusivement relatives aux matières enseignées.

L'introduction officielle de telles notions dans les programmes a déjà été commencée en France, dans des proportions, il est vrai, encore bien modestes; mais elle peut être complètement réalisée sans surcharge effective; à cet égard, l'expérience des quelques professeurs qui n'ont pas attendu la réforme désirable, a donné des résultats concluants. Ces questions intéressent les élèves, et il est aisé d'en profiter pour ouvrir leur esprit, élargir le cercle de leurs idées, et leur faciliter l'intelligence réelle des matières du cours.

Quant à l'organisation de l'enseignement au degré supérieur, le système qui avait prévalu à Paris a soulevé au contraire de sérieuses objections visant son opportunité actuelle et la facilité de le réaliser pratiquement.

Ce système avait pour but de constituer dans les Universités un enseignement historique, véritablement supérieur, destiné à préparer les professeurs du degré secondaire au nouveau rôle qu'on leur imposerait, et en même temps à multiplier autant que possible les centres d'étude pour l'histoire des sciences.

Ce *desideratum* ne pouvait, quant à l'avenir, rencontrer au-

ultérieurement ; mais, eu égard aux circonstances actuelles, il a paru malaisé de l'atteindre à bref délai, soit en raison des dépenses qu'il entraînerait, soit par suite de la difficulté de trouver immédiatement un nombre suffisant de sujets capables. D'un autre côté, il n'a pas semblé satisfaire à la nécessité urgente de remédier à l'ignorance générale, et souvent étrange, de la majorité des étudiants des Universités, en ce qui concerne les premières notions de l'histoire des sciences auxquelles ils se consacrent.

La grande majorité des membres de la section s'est donc prononcée pour l'organisation de cours d'histoire relativement élémentaires, limités aux matières de licence, et divisés en autant de séries qu'il y a de licences (en comptant la médecine pour une), mais répétés de telle sorte que l'on puisse aboutir, au besoin, à la sanction des examens.

Des cours de ce genre semblent pouvoir être facilement organisés dans les Universités allemandes ; en France et en Italie, des subventions de l'État seront plus ou moins nécessaires, mais les frais seront sensiblement moins élevés que s'il s'agissait de créer des chaires nouvelles. Naturellement les Universités auraient toute latitude pour organiser ces cours et suivant les circonstances, deux, trois ou même les quatre séries pourraient être confiées à la même personne. En résumé, le but à atteindre serait beaucoup plus modeste, mais par là même beaucoup plus aisé, et les résultats à espérer sont loin d'être négligeables. C'est donc une solution qui se recommande d'elle-même comme essentiellement pratique.

L'accord s'est fait sur un texte français, rédigé par M. Blan-

le texte italien définitivement adopté.

« La Sezione VIII del Congresso internazionale di scienze sto-« riche (Roma, 1903) ».

« Considerando essere di eccezionale importanza che alla sto-« ria delle scienze venga accordata nell' insegnamento il posto « che la spetta di diritto ;

« Tenendo conto della deliberazione presa della V Sezione del « *Congrès d'histoire comparée*, tenutosi a Parigi nel giulio 1900 : »

« Emette il voto : »

« 1. Che tale insegnamento venga istituito con la creazione di « corsi universitari divisi in quattro serie : 1. Scienze matema-« tiche ed astronomiche. 2. Scienze fisiche e chimiche. 3. Scienze « naturali. 4. Medicina ;

« 2. Che gli insegnamenti della storia nelle matematiche, della « medicina, della fisica, della chimica e delle scienze naturali, « vengano annoverati fra i corsi complementari ;

« 3. Che l'abilitazione alla libera docenza possa essere concessa « anche per la storia delle scienze, secondo la divisione del 1. « comma. »

« La Sezione stessa fa inoltre voto che dei rudimenti di storia « delle scienze vengano introdotti nei programmi dei singoli in-« segnamenti delle scuole mediane [1] ».

Quant à la création d'une Société d'Histoire générale des Sciences et à celle d'une Revue ayant le même objet, l'opinion qui s'est dégagée est qu'il convenait, comme question d'opportunité, d'attendre au moins la constitution réelle de l'enseignement de l'histoire des sciences dans un grand pays pour assurer à l'entreprise des chances réelles de succès. L'organisation de

Sociétés nationales, et spéciales à un groupe plus ou moins considérable de sciences (par exemple pour l'histoire de la médecine), a d'ailleurs été préconisée comme plus facile à réaliser et plus propre à susciter des travaux coordonnés. J'ai, en résumé, gardé de cet échange de vues, l'impression d'ensemble que la conception de l'histoire générale des sciences n'est pas jusqu'à présent suffisamment élaborée pour présenter à la majorité des esprits une idée nette de ce que doit être une telle histoire — en tout cas, autre chose que la juxtaposition des histoires des sciences particulières. Mais c'est là un sujet qui demanderait trop de développements pour que je puisse songer à l'aborder dans ces quelques pages.

Cependant les membres de la Section VIII se sont trouvés unanimes pour assurer en tout état de cause la continuation de leur œuvre en créant une *Commission internationale permanente* ayant pour objet de préparer l'organisation dans les futurs Congrès de sections autonomes d'Histoire des Sciences et en particulier de présenter des rapports sur les progrès de son enseignement. Ont été désignés pour faire partie de cette Commission, avec pouvoir de s'adjoindre des membres, en particulier pour les pays qui n'étaient pas représentés à Rome :

MM. Günther et Sudhoff pour l'Allemagne, Benedikt pour l'Autriche, Blanchard et Paul Tannery pour la France, Giacosa et Gino Loria pour l'Italie [1].

Un Congrès de sciences historiques, analogue à celui de Rome, doit être organisé à Berlin pour l'automne de 1906. Mais comme

l'histoire des sciences les occasions de se rencontrer, la Commission étudie les combinaisons qui pourraient permettre une réunion à l'automne de 1904 ou au printemps de 1905.

[Sans doute Paul Tannery considérait-il les lignes qui précèdent comme un programme ; je les trouve en tête d'un volume de tirages à part d'histoire mathématique intitulé « Mea », dans lequel l'ordre chronologique n'est pas suivi].

(Extrait de la *Revue internationale de l'Enseignement*, 1903. Vol. XLVI, p. 202-207).

TITRES SCIENTIFIQUES

DE

M. PAUL TANNERY.

[Titres présentés aux professeurs du Collège de France et aux membres de l'Académie des Sciences.]

Pantin, le 29 avril 1903.

MONSIEUR,

J'ai l'honneur de vous soumettre mes titres à la chaire d'Histoire générale des Sciences, qui est vacante au Collège de France.

Ces titres sont résumés dans l'article suivant qui m'est consacré dans la *Grande Encyclopédie* :

« TANNERY (Paul), érudit français, né à Mantes le 20 décembre 1843, entré à l'École Polytechnique en 1861, en sortit dans le corps des ingénieurs des tabacs, où il a régulièrement poursuivi sa carrière (il dirige actuellement la manufacture de Pantin). Consacrant ses loisirs à l'étude de l'histoire des Sciences et de celle de la Philosophie, en premier lieu chez les Grecs, il a, à partir de 1876, publié dans la *Revue de Philosophie*, dans les *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, le *Bulletin des Sciences mathématiques*, l'*Archiv für Geschichte*

der Philosophie, la *Revue des études grecques*, la *Revue de philologie*, etc., de très nombreux articles qui lui ont assuré de bonne heure, parmi les savants étrangers, une autorité marquée dans un domaine à peu près délaissé en France. Comme ouvrages à part, il a donné :

« *Pour l'histoire de la Science hellène* (Paris, 1887),

« *La Géométrie grecque* (1887),

« *La correspondance de Descartes dans les inédits du fonds Libri* (1893),

« *Recherches sur l'histoire de l'Astronomie ancienne* (1893).

« Il a publié en outre, en dehors d'importants textes mathématiques inédits (grecs et latins médiévaux) dans les *Notices et extraits des Manuscrits*, une édition critique de *Diophante* (Leipzig, 1893-1895, 2 vol.), et a été chargé par le Ministère de l'Instruction publique de l'édition des *Œuvres de Fermat* (1891-1896, 3 vol.). et, avec M. Ch. Adam, de celle des *Œuvres de Descartes* (parus depuis 1897, 6 vol.). Il a professé pendant deux ans un cours libre à la Sorbonne sur l'histoire de l'arithmétique ancienne, et a remplacé pendant cinq ans, au Collège de France, M. Ch. Levêque dans la chaire de philosophie greque et latine. En 1900, il a présidé le Congrès d'histoire des Sciences qui s'est tenu à Paris[1]. »

A l'article qui précède, j'ajouterai tout d'abord que dans les

pas été réunis en volume représente un ensemble de plus de *douze cents pages* in-8, dont les deux tiers sont consacrés à des questions de l'histoire de la Science chez les Anciens et un tiers à des sujets de la Science moderne ou même actuelle, dans les domaines de l'histoire générale, des mathématiques, de la mécanique, de l'astronomie et des théories concernant la matière.

Je ne parlerais pas des comptes rendus très nombreux que j'ai publiés dans les mêmes recueils, si je n'avais pas été amené à y toucher à peu près toutes les branches de la Science et à y exposer souvent mes opinions personnelles.

En ce qui concerne les ouvrages que j'ai publiés à part, je ferai remarquer que mon premier volume (*Pour l'histoire de la Science hellène. De Thalès à Empédocle*) a particulièrement le caractère d'un ouvrage d'*histoire générale des Sciences*, car il est consacré à l'étude des premières origines communes aux diverses sciences. Voici la plus récente appréciation dont il a été l'objet :

« Cet ouvrage, bien qu'il soit un recueil d'articles parus d'abord isolément[2], ne vaut pas seulement par la remarquable érudition de l'auteur, mais aussi par l'originalité de ses vues et de sa méthode historique. Savant lui-même, il a pensé que les

1. En dernier lieu, M. Gaston Paris m'a demandé ma collaboration pour le *Journal des Savants*.

2. Dans la *Revue philosophique*. Toutefois, dans mon volume, j'ai refondu ces articles pour leur donner plus d'unité, et j'ai raccourci ou supprimé divers développements sur des théories contemporaines (comme l'entropie, ou le concept du continu d'après G. Cantor), relatives aux questions soulevées par les premiers penseurs grecs.

matiser leur pensée autour d'un centre métaphysique, comme l'avaient fait Aristote et la plupart des historiens après lui, il s'est imposé pour règle de n'aboutir à leur philosophie qu'après avoir analysé d'abord leurs opinions en matière de science positive. Et de même il ne s'est pas plus contenté sur eux des documents d'Aristote que de ses idées, il a presque renouvelé notre connaissance des doxographes par l'usage qu'il en fait. » (ANDRÉ LALANDE, *Revue de synthèse historique*, avril 1901.)

De fait, dans ce volume, j'ai essayé pour la période de la Science grecque antérieure au temps d'Hippocrate, de présenter un tableau aussi complet que possible des connaissances positives et des hypothèses scientifiques, et, d'un autre côté, d'exposer comment, dans un mouvement intellectuel dont le caractère véritablement scientifique dans son principe me semblait méconnu, s'introduisirent successivement en le dénaturant des questions d'ordre métaphysique, dont les progrès de la Science moderne elle-même ne pouvaient pas amener la solution.

Je puis dire avec quelque fierté que, sans avoir eu une éducation philosophique spéciale, je suis parvenu à faire au moins comprendre, par ce Volume, à ceux qui s'occupent de l'histoire de la philosophie, que la méthode antérieure devait être profondément modifiée pour les questions connexes à la fois à l'histoire des Sciences et à celle de la Philosophie ; et tandis qu'à l'étranger ma collaboration était immédiatement réclamée avec instance pour l'*Archiv für Geschichte der Philosophie*, qui se fondait précisément en 1887, M. Ch. Lévêque me faisait l'honneur de me choisir un peu plus tard pour le remplacer pendant les semestres d'hiver.

Collège de France, j'ai cherché, sans modifier outre mesure le caractère de la chaire, à faire la part la plus large possible à la science positive. C'est ainsi, en particulier, que mes leçons sur la *Physique* et sur le *Traité du Ciel* d'Aristote ont compris une étude approfondie des travaux de Galilée qui ont amené la ruine du système péripatéticien.

Après un laps de cinq ans, j'ai dû renoncer à cet enseignement, ainsi qu'à la plupart de mes collaborations, pour me consacrer au travail de l'édition de la *Correspondance de Descartes* qui vient d'être terminée. Mais depuis cette époque, j'ai eu l'occasion, en rédigeant les chapitres consacrés au développement scientifique depuis le treizième siècle jusqu'à nos jours, dans l'*Histoire générale* de MM. Lavisse et Rambaud, de tracer, dans un cadre nécessairement très restreint, une esquisse de ce que peut être une Histoire générale des Sciences.

Quant à mes autres travaux, ils ont été plus particulièrement consacrés, soit à l'Histoire des Mathématiques et de l'Astronomie, soit à la publication, avec commentaires, de documents inédits.

Mes *Recherches sur l'Histoire de l'Astronomie ancienne* sont affectées à l'analyse et à la critique au point de vue moderne des théories classiques chez les Grecs, ainsi qu'à l'étude de leur développement. Je puis dire que désormais cet ouvrage fait autorité et que, sous une forme plus brève et plus complète cependant, il remplace les anciens Traités sur la matière.

Mon ouvrage, la *Géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons*, a pour objet l'examen critique des sources de cette histoire, d'après les règles qui sont aujourd'hui consacrées en Philologie, mais qui n'avaient pas encore été suffisamment appliquées aux origines de la mathémati-

ment relative à ces origines.

Mon ouvrage, la *Correspondance de Descartes, dans les inédits du fonds Libri, étudiée pour l'Histoire des Mathématiques*, a été destiné à faire connaître les parties scientifiques de cette correspondance, ainsi que de curieux pamphlets mathématiques anonymes dirigés contre Descartes, et dont j'ai déterminé l'auteur, Jean de Beaugrand; enfin à élucider l'histoire de la polémique entre Descartes et Roberval.

Ces deux derniers ouvrages ne comportent au reste chacun que l'étendue d'un demi-volume.

En revanche, les Introductions que j'ai rédigées pour les textes que j'ai publiés (seul ou en collaboration) dans les *Notices et Extraits des Manuscrits*, constituent des chapitres importants pour l'Histoire des Mathématiques, soit dans l'antiquité, soit pendant le Moyen âge. Je me bornerai à en donner les titres :

Notice sur des fragments d'onomatomancie arithmétique (1885).

Les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas (1886).

Un nouveau texte du Traité d'Arpentage et de Géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus (1896).

Le Traité du quadrant de Maître Robert Anglès (*Montpellier, XIIIe siècle*) (1897).

Une correspondance d'écolâtres du XIe siècle (1900).

Mais je n'insisterai pas plus longtemps sur mes travaux relatifs à l'Histoire des Mathématiques, et je crois inutile de mettre en relief tout ce que j'ai fait dans un domaine où mon autorité est incontestée depuis vingt ans, alors que les résultats auxquels je suis parvenu ont été largement utilisés et vulgarisés, soit dans

ne pas énumérer les ouvrages moins considérables.

Quant aux éditions savantes que j'ai entreprises de moi-même ou dont j'ai été chargé, je ne les considère pas en elles-mêmes comme un titre pour la chaire à laquelle je me présente, mais je puis faire remarquer que leur préparation m'a conduit, d'une part, à des études approfondies du mouvement scientifique pendant diverses périodes particulièrement importantes (comme le seizième et le dix-septième siècle) ou mal connues (comme le Moyen âge); que, d'un autre côté, j'ai été ainsi amené à connaître un nombre considérable de documents inédits intéressant les Sciences les plus diverses.

En résumé, depuis plus de trente ans, et uniquement, jusqu'à présent, pour satisfaire mes goûts personnels, je me suis constamment efforcé d'accroître mes connaissances sur l'Histoire générale des Sciences, en remontant aux sources et en essayant de dissiper au moins quelques-unes des nombreuses erreurs qui entachent les ouvrages les plus répandus sur la matière. La création d'une chaire spéciale au Collège de France a cependant, depuis dix ans, offert un but précis à ma pensée, en m'ouvrant la perspective de pouvoir agir efficacement en France afin d'y développer un genre d'études qui y est négligé, de contribuer à l'organisation méthodique du travail dans ce domaine, et de former réellement une école que je ferais profiter de l'expérience que j'ai acquise.

Aujourd'hui que cette chaire est vacante et qu'aucun concurrent, quelque incontestable que puisse être d'ailleurs sa valeur, ne peut, *comme historien*, faire valoir des titres comparables aux miens, je me présente avec confiance aux suffrages de l'Assemblée des professeurs du Collège.

Cependant je ne me dissimule pas que, soit la nature de ceux de mes travaux qui ont été le plus remarqués, soit le genre de réputation qu'ils m'ont valu, peut faire naître la crainte que l'enseignement que je donnerais ne soit trop exclusivement limité, ou bien au domaine mathématique, ou bien aux époques reculées pour lesquelles l'histoire de l'évolution des connaissances est plutôt celle des erreurs de l'esprit humain, ou encore que cet enseignement ne prenne un caractère trop philosophique qui ne doit appartenir qu'à d'autres chaires.

Je crois pouvoir répondre très nettement sur ces trois points, et j'ai l'honneur, Monsieur, de vous prier de vouloir bien accorder toute votre attention aux remarques que je vais présenter à cet égard :

1° La prépondérance de la part que les Mathématiques ont prise dans mes écrits tient simplement à deux motifs dont il est aisé de se rendre compte. En étudiant l'Histoire des Sciences particulières, j'ai trouvé, dès le début, pour les Sciences mathématiques, des Ouvrages déjà très remarquables qui me fournissaient un excellent point de départ pour essayer de combler les lacunes qu'ils présentaient ou de rectifier les erreurs qui me paraissaient s'y être glissées. Pour les autres Sciences, j'étais loin de trouver l'Histoire aussi avancée, et je devais poursuivre de bien plus longues études avant de déterminer seulement les points que je pouvais aborder utilement. D'un autre côté, l'activité qui commençait à se dessiner à l'étranger pour l'Histoire des Mathématiques et qui depuis s'est singulièrement accrue, me permettait d'espérer, de ce côté, ce que j'ai trouvé en effet, des lecteurs et

pendant plusieurs années, je n'ai naturellement pas l'intention de leur donner un caractère mathématique qui exigerait des auditeurs une préparation spéciale, et qui serait mieux approprié à des écrits.

Je puis d'autant moins avoir cette intention qu'en réalité, de par mon éducation scientifique et de par mon métier, je ne sais pas plus de Mathématiques et je sais moins d'Astronomie que je ne sais de Physique, de Chimie ou même d'Histoire naturelle. Mais si j'ai, je crois, amplement donné la preuve que je pouvais approfondir historiquement une question mathématique, sans être autre chose qu'un mathématicien amateur, je pense avoir en même temps fourni celle que je suis capable de faire la même chose dans d'autres domaines. Obligé professionnellement à me tenir au courant des applications de la Science moderne, conduit par goût à m'instruire des théories nouvelles les plus saillantes, je ne prétends naturellement pas pour cela à la Science universelle ; je ne prétends même pas (surtout aujourd'hui et en raison même de l'éparpillement de mes efforts) être capable de mener à bien l'Histoire complète d'une Science particulière; mais j'ai la conscience de pouvoir me faire écouter utilement sur des sujets appartenant aux branches les plus diverses de la Science et que j'ai été amené à approfondir par telle ou telle circonstance.

2° Ce que je viens de dire suffit également pour vous faire comprendre, Monsieur, que je n'aurais pas davantage l'intention de choisir les sujets de mes cours dans l'Antiquité ou dans le Moyen âge. J'ai jugé indispensable d'étudier suffisamment ces époques afin de faire comprendre exactement les détails de l'évolution scientifique à partir de la Renaissance; j'ai jugé intéressant de rééditer certains textes ou d'en publier d'inédits; pour

atteindre ce double but, j'ai dû acquérir seul des connaissances philologiques et paléographiques dont je pourrais me glorifier dans une autre circonstance; mais, dans celle-ci, elles ne doivent être considérées que comme une preuve de la variété des connaissances que j'ai pu et que je peux toujours acquérir, à un âge où je me sens encore dans toute ma vigueur intellectuelle. Toujours désireux de marcher en avant, je n'ai pas plus le désir de revenir sur les sujets que j'ai traités par écrit, que je ne puis avoir l'idée, en parlant des publications que je puis encore préparer, de donner au Collège de France, dans la chaire à laquelle je me présente, un enseignement dont la place serait à l'École des Hautes études.

3° En ce qui concerne la Philosophie, j'ai au moins gagné à son contact la conviction profonde que les méthodes historiques sont radicalement différentes des méthodes philosophiques et que, par suite, l'enseignement de l'Histoire des Sciences en particulier doit être absolument séparé de ce qu'on appelle aujourd'hui, plus ou moins improprement, la *Philosophie des Sciences*. Si nombre de philosophes, même éminents, me font l'honneur de me traiter comme un de leurs pairs, je ne puis qu'en être confus; en réalité, je ne me suis jamais assimilé réellement qu'une seule philosophie, celle d'Auguste Comte, et cela à vingt-deux ans; et c'est même son influence sur moi qui a provoqué mes travaux, dont le but était de vérifier et de préciser ses idées sur l'Histoire des Sciences.

Mais, depuis, le comtisme est entré lui-même dans le domaine historique, le seul sur lequel j'aie abordé les doctrines antérieures; or leur étude est nécessaire pour se rendre un compte exact

se former une opinion juste d'un grand penseur, si on ne l'étudie pas sous toutes ses faces. Mais tout ce qu'il est utile qu'un professeur sache est loin de devoir faire l'objet d'un enseignement. L'Histoire de la Science au dix-neuvième siècle serait certainement aussi incomplète si l'on négligeait de faire ressortir la curieuse influence exercée sur la Science en Allemagne par la *Philosophie de la Nature* que si l'on passait sous silence celle qu'a eue en France l'action d'Auguste Comte. Mais ce n'est pas là évidemment un motif suffisant pour exposer dans une chaire d'Histoire générale des sciences les doctrines de Schelling ou celles du positivisme. Et, quant à la mesure à garder pour les allusions à faire dans un cas comme dans l'autre, l'expérience que j'ai acquise dans les leçons que j'ai professées au Collège de France suffirait pour m'enlever toute velléité de la dépasser.

Ces explications, peut-être trop longues, vous ont permis, Monsieur, de me juger tel que je suis en réalité, mieux que si je vous avais donné de plus longs détails sur les travaux que j'ai publiés. Avant de terminer, je n'ajouterai que quelques mots. Pour ces travaux, je n'ai jamais jusqu'à présent cherché aucune récompense, ni aucune distinction; c'est donc sans aucune démarche de ma part que j'ai été honoré en 1887 d'un prix pour l'ensemble de mes opuscules historiques, par l'Association pour l'encouragement des études grecques en France, dont je suis actuellement vice-président; que, d'autre part, j'ai été nommé membre étranger par l'Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Padoue, et par la Société Royale de Danemark; enfin, c'est à mon corps défendant que je viens d'accepter, au Congrès des Sciences historiques de Rome 1903, la présidence d'un Comité

international permanent pour l'organisation de Sections d'histoire des Sciences dans les futurs Congrès.

J'ai l'honneur de vous prier, Monsieur, de vouloir bien agréer l'expression de mon profond respect.

PAUL TANNERY.

[Plusieurs passages de cette lettre ont été cités depuis dans différentes notices sur Paul Tannery.]

APPENDICE

PAUL TANNERY JUGÉ PAR H.-G. ZEUTHEN

[Extrait d'une notice [1] intitulée : L'œuvre de Paul Tannery comme historien des mathématiques.]

Dans une lettre du 10 janvier 1904 [2], après avoir parlé de l'origine de la chaire d'Histoire générale des sciences au Collège de France et après m'avoir expliqué comment lui-même il avait été conduit à étudier cette histoire, Paul Tannery continue ainsi :

« A une époque où la tendance est plutôt déclarée pour l'étude isolée de l'histoire de chaque science en particulier, je crois être le seul en Europe qui sois capable de reprendre sérieusement le point de vue général du fondateur du positivisme et en même temps de montrer qu'à côté des histoires spéciales, une histoire générale garde son intérêt même au point de vue pratique du progrès historique. »

[Et H.-G. Zeuthen ajoute] :

Ce n'était point de sa part une vaine prétention, c'était la simple vérité. Peut-être quelqu'un de ceux qui cultivent l'histoire d'une science spéciale,

[1. *Bibliotheca mathematica*, 1905, série III, tome VI, pp. 257-292.
[2. Cf. *Correspondance scientifique*.

connaissant les difficultés que présentent déjà les études plus restreintes, sera-t-il disposé à mettre en doute la possibilité de cultiver tout en général l'histoire des sciences et à craindre que la généralité ne soit obtenue qu'aux dépens de l'exactitude du détail; mais pour eux la véritable preuve de la possibilité de cette tâche et de son utilité « même au point de vue pratique du progrès historique », c'est : Paul Tannery.

PLAN DU COURS DE 1884

[Extrait d'une lettre de Tannery du 31 janvier 1884 à G. Enestrom; publiée en 1905 dans la même notice.]

« Dans le cours que j'ai l'intention d'ouvrir en France, à la Faculté des Sciences de Paris, à partir du 15 mars 1884, je me propose moins de traiter *ex professo* l'histoire des mathématiques, que d'approfondir certaines questions pour familiariser les auditeurs avec les problèmes que soulève cette histoire et pour essayer de former des travailleurs. Je crois en effet qu'un très grand nombre d'études de détail seront encore nécessaires avant que l'on puisse enseigner réellement l'histoire des mathématiques. Je ne consacrerai à ce cours qu'une leçon d'une heure environ par semaine. Après un exposé général et succinct des principales périodes dans lesquelles on peut diviser l'histoire des mathématiques, j'aborderai la numération parlée, écrite pour les nombres entiers, pour les nombres fractionnaires, les opérations de l'arithmétique, les solutions des problèmes du premier et du second degré, les débuts de l'algèbre et de la théorie des nombres, en essayant de traiter, d'après les sources, successivement

cessivement l'étude complète du papyrus RHIND, en suivant l'histoire des connaissances déjà acquises dans ce document, sauf pour la géométrie.

« Si mon cours a quelque succès, je ferai l'année prochaine sur un plan analogue l'histoire de la géométrie, et l'année suivante celle de l'astronomie. »

[Il continua son cours d'histoire des mathématiques en 1885, mais il dut bientôt y renoncer, ayant été nommé Directeur de la Manufacture des tabacs à Tonneins.]

(Extrait de la *Bibliotheca mathematica*, 1905, 3e s., t. VI, p. 258. *Notice sur* Paul Tannery).

LA CHAIRE D'HISTOIRE GÉNÉRALE DES SCIENCES

AU COLLÈGE DE FRANCE

1903-1904

[Au sujet de la chaire d'histoire générale des sciences au Collège de France. — Nous reproduisons ici à titre de documents la lettre de M. Pierre Baudin à M. Chaumié, ministre de l'Instruction publique, et un court article de M. Chantavoine; ils résument les impressions générales d'alors et faciliteront la lecture des OBSERVATIONS faites par Paul Tannery à « un positiviste » que l'on trouvera plus loin.]

LA CHAIRE D'HISTOIRE GÉNÉRALE DES SCIENCES

AU COLLÈGE DE FRANCE

Par un décret paru à l'*Officiel* le 29 décembre 1903, et rendu sur la proposition de M. Chaumié, Ministre de l'Instruction publique, l'enseignement de l'*Histoire générale des Sciences* au Collège de France a été confiée à M. Wyrouboff.

Cette chaire était devenue vacante par le décès de M. Pierre Laffitte, survenu le 4 janvier 1903. Le 29 mars, l'assemblée des professeurs avait voté le maintien du titre. Ce ne fut que le 31 juillet que la vacance fut déclarée par arrêté ministériel et que l'assemblée des professeurs fut dès lors invitée, selon la règle, à présenter deux candidats. La désignation porta en première ligne sur M. Paul Tannery, directeur des Manufactures de l'État, dont les travaux sur l'Histoire de la Science et de la Philosophie font autorité en France et à l'étranger. M. Wyrouboff, qui fut présenté en deuxième ligne, n'avait obtenu, pour la première, que 15 voix contre 21 accordées à M. Paul Tannery.

De nos Académies c'était celle des Sciences qui devait être consultée à son tour. La réponse, plus nette encore que celle du Collège de France, fut, le 7 décembre 1903, la présentation en première ligne de M. Tannery à la presque unanimité des suffrages.

Selon les traditions, sa nomination était considérée comme absolument certaine lorsque parut le décret nommant M. Wyrouboff.

C'est à l'occasion de ce fait, qui a causé une vive émotion dans le monde savant et qui met en question le régime même du Collège, que M. Pierre Baudin, ancien Ministre des Travaux publics, a cru devoir adresser à M. Chaumié la lettre ci-après, rendue publique le 31 janvier 1904.

MONSIEUR LE MINISTRE,

Le choix que vous avez fait récemment du titulaire de la chaire d'Histoire générale des Sciences au Collège de France me suggère quelques observations que je me décide à vous soumettre.

Sur l'initiative du Parlement, la chaire de l'Histoire des Sciences fut créée

au Collège de France en 1892; dans la pensée de tous, elle était destinée à M. Pierre Laffitte. La carrière et le caractère de cet homme éminent eussent suffi à lui assurer une place dans la maison de haute culture scientifique qui est une des institutions les plus anciennes et les plus fortes de notre pays.

Peut-être fut-ce là l'intention des initiateurs de cette mesure; ce n'est point ce caractère que les Chambres et le Gouvernement lui ont attribué : le nom de M. Pierre Laffitte ne figure ni dans le décret consultatif ni dans les observations échangées sur les bancs de la Chambre au moment du vote du crédit budgétaire affecté à cette création. Le Ministre de l'Instruction publique, M. Léon Bourgeois, l'a présentée comme une chaire permanente ayant un programme impersonnel et bien défini; il s'exprimait ainsi :

« J'aurais préféré, pour mon compte, donner à cette chaire le nom d'Histoire des Méthodes; mais je ne discute pas sur le nom : qu'on l'appelle Histoire générale des Sciences ou Histoire des Méthodes scientifiques, j'estime qu'elle est indispensable à notre enseignement supérieur; j'estime, comme l'a dit tout à l'heure l'honorable M. Dubost, que c'est le couronnement nécessaire de l'enseignement supérieur. Il n'y a pas d'enseignement supérieur digne de ce nom s'il n'y a pas au sommet une philosophie scientifique : il faut un sommet du haut duquel on puisse dominer l'ensemble des connaissances et en faire véritablement la généralisation; je pense, par conséquent, que cette chaire où doit se donner l'enseignement général et se créer cette philosophie de la Science tout entière est indispensable à un grand pays comme le nôtre.

« Je ne peux m'empêcher de me rappeler qu'un grand philosophe anglais, Herbert Spencer, a écrit un chapitre admirable et plein d'enseignements qui s'appelle *la loi de la découverte des lois;* il y montre, d'une façon remarquable, comment les sciences progressent en s'entr'aidant, comment il est impossible que telle découverte soit faite dans l'une d'entre elles si telle découverte préalable n'a pas été faite dans une autre science; comment l'ensemble des sciences s'enchaîne et comment tout s'y commande.

l'honorable M. Dubost, et je demande à la Chambre de voter les quelques milliers de francs qui sont nécessaires pour donner à notre enseignement ce couronnement indispensable. »

M. Pierre Laffitte se conforma rigoureusement au dessein du ministre : chef reconnu des positivistes qui acceptent et professent l'intégrité de la doctrine du maître et qui pratiquent même les rites de la religion de l'humanité, il ne fit point cependant servir sa parole à la propagande de ce système à la fois scientifique, politique et social.

Il conçut son enseignement de la manière la plus haute : il voulut en faire l'histoire de la civilisation considérée sous le rapport du progrès et de l'évolution des connaissances d'ordre scientifique. Pour lui, c'était la préparation essentielle à la sociologie, comme une synthèse des sciences concourant à travers l'histoire à l'élaboration de l'humanité supérieure.

A sa mort, l'idée de supprimer la chaire fut écartée. L'assemblée des professeurs vota son rattachement à l'Académie des Sciences par une délibération que vous avez vous-même approuvée.

La même assemblée était appelée à présenter deux candidats, en première et en seconde lignes; deux courants s'y manifestèrent. Les uns désiraient une transformation de la chaire; ils visaient ouvertement à y faire arriver un savant qui exposât ses travaux personnels en les rattachant à l'histoire contemporaine de sa propre spécialité; mais les partisans de la chaire de l'Histoire générale des Sciences l'emportèrent par la désignation de M. Paul Tannery. Ainsi le personnel du Collège de France, assez réfractaire au début aux intentions du Parlement, s'y conformait par son choix.

L'Académie des Sciences le confirma : M. Tannery y obtint la presque unanimité des suffrages. Quels étaient ses titres? Ils ne pouvaient, à vrai dire, être contestés par personne : j'entends par aucun de ceux qui ont suivi les travaux de spéculation érudite en France et à l'étranger.

L'Histoire des Sciences n'excite en France, jusqu'à présent, qu'un intérêt assez médiocre, parce que les ouvrages de vulgarisation qui ont été publiés sont sans aucune valeur et que très peu de personnes se doutent de l'attrait que cette histoire peut offrir. Les savants qui s'occupent de l'Histoire de leur science sont d'ailleurs très rares; ceux

qui [illegible] ne peut guère citer aujourd'hui que l'illustre doyen d'âge des professeurs du Collège de France, M. Berthelot.

A l'étranger, au contraire, et particulièrement en Allemagne, il y a eu une remarquable activité déployée dans ce domaine depuis une trentaine d'années. C'est surtout sur l'Histoire des Sciences mathématiques que cette activité s'est portée, grâce surtout à la publication du grand Ouvrage de Moritz Cantor, dont vous avez peut-être entendu parler. Mais ce mouvement qui, aujourd'hui, est très intense et se traduit par la création de chaires spéciales dans les Universités allemandes et par l'institution de seminariums, comme à Munich, a gagné les autres pays étrangers : l'Angleterre, l'Italie, le Danemark, la Suède, la Hollande comptent, pour l'Histoire des Mathématiques, des spécialistes de premier ordre.

M. Paul Tannery est le seul qui ait représenté la France dans ce domaine; mais il l'a dignement représentée. Il y a déjà vingt ans que, sur le vu de ses premiers articles, les savants étrangers les plus éminents le traitaient comme leur pair; depuis lors, tandis qu'il était à peine connu en France, sauf de quelques rares juges capables de l'apprécier, sa réputation à l'étranger n'a fait que grandir et, récemment, une Revue spéciale de Berlin le reconnaissait comme la plus haute autorité pour les Mathématiques anciennes.

Mais il ne s'est pas borné à l'antiquité ni aux Mathématiques : grâce à une puissance de travail singulière[1] en dehors de ses occupations professionnelles qu'il n'a jamais négligées, en dehors d'éditions savantes qu'il a entreprises et auxquelles il a été appelé à collaborer par le Ministère de l'Instruction publique (notamment celle des *Œuvres de Descartes* qui a obtenu l'année dernière le prix Jean Reynaud à l'Académie des Sciences morales et politiques), il a publié d'importants Mémoires et de nombreux articles sur les Sciences du moyen âge et du dix-septième siècle.

Jusqu'à présent, deux Congrès seulement ont réuni les historiens des Sciences; après celui de Paris (1900), M. Paul Tannery, Président de la Commission française chargée de poursuivre les travaux de ce Congrès, a dû accepter à Rome, en 1903, la présidence de la Commission internationale

1. Depuis 1887, M. Paul Tannery a édité, en y comprenant ses propres ouvra-

permanente qui a été constituée : en cette qualité, il s'occupe actuellement de l'organisation du troisième Congrès.

Son volume sur les origines de la Physique (pour l'Histoire de la Science hellène, 1887) a, d'autre part, exercé une influence réelle sur l'*Histoire* de la Philosophie dans ses rapports avec la Science ; et, au Congrès de Rome (1903), la Section de l'Histoire de la Philosophie lui faisait une retentissante ovation.

Tel est l'homme que vous venez d'écarter du Collège de France ; vous avez pour cela usé d'un droit dont l'usage seul est un abus, s'il n'est justifié que par un goût personnel.

Chargés de diriger les grands services de l'État, les ministres doivent, il me semble, exercer leur pouvoir avec un scrupuleux souci d'équité ; les erreurs qu'ils commettent, surtout si elles sont volontaires, ont une répercussion profonde sur l'esprit général de la nation ; mais si elles frappent dans les rangs des hommes supérieurs qui, par leurs travaux et leur rayonnement sur l'élite, tracent et éclairent la route de la masse, elles ont des conséquences lointaines auxquelles notre vie politique, si futile et si changeante, peut seule rester indifférente. Je ne vous ferai pas l'injure de penser que vous avez agi en cette circonstance de votre propre mouvement ; vous avez obéi à des influences qui, pour émaner d'hommes occupant sans doute dans notre société des situations éminentes, n'en sont pas moins souvent fâcheuses.

Elles n'ont pas seulement obtenu de votre complaisance une injustice à l'égard d'une personne ; elles vous ont déterminé à faire violence à la volonté du Parlement.

En effet, le nouveau titulaire de la chaire d'Histoire des Sciences au Collège de France n'est pas et ne peut pas être un professeur d'Histoire générale des Sciences. M. Wyrouboff n'a pas généralisé jusqu'à présent ses travaux, et sa probité scientifique, que nul ne conteste, lui impose de demeurer, comme professeur, dans le domaine où il s'est acquis ses titres de savant : on ne peut que rendre hommage à ses scrupules de conscience en le voyant restreindre son cours à l'*Histoire d'une Science.* Le titre qu'il lui a donné suffit, à lui seul, à justifier la critique : « l'évolution moderne des théories physico-chimiques ».

Ce titre dit assez la distance qui le sépare de l'enseignement de l'Histoire

Direz-vous que vous avez voulu assurer à M. Pierre Laffitte un successeur, comme lui, apôtre du positivisme?

Qu'il me suffise de vous répondre que la Physico-Chimie, terme de cette évolution que doit exposer M. Wyrouboff, est une science nouvelle, ignorée d'Auguste Comte, et dont l'histoire est trop brève pour soutenir l'ample développement de la théorie du maître. A la vérité, l'Histoire générale des Sciences procède du concept comtiste et porte en soi l'enchaînement des étapes positivistes; son enseignement est forcément positiviste. M. Paul Tannery, loin de renier son caractère, n'a pas cessé de l'affirmer dans ses livres et dans les Congrès.

Ainsi la volonté du Parlement n'est observée ni dans son expression, ni dans ses tendances.

Quelques personnes ont pu critiquer la nomination de M. Wyrouboff parce qu'il est étranger de naissance; je ne m'arrêterai pas à ce reproche : notre pays a la juste fierté d'appeler à lui les hommes de toute origine capables d'enseigner dans notre langue une science qu'ils ont accrue de leur propre effort.

J'accorde que nous leur devons donner même un droit de grande naturalisation s'ils nous apportent une force exceptionnelle, unique.

Tel n'est point le cas : au contraire, le savant français, que vous n'avez pas nommé, pouvait réunir autour de sa chaire un auditoire d'étudiants et même de savants étrangers qui n'a rien à attendre du Cours d'Histoire de la Physico-Chimie annoncé ces jours-ci au public ordinaire du Collège de France.

Peut-être pourrez-vous être appelé un jour, Monsieur le Ministre, à user du droit de ne point ratifier le choix d'une Académie qui se serait inspirée de quelque pensée dogmatique, ou personnelle, ou frondeuse. Toute réunion d'hommes est sujette à des faiblesses, et ce n'est faire injure à personne que de l'en soupçonner capable. Mais, par avance, vous avez singulièrement affaibli l'autorité d'une telle mesure, puisque, sans raison d'ordre supérieur, sans que vous puissiez arguer d'un intérêt d'État, vous venez d'user de votre droit sans raison et sans justice.

Renan disait un jour :

« Le dévouement est indispensable à la Science; un savant est le fruit de

Je veux parler de ceux qui sont inhabiles aussi bien à faire des démarches qu'à en provoquer.

Agréez, Monsieur le Ministre, l'assurance de ma haute considérotion.

Pierre BAUDIN.

[Cette lettre parut pour la première fois dans *le Siècle* du 31 janvier 1904; elle fut reproduite et commentée par de nombreuses revues françaises et étrangères.

Sur cet incident dont l'importance historique fut comprise et signalée par de nombreux savants, on trouvera des renseignements plus circonstanciés dans les Notices nécrologiques et dans la Biographie de Paul Tannery que nous donnerons plus loin.]

Dans les *Débats* du lundi 8 février 1904 :

AUTOUR D'UNE CHAIRE

On peut le dire, poliment et nettement, sans blesser et sans froisser personne, sans perfidie d'autre part et sans subterfuge : la dernière nomination à la chaire d'histoire générale des sciences au Collège de France a provoqué dans l'Université, qui est encore assez indépendante pour avoir une opinion et assez franche pour l'exprimer, un brusque et légitime étonnement. A M. Paul Tannery, directeur des manufactures de l'État, dont les titres scientifiques ne font de doute pour personne en France et à l'étranger, que le Collège de France présentait en première ligne par 21 suffrages contre 15, et l'Académie des Sciences par un suffrage presque unanime, le ministre a préféré M. Wyrouboff, candidat, en seconde ligne, du Collège et de l'Académie. Cet étonnement n'a pas été ressenti dans la seule Université. Un homme politique qui n'est pas de nos amis, M. Pierre Baudin, ancien ministre des travaux publics, l'a exprimé dans une lettre ouverte, éloquente et démonstrative, à M. Chaumié, qu'un journal, qui n'est pas toujours de notre opinion, *le Siècle*, a récemment publiée.

On dit — que ne dit-on pas pour expliquer l'inexplicable? — que l'honorable ministre de l'instruction publique, grand maître de l'Université, recteur de l'Académie de Paris, a eu en cette circonstance la main forcée. Il n'a pris qu'à contre-cœur la plume qu'on lui tendait ; il a signé à la dernière minute, et sa signature qui devait être irrésistible, si elle n'était pas inévitable, a tout consommé. On dit encore que des influences très lourdes ont agi en faveur de M. Wyrouboff, à son insu évidemment et sans son aveu. D'abord, l'influence occulte et mystérieuse de la franc-maçonnerie; mais faut-il y croire? puis, l'influence personnelle, très active, d'un sénateur puissant, patron et ami de M. Wyrouboff, et celle de M. le général

rien à faire et rien à dire dans ce qui devait intéresser uniquement la rue des Écoles et la rue de Grenelle. Bref, au moment où la nomination de M. Paul Tannery paraissait certaine, l'*Officiel* a enregistré celle de son concurrent, qui était inattendue. La vie politique a souvent de ces surprises, de ces à-coup; jusqu'à présent la vie universitaire en avait moins : c'est une nouveauté sans grâce et un précédent fâcheux.

Inexplicable et inattendu, le rejet de M. Paul Tannery échappe encore à d'autres interprétations. On parle des droits de l'État et du ministère, qui sont toujours libres, dit-on, de porter leur choix sur le candidat présenté en seconde ligne, et même sur un autre. Notre thèse à nous, ici, est plus large et plus libérale. Nous souhaiterions que, en pareille matière, quand deux corps savants, aussi considérables et aussi justement considérés que le Collège de France et l'Académie des Sciences, ont, l'un après l'autre, présenté un candidat, dont ils ont pesé les titres, au choix du gouvernement, le gouvernement, quel qu'il soit, par déférence et, si l'on veut, par une sorte de respect de la chose bien jugée, se sentît un peu déterminé. Sa dignité n'en souffrirait pas; son initiative n'en serait pas diminuée, puisqu'il a toujours le droit de créer des chaires; sa responsabilité serait dégagée aussi complètement que possible; il irait même de son intérêt et de son repos, puisqu'il pourrait opposer aux réclamations des uns et au mécontentement des autres le suffrage de deux assemblées qui, sans doute, ne sont pas parlementaires, mais qui peut-être n'en sont pas pour cela moins distinguées et moins compétentes. Mis à couvert par le Collège de France et retranché derrière l'Institut, un ministre tracassé serait inexpugnable et inattaquable. Ou alors il faut oser dire très crânement : « Les présentations des corps savants, les décisions d'un Conseil supérieur quelconque, sont les bienvenues quand elles plaisent au gouvernement et coïncident, exprès ou non, avec ses idées et ses préférences; dans le cas contraire, elles sont nulles et non avenues. Le gouvernement n'en fait qu'à son gré et le ministère qu'à sa tête... car tel est notre bon plaisir ».

Et enfin cette nomination du concurrent d'abord malheureux, puis favorisé, de M. Paul Tannery n'était pas seulement inattendue et illogique; ce qui a peut-être le plus choqué, c'est qu'elle a été furtive. Fort du double suffrage qui autorisait ses espérances, M. Paul Tannery n'a eu, jus-

M. Pierre Baudin, qui sont inhabiles aussi bien à faire des démarches qu'à en provoquer », il ne songeait qu'à la préparation de ses cours au lieu de s'attendre à une déception ou à une intrigue. Rien n'avait transpiré de l'intention, de la menace secrète du gouvernement. Prévenu, M. Paul Tannery aurait pu se défendre ou au moins protester. Dès lors que les amis entraient en campagne, il avait les siens, lui aussi, et quelques-uns d'entre eux, nous le savons, n'auraient pas hésité à plaider sa cause. Il est resté et ils sont restés tranquilles : on a pris la place, qu'ils ne savaient pas assiégée, pendant leur sommeil; on ne les a pas endormis, mais on les a laissés dormir et, quand ils se sont réveillés, il était trop tard...

L'opinion publique, qui a d'autres sujets de graves préoccupations, ne s'émeut pas beaucoup ordinairement, pas assez peut-être, de ces choses-là : elles échappent à la grosse multitude, qui s'en désintéresse volontiers parce qu'elles relèvent de l'enseignement supérieur; elles ne font pas de bruit, mais elles en font plus qu'on ne croit dans un petit cercle d'initiés. Elles déplaisent au libéralisme irritable et aux consciences chatouilleuses; elles déplaisent encore à ceux qui n'aiment pas à voir la politique intervenir brutalement ou s'insinuer sournoisement dans un domaine qui n'est pas le sien; elles déplaisent, enfin, à ceux qui se font des droits et des devoirs de l'État républicain une conception plus haute et qui ne veulent pas admettre qu'on dessaisisse un Collège de France, une Académie des Sciences, de droits et de garanties qui devraient être des immunités... Ces réflexions ne nous sont pas plus personnelles qu'elles ne nous ont été suggérées : nous sommes sûrs, en les exprimant ici, d'être l'interprète et le reflet d'une opinion universitaire qui, elle aussi, a sa force et qui, même quand on n'en tient pas compte, n'est pas tout à fait à mépriser. S. [ ]

[Signature ordinaire et bien connue de M. Henri Chantavoine, collaborateur régulier des *Débats*.]

AU COLLÈGE DE FRANCE

[La décision de M. Chaumié trouva pourtant un approbateur, anonyme il est vrai. Nous reproduisons ici la lettre « d'un Positiviste », publiée par le *Radical* du 8 février 1904, parce qu'elle motiva une réponse, que l'on trouvera ensuite, de Paul Tannery.]

Monsieur,

M. Baudin vient d'adresser au ministre de l'Instruction publique une longue lettre dont on ne sait pas bien l'opportunité et qui fourmille d'erreurs d'autant plus fâcheuses qu'elles étaient plus faciles à éviter. M. Baudin reproche à M. Chaumié d'avoir nommé à la chaire de l'histoire générale des sciences au Collège de France le candidat présenté par les professeurs et l'Académie en seconde ligne. En principe, le droit du ministre n'est pas contestable, et M. Baudin ne le conteste pas; il trouve seulement que dans le cas actuel, le ministre en a fait un mauvais usage.

Cette chaire que le Parlement avait créée pour un enseignement général philosophique des sciences, vient d'échoir, selon M. Baudin, à un savant pur, à un spécialiste, si convaincu lui-même de son incompétence en matière d'histoire des sciences, qu'il fait cette année un cours sur les théories de la physico-chimie. Le concurrent présenté en première ligne était au contraire un disciple de Comte, et le positivisme est, suivant lui, indispensable à l'étude de l'histoire scientifique. Il a fait, de plus, sur l'histoire des sciences, des travaux connus du monde entier. Les faits ainsi présentés donnent

niste très distingué et qui eût été tout indiqué pour faire un cours très intéressant sur le géométrie des Grecs, sur laquelle ont porté presque tous ses remarquables travaux. Il a d'ailleurs à plusieurs reprises remplacé des professeurs de lettres au Collège de France.

La minorité qui a voté pour M. Wyrouboff était composée de professeurs de sciences qui voulaient donner à la chaire un caractère nettement scientifique, tout en lui conservant une allure hautement philosophique. M. Wyrouboff est en effet actuellement le disciple le plus autorisé de Comte. Il a dirigé pendant seize ans, avec Littré, la plus importante revue philosophique de l'époque, dans laquelle il a inséré de nombreux articles sur les sciences; il a publié d'autre part, sur des sujets très variés, des travaux originaux très estimés. Son cours de cette année aura pour sujet, non les « théories nouvelles de la physico-chimie », mais l'*évolution contemporaine* des sciences physico-chimiques.

Les choses ainsi mises à leur place, on voit que M. Chaumié qui voulait conserver à la chaire le caractère qu'avaient entendu lui donner ses premiers fondateurs, a eu raison de renverser la liste de présentation, et que M. Baudin a eu tort de soulever une question qui paraît lui être complètement étrangère et sur laquelle il n'a eu que des renseignements tout à fait inexacts.

Un Positiviste.

[Extrait du journal *Le Radical* du 8 février 1904].

LETTRE

AU RÉDACTEUR EN CHEF DU JOURNAL *LE RADICAL*

[A l'article anonyme du *Radical*, Paul Tannery répondit :]

MONSIEUR LE RÉDACTEUR EN CHEF,

Je n'ai certainement pas à m'immiscer dans la polémique que peut, à propos de la chaire d'histoire générale des Sciences au Collège de France, susciter la lettre de M. Baudin [*1*] au Ministre de l'Instruction publique. Mais je crois pouvoir au moins désirer la rectification des assertions inexactes qui me concernent personnellement, surtout quand elles sont avancées par quelqu'un qui se donne comme particulièrement bien informé.

Certes, je ne puis qu'apprécier, comme je le dois, la parfaite courtoisie qu'a témoignée à mon égard votre correspondant, sous la signature : « Un Positiviste », dans votre numéro du 8 février. Mais, d'autant qu'il a gardé le masque, je ne pense pas qu'il puisse s'offenser si je relève des défauts de précision dans son langage et de sûreté dans les renseignements qu'il a recueillis.

Il dit que « presque tous mes travaux ont porté sur la géométrie des Grecs ». Tout au contraire, c'est le sujet auquel j'ai consacré la moindre partie, et de beaucoup, de mes publications.

D'après lui, j'aurais « d'ailleurs, à plusieurs reprises, remplacé des professeurs de *lettres* au Collège de France ». Pourquoi ce pluriel et cette désignation? J'ai régulièrement remplacé, de 1891 à 1896, un même professeur, dans une chaire de *philosophie*, où j'avais la liberté de traiter de l'histoire de la science chez les anciens et de la comparer avec les théories modernes.

Il attribue à M. Baudin ce que ce dernier se serait bien gardé de dire, que j'étais un disciple de Comte, et que le positivisme est, suivant moi, indispensable à l'étude de l'histoire scientifique. Comme Auguste Comte est mort en 1857, je suis encore trop jeune pour avoir pu être son disciple, au sens précis du mot. Dans ce sens, d'ailleurs, je ne connais aujourd'hui qu'un seul écrivain qui puisse revendiquer le titre en question; c'est M. de Blignières, s'il vit encore, comme je crois, dans la « tour d'ivoire » où il s'est renfermé. Quant au sens plus large, le titre ne peut être donné légitimement qu'aux positivistes qui ont suivi la direction de M. Pierre Laffitte.

Pour l'autre affirmation mise dans ma bouche, à la prendre à la lettre, elle serait assez ridicule, car il est évident qu'on peut faire d'excellents travaux particuliers sur l'histoire des sciences sans se préoccuper en rien des doctrines positivistes. Mais, s'il s'agit de *l'histoire générale des sciences*, on peut nier la possibilité ou la convenance de la traiter actuellement, on peut s'en faire une toute autre conception que celle d'Auguste Comte; il n'en reste pas moins indubitable que, du moment où cet immortel penseur est le seul qui ait cherché à soumettre cette histoire à des lois, il faut bien que quiconque veut la traiter soit pour ou contre lui. Or, je suis pour lui et avec lui, contre ceux qui l'ont combattu comme aussi contre ceux qui se sont écartés de lui, tels que Littré.

devais remettre les choses au point, en ce qui me regarde, et, pour le reste, il me suffit que vos lecteurs puissent juger, d'après ce qui précède, si l'exactitude du langage et des informations du « Positiviste » est aussi rigoureuse qu'il semblait le promettre.

Paul TANNERY.

(Extrait du *Radical*, le 14 février 1904).

LETTRE A PIERRE DUHEM

[A une lettre, malheureusement perdue, où Pierre Duhem exprimait l'indignation qu'avait provoquée en lui le coup d'autorité, ou plutôt d'arbitraire — « le fait du prince », comme il disait — du ministre incompétent, Paul Tannery répondit :].

Pantin, 5 janvier 1904.

MONSIEUR,

Vous accusez à tort M. Chaumié ; il a fait preuve d'une étonnante sagacité en remarquant de lui-même ce qui avait échappé à tout le monde, et à moi tout le premier : à savoir que pour la chaire d'Histoire des Sciences, comme pour les Sciences elles-mêmes, il fallait passer par les *trois états* ; qu'après l'état théologique, convenablement représenté par P. Laffitte, l'état métaphysique, que représentera sans doute encore mieux M. Wyrouboff, était indispensable. Et M. Chaumié a donné le plus admirable exemple de dévouement à la vérité scientifique, en risquant sa réputation d'homme d'esprit pour fournir une preuve irréfragable de cette vérité.

Mes meilleurs compliments.

TANNERY.

[Beaumarchais n'eût pas désavoué ce billet, ajouta Duhem, en reproduisant cette lettre dans sa notice sur Paul Tannery (*Revue de Philosophie*, février 1905), où, au nom de la Science et de l'Université, il condamne encore une fois l'acte du Ministre. — Cette lettre de Paul Tannery a été

DE L'HISTOIRE GÉNÉRALE DES SCIENCES[1]

I

Dans la vie de l'humanité, les sciences jouent désormais un tel rôle que leur histoire mérite évidemment d'être *étudiée* et *enseignée* au même titre que le sont, par exemple, l'histoire de l'art ou celle de la littérature. L'évolution d'un mode spécial de l'activité de l'esprit humain ne peut, en effet, être négligée vis-à-vis des autres, alors que ce mode a été, dès l'origine, un des facteurs essentiels du progrès vers la civilisation, et que l'avenir semble devoir lui ménager une prédominance de plus en plus marquée.

Je regarde comme inutile d'insister sur ce point. Mais en présence de ce fait que, jusqu'à présent, l'histoire des sciences n'a

1. Cet article, promis à la *Revue* dès les premiers jours de novembre 1903, a été rédigé par l'auteur alors que, désigné en première ligne par l'Assemblée des Professeurs et par l'Académie des Sciences pour la chaire d'Histoire générale des sciences au Collège de France, il pouvait légitimement se croire assuré de sa nomination. C'est donc ici le thème qu'il se proposait de développer dans sa leçon d'ouverture; comme cependant il avait l'intention de publier son premier cours, la forme adoptée pour la

pas encore conquis, au milieu des autres histoires, la place qui lui est légitimement due, il convient d'en indiquer au moins les motifs, d'autant qu'ils doivent sans doute être pris en considération pour mieux orienter, si faire se peut, les travaux futurs.

La première condition défavorable est que l'histoire d'une science ne peut être véritablement traitée que par un homme possédant réellement cette science tout entière, ou, à tout le moins, capable d'approfondir par lui-même toutes les questions scientifiques dont il a à se préoccuper au cours de cette histoire. De même, elle ne peut être convenablement enseignée que par un professeur capable de donner à ses élèves les développements et les éclaircissements scientifiques qui peuvent lui être réclamés, et qui cependant feraient défaut dans les ouvrages choisis par lui comme base de son enseignement.

Que d'ailleurs un savant puisse posséder ou acquérir toutes les aptitudes nécessaires à la composition d'une excellente histoire de la science à laquelle il s'est consacré, et que même, plus ce savant aura de génie, plus la valeur de son travail historique éclatera à tous les yeux, c'est un point qu'il ne faut aucunement mettre en doute.

Pour ne pas chercher d'exemples hors de la France, je rappellerai, en premier lieu, le *Précis de l'histoire de l'astronomie*, qui forme le livre V de l'*Exposition du Système du monde* de Laplace. Je ne connais point, pour ma part, d'abrégé postérieur qui ne soit resté très au-dessous de cet admirable modèle, et depuis quatre-vingts ans qu'il est écrit, la complète rénovation des méthodes historiques et la découverte des documents nouveaux ont à peine amené la nécessité d'y apporter quelques corrections de

l'originalité des vues scientifiques de l'auteur, tandis que les notes qu'il y a ajoutées sont un véritable trésor d'érudition, où depuis chacun a puisé à pleines mains. Si l'on peut regretter dans cette œuvre quelques inadvertances, si d'autre part Michel Chasles ne possédait pas un sens critique aussi sûr qu'on aurait pu le désirer, son œuvre historique n'en restera pas moins un de ses principaux titres à l'admiration de la postérité.

Puis-je enfin ne pas mentionner les travaux de M. Berthelot sur les *origines de l'alchimie?* Ici nous sommes en présence de recherches de première main, sur des documents qu'il a fallu réunir et publier, tandis que leur interprétation, en dehors même des questions proprement scientifiques, présentait d'étranges difficultés spéciales, et réclamait une merveilleuse sagacité, en même temps que la prudence la plus consommée. Notre illustre compatriote a su résoudre une série d'énigmes déconcertantes; il est parvenu à nous révéler tout un passé inconnu, et au milieu des reconstructions justement célèbres au point de vue purement historique, s'il en est qui ont peut-être été aussi difficiles, je n'en sache point qui égalent celle-là pour la perfection de la méthode et la précision des démonstrations.

Ces exemples montrent assez que les talents d'historien les plus divers peuvent être déployés par des savants de premier rang. Mais ceux dont le rôle est de figurer dans l'histoire future, ne peuvent évidemment suffire seuls à nous retracer celle du passé; et d'ailleurs il est clair que pour être un bon historien de la science, il ne suffit pas d'être savant. Il faut, avant tout, *vouloir* s'adonner à l'histoire, c'est-à-dire en avoir le goût; il faut développer en soi le sens historique, essentiellement différent du sens scientifique; il faut enfin acquérir nombre de connaissances spéciales, auxiliaires, indispensables pour l'historien, tandis

qu'au progrès de la Science.

Ces conditions expliquent suffisamment que, par rapport aux autres branches de l'histoire, celle des sciences se trouve en retard. Si elle n'a jamais été complètement négligée, le nombre des travailleurs utiles a toujours été insuffisant; et précisément parce qu'elle ne constitue pas jusqu'à présent un corps de doctrines dont l'enseignement se soit imposé, et que par suite elle n'offre pas encore la perspective d'une carrière, il est grandement à craindre que la difficulté ne devienne de plus en plus grave, tant qu'un concert de volontés actives ne s'affirmera pas assez énergiquement pour entraîner une transformation radicale de la situation actuelle.

Mais ici un autre obstacle se présente. Ceux qui s'intéressent à l'histoire des sciences et qui peuvent s'y intéresser assez pour participer à son progrès, se proposent en réalité des buts différents.

Le savant, *en tant que savant*, n'est attiré que vers l'histoire de la science *particulière* qu'il étudie; il réclamera que cette histoire soit faite avec le plus de détails *spéciaux* qu'il sera possible, car c'est ainsi seulement qu'elle peut lui fournir les renseignements susceptibles de lui être utiles. Mais ce qu'il demandera avant tout, c'est l'étude de la filiation des idées et de l'enchaînement des découvertes. Retrouver sous sa forme originale l'expression de la vraie pensée de ses précurseurs, afin de la comparer à la sienne propre, approfondir les méthodes qui ont servi à construire l'édifice de la doctrine courante, afin de discerner sur quel point et dans quelle direction on peut essayer un effort novateur, voilà quel est son desideratum.

Il suit de là que les histoires particulières des sciences, celles

tres spécialistes, et ne sont nullement appropriées à l'enseignement, où il est indispensable de ne pas dépasser les notions déjà acquises par les étudiants.

L'historien pur, auquel font défaut les connaissances scientifiques spéciales, ne se trouve donc pas en mesure d'utiliser directement les livres écrits sur l'histoire des sciences, pour en tirer des indications valables, s'il veut compléter sous le rapport scientifique le tableau du mouvement intellectuel pour telle civilisation ou pour telle époque donnée.

Le philosophe, de son côté, désirerait des ouvrages également destinés au grand public[1], mais, en ce qui concerne les questions de méthode et la description de l'évolution des idées scientifiques, plus développés que ceux qui suffiraient au pur historien.

En tout cas, c'est pour répondre à ce double desideratum de l'histoire et de la philosophie, plutôt qu'à celui de la science proprement dite, qu'ont eu lieu les tentatives dont la France a pris l'initiative, mais qui n'ont pas encore été imitées ailleurs, pour créer un enseignement supérieur d'*Histoire générale des sciences*[2], alors qu'il n'y avait pas, qu'il n'y a pas encore un seul ouvrage qui puisse être regardé comme présentant le caractère d'une telle histoire. Il y a donc eu, dans ces tentatives, une tendance incontestable à organiser l'enseignement dont il s'agit en l'orientant dans un sens opposé à la direction *spéciale* que l'histoire des sciences a surtout suivie jusqu'à présent.

1. J'entends ici le public ayant reçu l'instruction scientifique générale, telle qu'elle est donnée dans l'enseignement secondaire, et s'étant, depuis, tenu au courant par la lecture des livres de vulgarisation et des articles de la presse scientifique conçus dans le même esprit.

2. En dehors de la chaire créée en 1892 au Collège de France, on sait qu'il en existe une à l'Université de Lyon.

II

A la question : *Qu'est-ce que l'histoire générale des Sciences?* il n'y a, pour le moment, d'après ce que je viens d'indiquer, aucune réponse véritable à faire. Cette histoire, aujourd'hui, n'est point; seuls les matériaux en existent, bruts ou déjà plus ou moins élaborés; mais ils figurent (ou figureront au fur et à mesure de leur découverte) parmi ceux qu'utilisent déjà les histoires particulières. En dehors de ces matériaux, et en écartant quelques ouvrages à titres pompeux, mais qui ne sont que des compilations inutilisables, on pourrait tout au plus mentionner diverses esquisses brillantes, mais trop peu développées pour fournir les éléments d'une conception précise.

La forme sous laquelle doit se poser la question, est la suivante : *De quelle façon peut-on concevoir la composition d'une histoire générale des Sciences?* A première vue, il semble aisé de répondre : *Cette histoire doit être la synthèse des histoires particulières des Sciences*. Je vais expliquer pourquoi cette réponse ne me paraît nullement satisfaisante.

Je ne dirai point qu'elle est vague et obscure; tout au contraire, j'y attache un sens parfaitement précis, celui que présente la véritable signification du mot *synthèse*. Et si, en tant que je parle de l'histoire des sciences, je me crois tenu d'observer dans mon langage la rigueur habituelle en matière scientifique, il me semble que je dois aussi supposer la même rigueur dans la pensée dont je discute l'expression.

Synthèse, d'après l'étymologie, serait identique à *composition*. Mais le premier de ces deux mots évoque particulièrement, d'après

Or les éléments de toute histoire se trouvent dans les documents que consulte l'historien, quelle que soit d'ailleurs la nature de ces documents, et c'est par l'analyse de ceux-ci que l'historien obtient les éléments qu'il veut utiliser suivant ses vues propres, tandis qu'il néglige les autres [1].

La réunion et la coordination des éléments obtenus par ces analyses des documents constituent la *synthèse*. Celle-ci, en histoire, ne reproduit donc pas, comme en chimie, un composé semblable à ceux qui ont été analysés; elle donne un résultat essentiellement différent, à savoir le nouvel ouvrage historique. A ce titre, *toute histoire qui mérite son nom, est une synthèse*; seulement elle est composée avec plus ou moins d'art, et elle est plus ou moins complète, suivant la proportion des éléments réellement utilisés à ceux qui pouvaient l'être.

Dira-t-on que, par *synthèse historique*, on entend et on doit entendre quelque chose de plus que je n'indique? Parlera-t-on des *lois générales*, des concepts historiques que permet de dégager le rapprochement des éléments synthétisés, et qui présentent par suite quelque chose de véritablement nouveau dans l'œuvre digne d'être qualifiée de *synthétique*, puisque, si les éléments étaient restés isolés ou perdus dans la gangue dont ils ont été extraits, ces lois seraient demeurées insoupçonnées, ces concepts n'auraient pu se dessiner à l'esprit? Certes, ce point de vue est loin d'être négligeable, et j'aurai à m'y placer plus tard. Mais, en ce moment, je puis répondre que chacun a le droit d'assigner le but qui lui convient à la synthèse qu'il entreprend, et que, si l'historien veut simplement écrire *ad narrandum, non ad proban-*

1. Par exemple, s'il fait des travaux de première main sur des documents inédits, il négligera les éléments paléographiques ou philologiques, pour ne s'attacher qu'aux éléments historiques.

mot, au sens précis que j'envisage actuellement.

Partant, dire que l'histoire générale des sciences doit être la synthèse des histoires particulières des diverses sciences, c'est seulement dire que cette histoire générale doit être composée avec des éléments exclusivement fournis par les histoires particulières, auxquelles incomberait la tâche d'élaborer les matériaux bruts tirés des documents originaux.

Or cette conception de l'histoire générale des sciences équivaudrait en réalité à la négation de la possibilité actuelle de cette histoire. Si, en effet, les histoires particulières de la mathématique pure, de l'astronomie, et, si l'on veut, de la mécanique rationnelle, sont suffisamment avancées à l'heure présente, si l'histoire de la médecine a été et est encore très sérieusement cultivée, il est loin d'en être de même pour celles de la physique, de la chimie, et des sciences biologiques. Ou bien nous nous trouvons, de ce côté, en présence d'ouvrages qui ont eu leur valeur, mais qui aujourd'hui sont arriérés, démodés, dominés par des idées désormais en dehors du courant actuel, ou bien nous n'avons devant nous que des tentatives insuffisantes, ou des études partielles, entre lesquelles subsistent trop de lacunes. Et peut-il en être autrement? Le progrès est si rapide aujourd'hui, les points de vue changent si brusquement, que l'on peut douter que, de longtemps encore, on parvienne à asseoir sur des fondements solides l'histoire *spéciale* de ces groupes de sciences. Ce n'est pas de ceux qui sont en pleine bataille, qui contribuent eux-mêmes à *faire l'histoire* dans le présent, que l'on peut attendre les récits complets de l'histoire des temps passés.

Comment, dans ces conditions, une synthèse des histoires particulières serait-elle sérieusement possible? Avec des éléments incomplets et défectueux, on ne peut aboutir qu'à une œuvre

du rapprochement de ces éléments, on cherche à tirer quelques inductions ou quelques conclusions d'ensemble, quelle valeur pourra-t-on leur attribuer? Gardons-nous des généralisations hâtives et des anticipations prématurées; ou, si nous nous y laissons aller, pour soulever des questions dignes d'être étudiées et provoquer des vérifications attentives, sachons au moins avouer que nous n'avons émis que de simples conjectures.

III

Si je viens d'écarter une formule tendant à préciser ce que doit être l'histoire générale des sciences, ce n'est point que je prétende lui opposer, comme préférable, aucune autre formule. Comme je l'ai dit, cette histoire générale n'existe point encore, en ce sens qu'elle n'est représentée objectivement par aucun ouvrage, bon ou mauvais, mais suffisant au moins pour permettre d'attribuer une signification relativement précise aux mots qui composeraient la formule. Que l'on prenne telle doctrine que l'on voudra, si l'on n'avait jamais lu un traité ou suivi un cours de cette doctrine, aucune définition préalable ne saurait certainement donner une idée adéquate des matières étudiées ou des questions débattues.

Les mots « histoire d'une science particulière » offrent par eux-mêmes un sens très clair, parce qu'il y a de telles histoires. Faisons donc d'abord une histoire générale des sciences, et tant qu'elle ne sera pas faite, ne nous payons pas de mots qui seraient encore plus obscurs que ceux qu'ils devraient expliquer. Actuellement cette histoire n'est rien... rien qu'une conception indivi-

autre à chercher à la réaliser objectivement. Mais une fois que cette réalisation sera suffisante pour servir de fondement à des constructions ultérieures, ou de type pour l'exécution d'un plan plus vaste, l'histoire générale des sciences aura commencé son existence de fait, et il sera temps d'en chercher, si on le croit utile pour les lexiques, une définition concise et exacte.

Ainsi il doit être bien entendu que si je continue à parler de l'histoire générale des sciences, je ne prétends parler que de la conception que je m'en suis faite. Je ne veux pas dire : « Cette histoire *doit* être ceci » ; mais seulement : « On *peut* la faire comme ceci. » D'ailleurs, après avoir développé ma conception, je la ferai suivre d'un exposé historique restreint, il est vrai, à des proportions très modestes, mais qui suffira, je l'espère du moins, à bien faire comprendre ce que mes explications préalables auront encore pu laisser d'obscur et d'incertain. Je ne puis donc que demander crédit, jusqu'à la fin du volume, au lecteur de ces prolégomènes pour les lacunes qu'il y trouvera. Il est des choses qu'il convient d'expliquer d'abord par le menu ; mais pour d'autres, mieux vaut se contenter de dire : « Prenez et voyez ! »

D'autre part, afin de mieux faire comprendre l'ensemble des pensées que je me propose de développer, je crois nécessaire de prendre d'abord un exemple, soit celui de l'histoire de la mathématique pure.

Une intéressante discussion s'est récemment élevée sur ce sujet entre Gustaf Eneström, le directeur de la *Bibliotheca mathematica*, et Moritz Cantor, le célèbre auteur des *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*. Le premier, après de très justes réflexions et de

des doctrines et des idées scientifiques. Il proposait donc d'orienter le travail surtout de ce côté. Moritz Cantor lui répond qu'il faut distinguer entre « l'histoire de la *Mathématique* » et « l'*Histoire* de la mathématique », soulignant un mot ou l'autre selon la prédominance accordée au point de vue mathématique ou au point de vue historique.

L'histoire de la *Mathématique*, d'après lui, est un type extrême, correspondant au désir d'Eneström, d'une « fachmässiger Entwickelungsgeschichte », d'une histoire spéciale et abstraite de la science, dans laquelle n'entre aucun élément concernant les circonstances extérieures qui ont pu influer sur son développement.

L'*Histoire* de la mathématique représente aussi un type extrême, mais opposé au précédent. Moritz Cantor le décrit comme suit :

« La mathématique y fournit à la vérité les matériaux, mais ils « ne doivent pas être mis en œuvre exclusivement au profit du « mathématicien. Le tableau de la vie civilisée (*Kulturleben*) sert « de fonds, et sur ce fonds se dégagent en pleine lumière les « traits mathématiques qui le caractérisent et qui servent à leur « tour eux-mêmes à éclairer le fonds[1]. »

M. Cantor concède que ce type extrême ne peut être réalisé ; mais il fait cette observation irréfragable, qu'après tout chacun compose selon son talent et son génie, et que les histoires réellement écrites sont intermédiaires entre les deux types idéaux qu'il a cherché à décrire.

Mais il est clair que si M. Cantor regarde comme irréel le type extrême décrit en dernier lieu, c'est qu'il suppose implicitement

1. La même image a été employée au Congrès des sciences historiques de Rome, 1903, par le prof. Barzellotti, à propos de l'histoire de la philosophie moderne.

qu'il s'agit de satisfaire pleinement, aussi bien le mathématicien spécialiste, que l'historien de la vie civilisée; or celui-ci, pour les détails, doit se limiter à ceux qui sont intelligibles au grand public, tandis qu'au point de vue général où il se place, il a de tout autres exigences que le mathématicien en tant que mathématicien. Évidemment l'hypothèse admise équivaut à une condition pratiquement impossible; avant tout un livre doit être conçu pour un cercle de lecteurs bien déterminé. Quand on s'adresse à des cercles différents, on doit rédiger des dictionnaires ou des articles d'encyclopédie.

Mais j'ai à faire une autre remarque qui n'est pas moins importante pour l'objet que je me propose. La mathématique pure n'est nullement une science unique; c'est un groupe de doctrines, à la vérité étroitement liées entre elles, mais qui n'en restent pas moins parfaitement distinctes; elles tendent d'ailleurs à se multiplier et à se spécialiser de plus en plus, dès lors à réclamer chacune son histoire *particulière*. Or les *Vorlesungen* de M. Cantor représentent une histoire *totale* de la mathématique pure, composée suivant un ordre chronologique et conduite jusqu'en 1758. Comme, à cette date, le développement de la science ne dépassait point le niveau de l'instruction reçue aujourd'hui par tous les mathématiciens, les *Vorlesungen* ont pu être composées de façon à tenir lieu d'une série complète d'histoires particulières, menées jusqu'au milieu du dix-septième siècle. Cependant, malgré les efforts de l'historien pour établir les liens de filiation des idées et mettre en lumière l'enchaînement des découvertes, l'éparpillement chronologique des données qu'il a

inconvénients de son plan en dépassaient les avantages.

Il est clair que ce qu'il faut maintenant pour les mathématiciens, à côté d'une histoire totale comme les *Vorlesungen*, ce sont des histoires particulières consacrées aux diverses branches de la mathématique pure[1], ou même à des sujets spéciaux dans chacune de ces branches.

Il n'est pas moins évident qu'il convient de donner à ces histoires particulières le caractère spécial et abstrait que réclame G. Eneström. Mais si l'on a en vue un enseignement régulier de l'histoire de la mathématique (j'entends *une organisation de cours aboutissant à la sanction effective d'un examen*), comme cet enseignement s'adressera à des élèves dont les connaissances mathématiques doivent être supposées ne pas dépasser un niveau déterminé, on peut préconiser[2] le maintien du point de vue d'ensemble par époques successives, tout en abandonnant la prétention de faire une histoire *totale*. Conserver ou même développer les éléments historiques généraux d'un ouvrage comme celui de M. Cantor, élaguer les éléments spéciaux d'intérêt secondaire ou dépassant les connaissances des élèves auxquels on s'adresse, voilà un programme qui ne pose pas cette fois des conditions inconciliables ou impossibles à réaliser.

C'est ce programme que j'appellerai celui de l'histoire *générale*

1. C'est ce que j'ai déjà indiqué dans la *Revue de synthèse historique* (nº d'octobre 1900, p. 183), [plus haut, nº 3, p. 21]. En 1903, M. Braunmühl, de Munich, a terminé une importante histoire, en deux volumes, de la trigonométrie. Cet exemple sera sans doute imité.

2. Malgré certains avantages évidents de ce système et quel que soit mon désir de le voir adopter actuellement dans l'enseignement des Universités, parce qu'il serait immédiatement réalisable, je crois qu'au point de vue didactique, l'enseignement par histoires particulières donnerait de meilleurs résultats.

de même que le mot *total* au mot *particulier*.

Et ce que je viens de dire de la mathématique, considérée comme un groupe de doctrines distinctes, je l'entends également, *mutatis mutandis*, de l'ensemble des sciences, selon que l'on voudra traiter leur histoire générale, ou bien l'histoire spéciale d'une doctrine particulière.

IV

Les développements que je viens de donner à l'examen de l'exemple que j'ai choisi, vont me permettre de préciser plus brièvement ma pensée.

Considérons tout d'abord la composition de ce qu'on appelle une œuvre de première main, c'est-à-dire celle où l'historien n'utilise que des éléments directement tirés des documents originaux ou primitifs. Ces éléments, dans l'histoire des sciences, sont de deux sortes :

1° Les éléments généraux, c'est-à-dire ceux qui sont pleinement intelligibles à tous les lecteurs auxquels on s'adressera (le grand public pour l'histoire générale des sciences, le cercle des licenciés pour un groupe de sciences par exemple, si l'on se borne à l'histoire de ce groupe).

2° Les éléments spéciaux, c'est-à-dire ceux qui ne sont véritablement intelligibles que pour les lecteurs qui se sont spécialisés dans telle ou telle branche de la science.

Si l'on compose au contraire un ouvrage de seconde main, les mêmes éléments, soit généraux, soit spéciaux, sont puisés dans les travaux pour lesquels ils ont été tirés des sources, et ont ainsi subi une première élaboration synthétique, si toutefois ces travaux de première main n'ont pas gardé un caractère exclusive

peuvent être distingués selon qu'ils constituent une *histoire particulière* d'un sujet scientifique dont ils poursuivent le développement chronologique, ou au contraire une *monographie* concernant une époque déterminée (comme par exemple l'histoire d'un savant ou d'un groupe de savants ou d'ouvrages de la même époque).

Les histoires particulières, je l'ai déjà dit, telles qu'elles existent actuellement pour les sciences, mettent surtout en œuvre les éléments spéciaux, et il convient de les orienter le plus possible dans ce sens. Mais les éléments spéciaux ne suffisent pas évidemment pour faire une histoire : la plus spéciale qu'on puisse rêver demandera nécessairement l'addition au moins de la partie des éléments généraux indispensable pour combler les lacunes que laisserait autrement la synthèse des seuls éléments spéciaux.

Les monographies concernant une époque déterminée mettent également en œuvre les éléments généraux et les éléments spéciaux ; mais on comprend aisément que l'on puisse n'y prendre que les premiers, si l'on veut composer l'histoire générale pour une époque ou une civilisation déterminée.

Supposons maintenant les histoires particulières spéciales réunies et rangées suivant un ordre de matières rationnel, on aura ce que j'appellerai *l'histoire spéciale totale*. Il serait évidemment absurde de vouloir décomposer ces histoires pour en disposer les éléments suivant un ordre chronologique.

Supposons au contraire réunies par ordre chronologique les histoires générales pour les époques successives d'une même civilisation, on aura l'histoire générale pour cette civilisation.

L'histoire spéciale totale et l'histoire générale totale (celle qui embrasserait les diverses civilisations) auront ainsi mis en œuvre un certain nombre d'éléments (généraux) communs, mais elles

matière et comme forme.

Dans les distinctions abstraites que je viens d'établir, je n'ai pas encore indiqué le détail des éléments à considérer comme généraux ou comme spéciaux. C'est qu'en effet, d'après la définition pratique que j'ai donnée des uns et des autres, leur caractère respectif peut varier selon que l'histoire que l'on se propose de traiter embrassera un groupe de sciences plus ou moins étendu.

Si l'on envisage les convenances d'un enseignement régulier de l'histoire des sciences, il y aurait sans doute intérêt à organiser en France, pour les étudiants des Universités, autant de cours qu'il y a de matières de licences ou d'agrégations. — Histoire des sciences mathématiques et astronomiques. — Histoire des sciences physiques et chimiques. — Histoire des sciences naturelles. — Histoire de la médecine. Mais je ne veux considérer ici que le programme d'une histoire d'ensemble des sciences, en la supposant aussi complète que possible.

Cette histoire d'ensemble doit comprendre une histoire générale et une histoire spéciale.

L'histoire générale doit réunir tous les éléments intelligibles pour le grand public scientifique. A elle appartient tout d'abord le classement des documents de toutes sortes que l'on peut utiliser; elle doit présenter l'inventaire raisonné, non pas tant de ces documents (ce qui est affaire de bibliographie), que de ce qu'ils contiennent.

Je revendique également pour elle tout ce qui concerne la biographie des savants, et d'un autre côté tout ce qui est relatif soit aux actions réciproques des sciences les unes sur les autres, soit aux influences exercées sur le progrès ou la stagnation scientifique par les milieux intellectuel, économique et social.

grands savants le cercle des idées qu'ils ont trouvées autour d'eux, qui ont enserré leur génie et qu'ils sont parvenus à rompre ou à élargir.

Elle doit porter enfin son attention pour chaque époque sur le niveau de l'enseignement à ses différents degrés, sur le mode de diffusion des idées scientifiques, et viser aussi bien à marquer les traits caractéristiques du milieu intellectuel, que ceux qui singularisent les génies supérieurs.

A l'histoire spéciale appartiennent les questions de filiation des idées et des découvertes scientifiques, ainsi que tout ce qui se rattache à ces questions, discussion et interprétation des documents, reconstruction des doctrines, divinations sur les ouvrages perdus, etc.

Tandis que l'histoire générale suit l'ordre chronologique en présentant successivement les tableaux des diverses époques, l'histoire spéciale se divise selon l'ordre des matières en histoires particulières, essentiellement destinées au public spécialisé pour la science que concernera chacune de ces histoires.

L'histoire générale et l'histoire spéciale offrent donc deux cadres nettement distincts ; cependant ces cadres embrassent une partie commune, et cette partie est encore assez considérable, puisqu'elle doit au moins comprendre l'ensemble des connaissances scientifiques qui font l'objet de l'enseignement secondaire. Mais il est clair que ces matières communes peuvent être traitées à des points de vue très différents.

Par exemple, dans une histoire générale, pour traiter de la numération, on peut se borner aux points essentiels, à ce qu'il est réellement intéressant de savoir pour un homme possédant une culture générale. Dans une histoire spéciale, il conviendrait d'être beaucoup plus complet, et d'entrer dans les

détails d'importance secondaire qui n'attirent que la curiosité de l'érudit.

Telles que je viens d'essayer de les caractériser, ces deux modes de traiter l'histoire des sciences ne sont jusqu'à présent que des types idéaux : la très grande majorité des travaux historiques ont été composés en suivant des directions intermédiaires et en cherchant à satisfaire dans tels passages un cercle plus étendu, dans d'autres un cercle plus restreint de lecteurs. L'incertitude du point de vue n'enlève rien à la valeur intrinsèque que peuvent avoir ces travaux, mais elle nuit à leur effet et les rend moins faciles à utiliser. C'est d'après ce motif pratique qu'il y aurait lieu d'orienter le travail historique dans deux directions nettement opposées l'une à l'autre.

J'essaierai plus tard de donner quelques indications plus précises sur cette organisation du travail et je montrerai alors que l'une des deux directions ne doit pas être sacrifiée à l'autre, mais que l'on se tromperait surtout gravement si l'on prétendait achever les histoires spéciales avant l'histoire générale. Au contraire, le travail est beaucoup plus aisé dans la direction à suivre pour cette dernière, et elle doit être achevée la première parce que c'est elle qui réunit la plus grande masse de documents et qui pose les questions que doit approfondir l'histoire spéciale.

J'aurai aussi à préciser les conditions particulières auxquelles j'ai soumis le très modeste essai de précis d'histoire générale auquel ces pages servent d'introduction. Mais avant d'aborder ces sujets, j'ai à répondre à une objection qui est déjà sans doute dans l'esprit du lecteur.

cette conception ? Ou bien ne comporte-t-elle pas quelques traits dignes d'être conservés et que je devrais ajouter à ma propre conception pour la compléter ?

A la première de ces deux questions, je puis répondre en quelques mots. Sans aucun doute il y a une telle conception, mais, du moins autant que je sache, elle est unique. C'est celle qui a particulièrement inspiré la fondation de la chaire d'histoire générale des sciences au Collège de France, à savoir la conception d'Auguste Comte.

La seconde question ne réclame guère de ma part des observations plus longues. Tous ceux de mes lecteurs qui connaissent par eux-mêmes le *Cours de philosophie positive* du Maître ont pu se rendre compte que je n'ai absolument rien avancé qui fût en contradiction avec l'idée d'Auguste Comte, c'est-à-dire du premier penseur qui ait conçu d'une façon quelque peu précise l'histoire générale des sciences, qui surtout ait mis en lumière l'importance qu'elle présente et qui ait essayé de lui tracer un plan et de lui assigner un but.

Si j'ai exposé une conception de cette histoire générale comme étant la mienne, il est assez clair que je ne la revendique pas comme ma propriété, et que, si j'ai cité Gustaf Eneström ou Moritz Cantor, si je leur ai emprunté des expressions ou des formules, j'ai été inspiré par des idées bien antérieures, que j'ai puisées dans le grand ouvrage d'Auguste Comte et qui me servent de guide depuis plus de trente ans dans mes travaux sur l'histoire des sciences. Ces idées sont un bien commun, et il est trop connu comme tel pour que personne ait pu croire que je songeais à me l'arroger. Ce que j'ai voulu, et ce qui m'est vraiment personnel, c'est ma tentative pour déterminer les conditions *pratiques* de la réalisation objective de ces idées.

Reste la troisième [illegible] choses, de la formule caractéristique de l'œuvre historique de Comte, de ce qu'on appelle la loi des trois états. Cette question rentre dans celle que soulève la conception de la synthèse historique, si on ne la limite pas, comme je l'ai fait plus haut, au sens strict du mot. Comment doit-on diriger cette synthèse pour tirer du rapprochement des éléments qu'elle utilise, des inductions plus ou moins générales, et quelle est la valeur scientifique de ces inductions? C'est un sujet trop étendu pour que je ne le réserve pas au discours qui va suivre : mais, dès maintenant je tiens à dire ceci.

Vivement attaquée de divers côtés, compromise à mon avis par les maladresses de la défense, la loi des trois états a perdu à peu près tout crédit, à ce point qu'en thèse générale, les historiens des sciences ne s'en préoccupent aucunement. Je crois être aujourd'hui le seul d'entre eux qui ait continué à en tenir compte, et j'ai assez souvent exprimé incidemment mon opinion à cet égard pour me considérer comme tenu désormais de la développer et de la motiver amplement.

(Extrait de la *Revue de Synthèse historique*.
Année 1904, t. VIII, p. 1-16).

LES SOCIÉTÉS SAVANTES

ET

L'HISTOIRE DES SCIENCES

Je voudrais dire quelques mots sur les services que les Sociétés savantes de province pourraient rendre à l'histoire des sciences. Ce désir m'est venu lorsque j'ai constaté que la liste des questions proposées pour le présent Congrès [1] n'en comprenait aucune qui se rapportât à ce sujet. Une pareille lacune n'est-elle pas quelque peu étrange, alors que les sciences ont acquis une importance sociale au moins assez grande pour qu'une place soit légitimement due à leur histoire, à côté de celles de l'art, de la littérature ou de tout autre mode d'activité de l'esprit humain?

Disons-le sans ambages : il y a un malheur pour l'histoire des sciences. L'organisation des Sociétés savantes établit, dans leurs congrès, une ligne de démarcation absolue entre les travaux scientifiques et les travaux historiques; or l'histoire des sciences ne peut être considérée comme donnant lieu à des travaux purement scientifiques, parce qu'elle exige la connaissance générale de l'histoire et qu'elle emploie les méthodes historiques; elle n'est pas davantage regardée comme purement historique, car

[1. Paul Tannery fut le délégué de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux au Congrès de Paris, 1904.]

moins étendues, suivant les cas, et elle soulève des problèmes d'ordre exclusivement scientifique. Elle ne se prête donc pas au classement officiel, qui ne l'a pas prévue.

Mais l'organisation, dont je parle, ne tient nullement à la constitution même des Sociétés. Beaucoup d'entre elles embrassent dans leur sphère d'activité les sciences aussi bien que les arts ou les lettres; d'autre part, il n'y a pas, je crois, une seule Société purement scientifique où l'on n'accueillerait avec intérêt des travaux sur l'histoire des sciences, et enfin cette histoire offre assez de questions qui n'exigent que des connaissances scientifiques élémentaires, et qui, au contraire, nécessitent des recherches purement historiques. Elle peut donc trouver également place dans les occupations des Sociétés qui ne sont pas proprement scientifiques.

Le vice d'organisation que j'ai signalé est donc d'un ordre purement administratif, et dès lors il est possible d'y remédier efficacement.

Mais il ne m'appartient point de faire à cet égard des propositions précises; je me borne donc à émettre un vœu général, avant de vous indiquer, Messieurs, les questions qui, à mon avis, pourraient être fructueusement étudiées dans les Sociétés de province.

Je ferai abstraction du cas d'un membre d'une Société voulant se consacrer exclusivement, ou au moins dans une très large mesure, à des recherches sur l'histoire, soit de l'une des sciences, soit de leur ensemble. Celui-là se fera sa place, mais ce ne sera sans doute pas une exhortation de ma part qui suscitera une vocation de ce genre. Cependant, puisque je parle ici comme délégué de la *Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, il me sera permis de rappeler que c'est elle qui a publié

ceux dont je ne suis pas le moins fier. Mais heureusement, je ne suis pas le seul exemple qui prouve qu'en dehors de Paris on peut, grâce à l'appui d'une Société scientifique, servir utilement l'histoire des sciences; je voudrais donc envisager surtout le rôle que peuvent jouer les Sociétés proprement historiques, celles qui s'occupent spécialement de l'histoire locale ou de l'histoire de la France.

Précisément sur l'histoire des sciences en France, nous sommes très pauvres en documents, soit sur certains ouvrages inédits ou difficiles à se procurer, soit sur la biographie des savants, soit sur l'organisation de l'enseignement scientifique, soit sur la technique industrielle en tant qu'elle est une application de la science ou qu'elle a provoqué des recherches scientifiques. Or quand on fouille les documents relatifs à une certaine époque, qu'on le fasse d'ailleurs pour des recherches concernant l'histoire des arts, celle des institutions ou de l'économie sociale, il ne se peut faire qu'on ne rencontre pas des documents intéressant l'histoire des sciences, et il faut se dire que, dans la situation actuelle, la publication de ces documents serait toujours désirable; car un seul indice, dans une pièce qui peut sembler sans grande importance, peut mettre un autre chercheur sur la voie d'une découverte notable.

Pour ces publications, est-il besoin de connaissances scientifiques? Certainement non, il n'y a qu'à les faire diplomatiquement, et on peut s'abstenir d'en tirer des conclusions aventurées. D'ailleurs, si l'on rencontre des difficultés d'ordre scientifique dont on veuille triompher, la coopération d'un autre membre suffira pour éclairer l'éditeur; c'est précisément l'avantage des travaux en société.

Comme exemple de publications spéciales qui peuvent tenter

siècle, je citerai la correspondance de Mersenne qui, grâce à M. Léopold Delisle, est entrée, depuis assez longtemps déjà, à la Bibliothèque nationale et y forme trois gros volumes in-folio de lettres adressées au Minime. Ces lettres touchent d'ailleurs tous les sujets et sont aussi intéressantes pour l'histoire en général que pour celle des sciences. Mais comme elles émanent de correspondants, la plupart très peu connus, et résidant dans les villes les plus diverses, leur publication soulève des questions d'histoire locale qu'il est extrêmement difficile de résoudre, soit à Paris, soit dans une autre région que celle à qui appartenait chaque correspondant. Pourquoi, dès lors, chaque Société ne se chargerait-elle pas d'éditer les lettres émanant des correspondants de sa région, en y ajoutant les éclaircissements nécessaires? J'ai donné un spécimen d'une publication de ce genre[1] pour la région de Bordeaux, où j'avais un ami [M. Hochart, v. t. IX, n° 13] qui a bien voulu faire pour moi les recherches nécessaires. Je reste persuadé que l'entreprise de publications partielles, pour cet ensemble considérable de documents d'un vif intérêt, serait beaucoup plus pratique et aboutirait beaucoup plus vite qu'une entreprise d'ensemble, pour laquelle en tout cas personne ne se présente [*1*].

1. Voir les *Annales internationales d'Histoire comparée* (Congrès de Paris, 1900), 5e *section*. — *Histoire des sciences* (Paris, Armand Colin, 1901). [*Lettres inédites adressées au Père Mersenne* par ses correspondants bordelais, Pierre Trichet, J. Lacombe, Aubert, François du Verdus, Thomas Martel; en tout neuf lettres. Cf. plus haut, t. VI, n° 22.]

[*1*. Voir plus loin la lettre de Paul Tannery au R. P. Bosmans sur le même sujet. (Le projet de mon mari n'ayant pas été réalisé, j'ai entrepris, avec l'aide et grâce au dévouement de M. C. de Waard, une publication d'ensemble qui permettra de mettre à profit les recherches déjà faites et d'utiliser les documents accumulés. Nous comprenons bien, M. de Waard

biographies de savants locaux, méritent d'appeler l'attention : d'une part, celles qui concernent la technique industrielle, en tant qu'elle est une application de la science, ou qu'elle provoque des recherches scientifiques ; de l'autre, les questions qui concernent l'enseignement scientifique pendant les périodes antérieures au siècle dernier.

L'histoire de la technique est à peine ébauchée ; ce qu'on en sait, à part quelques points spéciaux, est excessivement vague, et sur presque chaque point, on se trouve en présence de légendes qu'il est aussi difficile de contrôler que de ruiner si on en constate la fausseté. Quand on songe que même pour une époque qui ne remonte pas à un siècle, où la législation des brevets fonctionnait déjà, une invention pratique aussi importante que celle des allumettes chimiques a été longtemps l'objet d'exposés historiques foncièrement erronés, quoique présentant l'apparence de recherches approfondies, quand on réfléchit que, dans cette invention, il y a encore des détails qui ne sont pas élucidés complètement, on peut en conclure sûrement que le dix-septième et le dix-huitième siècle, pour ne pas remonter jusqu'au Moyen âge, offrent, à qui voudrait s'occuper de l'histoire de la technique, un champ presque vierge et promettant une récolte abondante. Cette histoire est intimement liée, je n'ai pas besoin de le faire remarquer, à celle de l'histoire du travail, qui est un des sujets dont cette section s'occupe avec ardeur. Est-ce trop demander que d'exprimer le désir que l'histoire de la technique ne soit pas écartée, qu'on lui fasse la place qu'elle mérite, qu'on prenne soin de publier, avec toute l'exactitude nécessaire, les documents qui

locale de chaque région ; mais ce que mon mari pouvait espérer obtenir

matériaux dont l'historien a besoin?

L'histoire de l'enseignement est également un sujet à l'ordre du jour dans cette enceinte. Mais il peut m'être permis de regretter que les questions du programme qui doivent provoquer des communications soient limitées au dix-neuvième siècle. D'un autre côté, je voudrais indiquer dans quel sens les recherches sur l'histoire de l'enseignement devraient, à mon avis, être dirigées pour servir utilement l'histoire des sciences.

Il importe, au plus haut point, pour approfondir cette dernière, d'avoir pour chaque époque des données précises sur le milieu intellectuel au point de vue scientifique; or c'est dans le niveau et le caractère de l'enseignement scientifique à cette époque que se reflète le mieux ce milieu; ce sont ces traits qu'il serait essentiel de dégager.

De la manière dont on traite le plus souvent l'histoire des sciences, dont, à vrai dire, on est à peu près obligé de la traiter dans les livres, en s'attachant presque exclusivement aux grands noms et aux grandes découvertes, on est presque fatalement conduit à se faire une idée très inexacte du rôle des principaux savants et on se rend par suite incompréhensibles les jugements portés sur leurs œuvres par les contemporains. Une invention, par exemple en algèbre, celle des exposants par Descartes, nous est présentée comme une *proles sine matre creata*, et l'on s'étonne à bon droit que les premiers lecteurs de la *Géométrie* ne l'aient point admirée autant qu'elle le méritait. La vérité est que cette « idée était dans l'air » depuis longtemps, qu'elle était même déjà à peu près réalisée complètement, même dans des livres d'enseignement, et que, sous ce rapport, le grand mérite de Descartes n'est pas tant de lui avoir donné une expression définitive

algébristes, d'aborder des questions qu'on n'avait point encore envisagées. C'est donc à très juste titre que les contemporains de Descartes ont admiré dans son œuvre la puissance et l'ingéniosité du calculateur, plutôt que le choix d'une notation déjà connue en réalité.

Et ce qu'il importe de remarquer pour cette invention, parce qu'il y a là un fait qui s'est reproduit assez souvent dans l'histoire des sciences, c'est que ce qu'il y a de réellement original dans la conception moderne de l'exposant, celle d'un nombre qui peut avoir des valeurs fractionnaires ou négatives, remonte au quinzième et même au quatorzième siècle, à Nicolas Chuquet et à Nicole Oresme, mais qu'alors ces idées, beaucoup trop avancées pour l'époque, restèrent infécondes et que ce ne fut même qu'après Descartes qu'elles s'introduisirent réellement en mathématiques.

Les exposés de l'histoire des sciences, même les meilleurs, entraînent une autre illusion; dès qu'une découverte est faite et publiée, on se figure aisément qu'elle est devenue un bien commun, qu'elle est universellement répandue. Pour notre époque, grâce à la large expansion de la presse scientifique, il en est, à la vérité, à peu près ainsi; cependant tous ceux qui sont au courant de l'état de l'enseignement savent qu'en réalité son niveau ne s'élève qu'avec un certain retard à celui de la science acquise. Or, à une époque encore peu éloignée de nous, ce retard était déjà beaucoup plus appréciable, et plus l'époque est reculée, plus il a été considérable. Je n'ai pas besoin d'ajouter que moins le degré de l'enseignement est élevé, plus les idées nouvelles mettent de temps à s'y répandre.

La détermination précise du niveau et du caractère de l'enseignement scientifique aux divers moments de l'histoire offre donc

prendre. Cette détermination n'est pas d'ailleurs sans difficultés, et elle réclame le concours de nombreux travailleurs; il s'agit en fait de rechercher, pour chaque établissement d'instruction, quels ont été les livres de classe successivement employés, ou bien de découvrir les cahiers d'élèves qui ont été conservés ou les cours, rédigés par les professeurs, qui sont restés manuscrits. Il est très probable que la plus grande partie de ces documents, au moins pour les deux derniers siècles, ne présentent pas assez d'intérêt pour être publiés. Mais l'indication de ceux qui existent et une bonne analyse de leur contenu fourniraient des matériaux très utiles. Pour le seizième siècle et pour le Moyen âge surtout, la publication devrait être spécialement encouragée.

En terminant ces courtes observations, je ne puis m'empêcher de témoigner un sentiment de regret du peu de faveur que l'histoire des sciences a trouvé jusqu'ici en France. C'est grâce à des étrangers que nous pouvons apprécier maintenant la valeur scientifique des Français dont je rappelais tout à l'heure les noms à côté de celui de Descartes, et quand moi-même la suite de mes études m'a amené à des recherches sur l'histoire de la géométrie en France au Moyen âge, j'ai trouvé les chemins occupés par un Allemand, Maximilien Curtze, qui est mort au commencement de l'année dernière.

J'ai dû me concerter avec lui pour partager entre nous la publication des textes qui nous semblaient les plus intéressants. Certes, quoiqu'il ait montré à mon égard une courtoisie extrême, j'aurais été plus heureux, pour des questions d'histoire nationale, d'avoir à m'entendre avec un Français.

Curtze[1] vivait à Thorn, petite ville où, à la vérité, il y a une

1. Dans un des prochains numéros du *Journal des Savants*, l'auteur se

Mais dans combien de petites villes françaises y a-t-il des manuscrits et des ouvrages scientifiques qui ne sont jamais ouverts? Et dans tous les anciens centres d'université n'y a-t-il pas matière à se demander ce qu'on enseignait autrefois et comment on l'enseignait?

proposé de faire ressortir l'importance de ses travaux pour l'histoire des mathématiques en France [Cf. plus haut, t. V, n° 14].

(Extrait du *Bulletin des Sciences économiques et sociales du Comité des Travaux historiques et scientifiques*, année 1904, pp. 367-372, Paris, Imprimerie Nationale, et reproduit *in extenso* dans les *Mémoires de la Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux*, 1908, t. IV, 1[re] série, pp. 383-388.)

[Au même Congrès, voir p. 361 du *Bulletin* désigné ci-dessus, à la séance du 8 avril 1904, une remarque de Paul Tannery; elle sera reproduite à la fin du t. X.]

[Lors d'un précédent Congrès des Sociétés savantes (Nancy, 10 avril 1901), Paul Tannery fit une communication « *sur l'origine musicale de la théorie du rapport* ».

Ce travail a été publié sous un autre titre au t. III, n° 71, pp. 68-89. V. *Corresp. scient.* une lettre à H.-G. Zeuthen du 21 avril 1901.]

APPENDICE

[Nous reproduisons la note suivante du R. P. Bosmans, annexée par lui à la suite de sa *Correspondance* avec Paul Tannery.]

« Dans une lettre de décembre 1902 (antérieure au 21 mars, je ne saurais préciser davantage), écrite après avoir reçu les épreuves de mes *Documents inédits sur Grégoire de Saint-Vincent*, dont je n'ai malheureusement pas gardé l'original.

1° M. Tannery me signalait dans la Correspondance de Huygens une erreur de date pour l'une des lettres de Grégoire de Saint-Vincent à Huygens. Elle était fautivement datée du 18 février 1651, tandis qu'elle devait l'être du 16 février 1652.

2° Il me donnait l'explication d'une erreur du P. Castel, jésuite, qui attribuait à Roberval une pièce due en réalité à Ad. Auzout. Ce passage de la lettre de M. Tannery a été imprimé à la page 16 de mon mémoire cité ci-dessus, note 7. »

[Voici ce passage] : « L'erreur de Castel peut provenir de ce que, le 9 juillet 1649, Carcavi écrivait à Descartes (Clers., III, p. 441) que Roberval se proposait de répondre à Sarasa (dans une réimpression de la *Perspective* de Niceron), tandis que le 24 septembre 1649, il disait (Clers., III, p. 451) que l'on avait

ici (à Paris) répondu en peu de mots (à Sarasa). Il était naturel d'induire de là (à tort, il est vrai), que la réponse était de Roberval. »

(Passage extrait des *Documents inédits de Grégoire de Saint-Vincent*, p. 16. (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, t. XXVII, 2e partie, 1903.)

N° 13 ter.

LETTRE AU R. P. HENRI BOSMANS

[Renseignements de Paul Tannery sur la Correspondance de Mersenne concernant plus particulièrement la Belgique.]

« Pour la Correspondance de Mersenne, dit-il, contenue dans les mss. français nouv. acq. 6204-06 de la Bibl. nat. de Paris, les catalogues de M. Léopold Delisle sont tout à fait insuffisants. J'ai depuis longtemps l'idée que la publication d'ensemble de cette curieuse correspondance est une œuvre bien difficile à réaliser, tandis qu'il serait relativement facile et intéressant, au point de vue du patriotisme local, de se partager la besogne en procédant à des publications par région de résidence des correspondants.

« J'ai donné, à titre de spécimen, la Correspondance de la région bordelaise dans un fascicule d'*Histoire des sciences* du Congrès d'Histoire comparée de Paris 1900, fascicule dont j'ai dirigé l'impression comme président de section.

« Pour la Belgique, voici le bilan des lettres adressées à Mersenne et conservées dans les mss. précités (en mettant de côté

1646.

« De Stenay, alors belge, une lettre d'un minime, le P. L'homme, du 6 septembre 1639.

« D'Anvers, les deux lettres de Saint-Vincent.

« De Bruxelles, une lettre de Wendelin, du 15 juin 1633, intéressante. J'en ai donné, à propos de l'horloge de Linns, un extrait dans le premier volume de Descartes [p. 269, en note].

« De Malines à Bruxelles, quatorze lettres de Van-Helmont, de juin 1630 à juillet 1631; c'est le gros morceau. Ces lettres sont très curieuses; malheureusement elles sont d'une écriture très malaisée à déchiffrer. »

[Depuis, le R. P. Bosmans nous a signalé aux archives du royaume, dans les papiers de Wendelin, une lettre de Mersenne à Trévise du 19 avril 1633. — Une lettre autographe de Torricelli à Mersenne sans date, mais écrite en février 1645, se trouve au Musée Warocqué, dans le château de Mariemont.]

[Extrait des *Documents inédits de Grégoire de Saint-Vincent*, p. 9. (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, t. XXVII, 2ᵉ partie, 1903.)

N° 14. — 1905.

AUGUSTE COMTE

ET

L'HISTOIRE DES SCIENCES[1]

Il m'a été donné, dans ma jeunesse, d'assister au mouvement de diffusion des idées positivistes, non pas, bien entendu, à son origine, mais pendant la période où ce mouvement a été, je crois, le plus actif. Alors le positivisme était bien véritablement une doctrine contemporaine, d'autant plus vivante qu'il y avait luttes, soit au sein de l'École, soit entre elle et les adversaires que Comte avait rencontrés de son vivant et qui n'avaient pas désarmé.

Peu à peu, et tandis que les idées positivistes gagnaient de plus en plus du terrain dans le cercle du grand public, tandis qu'elles imprégnaient de plus en plus l'esprit des générations nouvelles, ces luttes ont diminué de vivacité à mesure que disparaissaient et les hommes qui avaient opposé à Auguste Comte les vieux arguments traditionnels, et ceux qui avaient, plus ou

après s'être séparé du Maître, a tant fait pour vulgariser la philosophie positive telle que lui, Littré, la comprenait, disparaissait, et la revue qu'il avait fondée en 1867 avec M. Wirouboff ne lui survivait guère. M. de Blignières se retirait dans sa tour d'ivoire. Pierre Laffitte, à la fin de sa longue et vaillante carrière, enfermait de plus en plus l'École dont il était le chef dans le cercle de la Sociologie telle que Comte l'avait conçue.

Nous venons enfin de voir s'éteindre à son tour le grand penseur anglais, Herbert Spencer, dont on a pu longtemps se demander si le monument grandiose qu'il élevait ne serait pas une rénovation de l'œuvre de Comte, mais qui était trop génial pour suivre un plan étranger.

Qui reste-t-il aujourd'hui à avoir personnellement connu Auguste Comte, subi son influence directe ? Désormais le positivisme est entré dans le domaine de l'histoire, et même qui a pu prendre part jadis aux luttes qu'il suscitait, peut en parler en historien, sans passion et sans préjugé.

Je n'ai pas à vous exposer une doctrine qui a longuement été professée dans cette chaire, une doctrine qui est, je crois, connue de tous dans ses grands traits, qui est, d'ailleurs, très facilement accessible à ceux qui désirent l'étudier particulièrement. Je ne veux insister que sur le rôle d'Auguste Comte dans l'histoire des Sciences. Cependant je ne puis m'abstenir de faire quelques brèves remarques sur le caractère de l'ensemble de son œuvre.

I

Auguste Comte est un des penseurs qui auront le plus pro-

on peut le placer sur le même rang que Descartes; il laissera, dans le cerveau des générations à venir, une trace aussi durable que celle de l'immortel philosophe du dix-septième siècle.

Cette trace sera le concept même de la connaissance positive, concept constitué par les caractères sur lesquels il a longuement insisté, et qui distinguent le fait scientifique proprement dit de tout ce qui, de la part du savant, n'est qu'hypothèse dépassant ce qui est véritablement connu. Quiconque s'est familiarisé avec ce concept, désormais courant, et quiconque se l'est assimilé, a subi l'influence positiviste au sens large du mot, quand même il rejetterait tout ce qui, dans la doctrine comtiste, appartient à un autre ordre d'idées. On peut, à ce point de vue, être positiviste sans le savoir. En Allemagne, on a bien qualifié Kant de positiviste avant la lettre; on peut aussi, en prenant ce titre, comme récemment les néo-positivistes, chercher à fonder une doctrine de tendances essentiellement opposées à celles d'Auguste Comte.

Comte fut avant tout un esprit simpliste et, en même temps, puissamment systématique. Son point de départ est l'idée de donner à la politique des fondements scientifiques ou positifs (alors il emploie encore indifféremment ces deux mots). Pour que les fondements soient bien assurés, dans son cours de Philosophie positive, qui forme six volumes imprimés de 1830 à 1840, il donne un exposé synthétique de chacune des grandes sciences théoriques, en consacrant une attention particulière à l'étude des méthodes générales et des méthodes propres à chaque science; puis il aborde la science qu'il appela d'abord Physique sociale, plus tard Sociologie, et, suivant la règle qu'il a adoptée, il considère les sociétés d'abord à l'état statique, puis à l'état dynamique, c'est-à-dire dans leur évolution.

phie positive) à l'application (politique positive), et développe les conséquences pratiques de sa doctrine en vue de l'organisation future des sociétés. C'est cette seconde partie de son œuvre qui amena la rupture entre lui et Littré; mais il faut bien reconnaître aujourd'hui que, loin d'y dévier de sa voie primitive, Comte n'a fait qu'y poursuivre systématiquement et logiquement les déductions auxquelles le poussaient l'ensemble de ses prévisions. C'est l'adhésion à cette seconde partie de son œuvre qui fait le positiviste, au sens étroit du mot. C'est en ce sens seulement que le positivisme reste toujours une École bien déterminée, dont l'objectif est, d'ailleurs, d'ordre purement sociologique, et sort, par suite, du cercle dans lequel j'entends me maintenir.

II

Le premier point que je veux signaler, c'est que l'exposé synthétique des Sciences mathématiques, physiques et naturelles, donné par Auguste Comte dans son Cours de Philosophie positive, constitue un document historique d'une importance inappréciable sur l'état des sciences et des idées scientifiques au commencement du dix-neuvième siècle.

Mais, ici, une remarque capitale est nécessaire. Entré à l'École Polytechnique en 1814, Comte, pour les sciences qu'il y avait apprises, et quoiqu'il se fût adonné, pour vivre, à l'enseignement des Mathématiques, — ou plutôt pour cela même, car l'enseignement ne porte que sur la science faite et est toujours en retard sur la science qui se fait, — Comte, dis-je, est relativement arriéré en ce qui concerne les Sciences mathématiques et

commence à agiter alors dans ce domaine, ou bien il ne les apprécie nullement à leur valeur. D'autre part, sa conception de la connaissance positive n'offrait, en réalité, rien de bien neuf pour les mathématiciens, les astronomes, les physiciens et les chimistes. Il n'a donc exercé aucune action effective sur le progrès des sciences correspondantes, et, d'un autre côté, les maîtres de ces sciences furent plutôt portés à l'apprécier défavorablement.

Au contraire, pour les Sciences naturelles, ou du moins pour leur partie théorique, qu'il a d'abord appelée Physiologie, puis, plus heureusement, Biologie, Comte avait complété son instruction au sortir de l'École Polytechnique et en se mêlant au mouvement des idées d'alors. La Biologie cherchait encore sa voie et ses principes directeurs. Là, l'idée fondamentale de Comte apportait réellement un élément nouveau ; et l'on peut s'en convaincre si l'on compare à cette idée les tendances tout à fait opposées de cette « philosophie de la nature » qui régnait alors en Allemagne et y exerçait une influence que, somme toute, on doit qualifier de néfaste. Dans ces conditions, Comte rallia, parmi les médecins et les physiologistes, des adhésions aussi importantes par leur valeur que par leur nombre, et il exerça par ses idées une influence marquée sur le progrès de la science. Cette influence apparaît spécialement dans l'esprit particulier qui anima longtemps la Société de Biologie, fondée en 1848, et qu'a fait ressortir le Dr Gley, dans une remarquable étude insérée dans les *Annales internationales d'Histoire comparée* (Congrès de Paris, 1900, Histoire des Sciences). Grâce aux travaux des savants illustres qui ont fait la gloire de cette Société, et qui ont tous été plus ou moins touchés par le comtisme, l'influence de la

dans les liens d'une formule morte.

Si Comte n'a, d'autre part, nullement prévu le succès auquel devaient atteindre les doctrines de Lamark, ni l'importance capitale que devait prendre dans le dernier tiers du dix-neuvième siècle l'idée de l'évolution en Biologie, il est, en revanche, un point sur lequel il a assurément devancé l'avenir. Sa conception de la vie sur une base purement chimique (à une époque où la théorie cellulaire n'existait pas encore) est évidemment le point de départ de celle que M. Le Dantec devait formuler de nos jours.

Peut-être est-il permis de se demander si, dans la Sociologie de l'avenir, la trace de l'œuvre d'Auguste Comte restera marquée plus profondément qu'en Biologie [1].

Mais surtout, en ce qui concerne l'exposé synthétique qui remplit les cinq premiers volumes d'Auguste Comte, on doit remarquer que, selon toute probabilité, on ne reverra plus pour l'avenir un travail aussi profond et aussi complet accompli par un seul homme. Peut-être, entre 1850 et 1870, un génie égal au sien et doué d'une puissance d'assimilation aussi remarquable, eût-il encore pu essayer une œuvre du même genre, en refondant et en développant le travail de Comte. Mais, depuis un demi-siècle, le

[1. Les lignes qui précèdent, chap. I et II, ont été publiées par Jules Tannery dans sa notice sur son frère insérée dans le volume des *Rapports et Comptes rendus du Congrès international de Philosophie*, IIe session, tenue à Genève en 1904, in-8°, VII + 974 pp. + 17 figures et 5 portraits hors texte. Genève, Kundig, 1905 (pp. 778-780). On les trouve également dans le volume détaché de ce recueil et publié par les soins du Dr Claparède, volume spécial à la Section d'histoire des sciences dont Paul Tannery était président. *Congrès international d'Histoire des Sciences*, IIIe session, in-8°, VIII + 188 pp. + 1 pl. Genève, Kundig, 1906. Ce volume devait contenir les remarques personnelles dont Paul Tannery voulait faire suivre les travaux de la Section et les discussions qu'ils avaient pu provoquer. Il est mort au moment même où il allait préparer ces remarques.]

jourd'hui il faudrait recourir à une collaboration et renoncer à l'unité de vue qui fait le grand intérêt de pareilles tentatives.

III

Je ne m'arrêterais point à la classification des sciences d'Auguste Comte, si je n'avais à examiner l'intérêt qu'elle offre pour l'Histoire des sciences.

La valeur de cette classification est unanimement reconnue ; elle procède, comme on sait, du plus simple et du plus général au plus complexe et au plus particulier :

Mathématique, Astronomie, Physique, Chimie, Biologie, Sociologie.

Je ne relèverai ni les critiques qui ont été adressées à cette classification, ni les modifications, plus ou moins heureuses, qu'on a voulu lui apporter, en complétant, par exemple, le cadre des sciences abstraites et générales, auquel Comte s'était limité, par l'addition des sciences appliquées à des objets particuliers.

Je considère, en effet, ces critiques et ces corrections comme déplaçant la question telle qu'elle me semble devoir être posée.

Comte a cherché une classification *a priori*, et il a très sagement fait de se borner aux sciences abstraites, pour lesquelles la question était relativement simple et susceptible d'une solution heureuse, en ce sens, du moins, qu'elle peut être assez commodément appliquée à l'histoire des sciences depuis la Renaissance (si l'on écarte toutefois la Sociologie, qui doit, bien entendu, avoir son histoire à part).

Mais, si l'on remonte à l'Antiquité et au Moyen âge, une clas-

attaché au point de vue *a priori*, je me suis convaincu que la question de classification des sciences est une question historique et que, pour se rendre compte de l'état d'esprit scientifique à une époque donnée, il faut classer les matières sous les rubriques dont on les affectait alors et dans l'ordre effectif de leur enseignement. Même pour Descartes, vouloir, par exemple, exposer à part ses idées en Mécanique, en Astronomie, en Physique, en Chimie, et décomposer, à cet effet, l'unité singulière qui règne dans les *Principes de Philosophie*, c'est une entreprise essentiellement contraire au véritable point de vue historique.

Quelque satisfaisantes que puissent paraître encore aujourd'hui les raisons invoquées par Comte pour présenter sa classification comme nécessaire, complète et définitive, nous ne pouvons nullement affirmer que, d'ici à un siècle, les cadres de plusieurs de ses grandes sciences n'aient pas subi des modifications profondes, et certains indices sont même de nature à faire croire que ces modifications peuvent être assez prochaines. Elles n'infirmeront pas en tout cas la valeur de la classification d'Auguste Comte relativement à son temps et à une période historique assez longue.

C'est évidemment un exercice où l'on peut se complaire, comme l'ont fait, avant et après Comte, Ampère et Cournot, que de tracer *a priori* un cadre des sujets d'étude que l'on considère comme possibles et qu'on croit nécessaire de distinguer. On peut les grouper, les classer, les subdiviser de façon plus ou moins rationnelle ou ingénieuse; on peut les affubler de noms plus ou moins heureux, s'il n'y en a pas qui soient déjà courants. Mais c'est vouloir imposer au libre esprit scientifique des bornes auxquelles il ne s'assujettira pas. Aussi, bien rares sont, dans les

tuer sous d'autres noms ou des spécialités qui prennent un développement inattendu, ou des groupes d'études dont le lien reste encore assez lâche et dont l'union n'est peut-être que provisoire. Ce sont ces sciences que l'histoire à venir aura à classer *a posteriori* comme appartenant par leur origine à notre époque (si du moins elles lui survivent), car c'est de notre temps qu'elles auront commencé à être traitées et professées à part.

Mais, quant à la classification d'Auguste Comte, même si on limite aux sciences abstraites l'histoire générale des sciences, cette classification offre au point de vue historique un grave inconvénient : c'est d'écarter la Médecine. A la vérité, on peut la concevoir, au point de vue abstrait, comme n'étant qu'une branche spéciale de la Biologie, à savoir la Pathologie. Mais c'est méconnaître singulièrement, pour la plus longue période du passé, celle de l'Antiquité et du Moyen âge, l'importance tout à fait exceptionnelle des médecins comme savants. En réalité, jusqu'au dix-septième siècle, il y a eu trois cercles d'études bien distinctes, dont les adeptes s'appelaient mathématiciens, philosophes et médecins. Or ce sont les médecins qui sont les plus anciens, en ce sens au moins que ce sont les premiers qui aient constitué un *corpus* d'études scientifiques, celui d'Hippocrate. Ce sont eux qui ont toujours possédé la science la plus complète, parce que leur profession exigeait une culture générale et était le débouché naturel après les études scientifiques. Ce sont eux qui, pour la pratique de leur art, ont développé les sciences naturelles, puis les ont longtemps gardées sous leur tutelle. Ils ont même contribué parfois, avec une singulière activité et un bonheur étrange, au progrès des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques. Les noms de Cardan, de Copernic (qui était docteur en médecine et praticien remar-

quable), de Gilbert, de Paracelse, le montrent assez. Une histoire spéciale de chaque science peut négliger ce rôle universel des médecins; une histoire générale doit le mettre en relief.

IV

J'arrive enfin à ce que Comte a appelé la loi des trois états, théologique, métaphysique, positif; il l'a formulée dès son premier volume; mais, pour en saisir la véritable signification, il est peut-être nécessaire de lire tout le cours de Philosophie positive; il est surtout indispensable d'en étudier le sixième volume, qui, comme étude des sociétés au point de vue dynamique, comprend une histoire de l'humanité dans laquelle l'étude de l'évolution scientifique tient une large part. Il n'y a pas là, à vrai dire, une histoire générale des sciences, précisément parce que les éléments étrangers à cette histoire sont beaucoup trop considérables, mais il y a, sur l'histoire des sciences, des aperçus d'une haute valeur, et dont il est essentiel de tenir compte.

Je ne puis prétendre faire aujourd'hui le relevé de tout ce qui, dans l'œuvre de Comte, mérite ainsi d'être conservé pour l'histoire générale des sciences, et peut y être incorporé sans hésitation. Je me bornerai à examiner la loi des trois états, en la prenant, d'ailleurs, sous la forme que Comte lui a donnée dès 1830. Il affirme que l'esprit humain, en s'occupant des objets au sujet desquels des connaissances scientifique sont possibles, passe nécessairement par trois états successifs, qu'on peut retrouver dans le développement intellectuel de l'enfant

les causes p[illegible] des effets qui le frappent, en un mot, vers les connaissances absolues, se représente les phénomènes comme produits par l'action directe et continue d'agents surnaturels plus ou moins nombreux, dont l'intervention arbitraire explique toutes les anomalies apparentes de l'Univers.

« Dans l'état métaphysique (ou abstrait), qui n'est au fond qu'une simple modification générale du premier, les agents surnaturels sont remplacés par des forces abstraites, véritables entités (abstractions personnifiées) inhérentes aux divers êtres du monde, et conçues comme capables d'engendrer par elles-mêmes tous les phénomènes observés, dont l'explication consiste alors à assigner pour chacune l'entité correspondante.

« Enfin, dans l'état positif, l'esprit humain, reconnaissant l'impossibilité d'obtenir des notions absolues, renonce à chercher l'origine et la destination de l'Univers, et à connaître les causes intimes des phénomènes, pour s'attacher uniquement à découvrir, par l'usage bien combiné du raisonnement et de l'observation, leurs lois effectives, c'est-à-dire leurs relations invariables de succession et de similitude. L'explication des faits, réduite alors à des termes réels, n'est plus désormais que la liaison établie entre les divers phénomènes particuliers et quelques faits généraux, dont les progrès de la science tendent de plus en plus à diminuer le nombre[1]. »

La première remarque que je ferai sur ce qu'on appelle la « loi des trois états » pourra vous paraître un peu hors de propos, et je m'en abstiendrais si je ne visais qu'Auguste Comte dans

1. Auguste Comte, *Cours de Philosophie politique* (2 juillet 1830), t. I, 1830.

m'élever, dans la mesure [illegible], contre l'abus du mot « loi » dans des domaines où l'on essaie d'imiter les méthodes scientifiques. Si louables que puissent être ces tentatives, il faut au moins insister sur ce point que, pour elles, la première condition du succès est de respecter rigoureusement la précision de la terminologie scientifique.

Le mot *loi* a déjà au moins deux acceptions techniques bien distinctes : l'acception juridique et l'acception scientifique. Mais, dans ces deux acceptions, il a (ou au moins doit avoir) trois caractères qui lui sont communs.

La loi est universelle ; en grammaire, il n'y a pas, dit-on, de règle sans exception ; à la loi, il n'y a pas d'exception, parce qu'elle doit spécifier tous les cas auxquels elle s'applique.

La loi doit être précise, c'est-à-dire que tous les mots qui y sont employés doivent avoir un sens clair et sans ambiguïté. Or, c'est précisément là ce qui fait la grande difficulté de formuler des lois dans les ordres de connaissances où le langage n'a pas une précision technique, et ce qui, dans l'ordre juridique, a rendu nécessaire la constitution de la jurisprudence, ou de ce que l'on appelle la science du droit, dont l'objet est précisément de suppléer à l'imprécision des textes législatifs.

Enfin, la loi doit permettre la prévision pour l'avenir et dans chaque cas particulier, et une prévision non pas vague, mais bien déterminée : sans doute, il est possible, si le cas est complexe, qu'une loi unique ne suffise pas pour la prévision complète ; mais elle doit, au moins, fournir une équation (ou l'équivalent d'une équation) entre les données du cas considéré et les inconnues qu'on cherche à prévoir.

Il est malheureusement trop évident que, jusqu'à présent, aucune de ces trois conditions n'est suffisamment remplie par

Sociologie, en Psychologie ou en Économie politique. Cela ne veut nullement dire que ces formules n'ont aucune valeur ni aucune importance; mais appelons-les seulement formules et ne prodiguons pas le mot de « loi scientifique ».

Je demande donc la permission de dire désormais la formule des trois états, et non la loi des trois états.

Est-il nécessaire d'insister au sujet de cette formule sur ce qui lui manque pour pouvoir réellement être élevée à la hauteur d'une loi scientifique?

D'abord, sous le rapport de l'universalité, il est évident qu'elle n'est fondée que sur l'observation, et en fait sur l'observation de l'évolution d'une seule civilisation, celle que nous appelons européenne et que nous ne faisons pas remonter plus haut que les Romains et les Grecs. L'analogie avec le développement intellectuel de l'enfant ne peut certainement être invoquée qu'en gros, et une étude plus approfondie de ce développement, en somme très peu étudié, peut montrer qu'il n'y a dans le rapprochement que des apparences plus ou moins trompeuses.

Conclure, dans ces conditions, que la formule des trois états est applicable à l'histoire passée et future des Chinois, dont la mentalité semble si différente de la nôtre, ou bien qu'une éducation rationnelle ne pourrait pas faire passer immédiatement des nègres fétichistes de l'état théologique à l'état positif, c'est faire des inductions qui peuvent être vraies, mais qui dépassent évidemment la portée des observations faites.

Sur le manque de précision de la formule des trois états, j'aurai à exprimer des critiques très graves en ce qui concerne le second état; je diffère pour ce moment les critiques.

Enfin, la formule ne permet de rien prévoir pour l'avenir, pas plus que de rien reconstruire dans le passé; à cet égard

précisément parce qu'elles sont historiques. Même en admettant, avec Comte, le progrès de plus en plus marqué dans l'avenir de l'esprit positif (et certes il n'y a pas aujourd'hui à se vanter du don de prophétie pour faire une prédiction de ce genre), il est certain qu'on ne peut affirmer que toute trace des états théologique et métaphysique disparaîtra à un jour donné! Et Comte a tellement senti la difficulté sur ce point qu'il a reconnu dès le début, et non pas seulement à la fin de sa carrière, la nécessité de donner satisfaction aux sentiments qui sont les supports de ces deux états intellectuels, et qu'il s'est efforcé, dans sa Politique positive, de répondre à cette nécessité en transformant dans un sens déterminé les conceptions qui servent de base à la religion et à la philosophie.

Or, l'histoire nous apprend bien que ces conceptions ne sont nullement immuables et qu'elles se transforment d'elles-mêmes par une évolution interne. Mais elle ne nous apprend point ce qu'elles deviendront en fait dans l'avenir, et peut-être que bien longtemps avant qu'elles se rapprochent (si jamais elles doivent le faire) des formes que leur a assignées Aug. Comte dans l'avenir, peut-être l'état positif lui-même (c'est-à-dire la conception de la science par les savants) aura-t-il subi une transformation aussi profonde et aussi radicale.

V

La formule des trois états a été l'objet de longues et sérieuses discussions, que je ne rappellerai point. En fait, elle est tombée dans une défaveur que, pour ma part, je trouve quelque peu

d'une orientation générale qui n'est pas sans importance, dût-elle, dans l'étude de l'histoire des sciences, n'être que provisoire. Elle a surtout l'intérêt (peut-être plus apparent que réel) de donner comme une mesure du progrès relatif de chaque science.

D'après le principe de classification d'Auguste Comte, il va, en effet, de soi que chacune d'elles a besoin, pour accomplir un certain progrès, que la science qui la précède et qui est plus générale qu'elle, et par là même plus simple, ait fait elle-même le pas en avant qui peut permettre ce progrès. Les sciences se développent donc suivant l'ordre de leur simplicité et de leur généralité. Cette vérité, sur laquelle Comte a insisté à bon droit, est au fond une tautologie, et l'on en voit de nombreux exemples dans l'histoire des sciences. Mais, si on l'applique à la classification de Comte, elle peut soulever des difficultés, parce qu'à une époque donnée le nombre et l'importance des connaissances techniques et de leurs applications peut, par exemple, sembler supérieur en Histoire naturelle, inférieure en Chimie.

Or cette difficulté peut être écartée par la formule des trois états, qui est suffisamment compréhensive et suffisamment pratique, alors qu'il est certainement très malaisé de trouver une définition générale et précise du progrès ou du développement d'une science. Je ne sache pas du moins que ceux qui ont critiqué l'échelle choisie par Comte en aient trouvé une meilleure.

Les réserves que je crois devoir faire en faveur de la formule des trois états ne m'empêchent pas de signaler son défaut capital. Tandis que les états théologique et positif sont définis assez clairement, il n'en est pas de même de l'état intermédiaire.

aussi ancienne que ... à savoir l'Astronomie.

Il est évident que le premier pas décisif a été accompli le jour où l'on a reconnu que les phénomènes célestes étaient soumis à des périodes régulières, permettant leur prévision. Or ce pas a été accompli en pleine période théologique, chez les Chaldéens, puisqu'ils étaient parvenus à prédire les éclipses sans même avoir reconnu leur véritable cause, et alors qu'ils considéraient toujours incontestablement les astres comme des divinités.

Au temps de Platon et d'Aristote, il y avait déjà eu des penseurs, comme Anaxagore, qui avaient osé affirmer que le Soleil et la Lune étaient de nature terrestre; mais leurs conceptions ne permettaient pas plus la prévision des phénomènes astronomiques que le bannissement des idées théologiques et métaphysiques ne nous permet aujourd'hui les prévisions météorologiques à longue échéance.

Platon et Aristote reviennent à considérer les astres comme divins; mais ils déclarent que, précisément parce qu'ils sont divins, il leur convient de n'avoir que des mouvements circulaires et uniformes. C'est une conception que les philosophes s'accorderont pour regarder comme métaphysique, quoiqu'elle ne rentre nullement dans la définition donnée par Comte de l'état métaphysique. Or cette conception a constitué le second pas décisif en Astronomie, celui qui a permis de fonder une théorie mathématique; que cette théorie mathématique ait été très imparfaite dans l'Antiquité, cela tient à l'insuffisance des observations et aussi à celle des théoriciens, non pas au vice de la conception.

Pratiquement, en effet, la connaissance positive en Astronomie

culaires et uniformes, car nos tables astronomiques sont calculées au moyen de développements en séries trigonométriques qui ne représentent pas autre chose, et dont chaque terme peut et doit être corrigé d'après les observations.

Les lois de Képler, dont la loi de Newton a été déduite à l'origine, n'existent plus qu'en façade, et l'exactitude parfaite de la loi de Newton elle-même reste toujours sujette à caution : le progrès de la certitude des observations peut toujours amener à y introduire une correction.

Parallèlement à la théorie mathématique, les Anciens ont eu une conception physique du système du Monde. Les phénomènes célestes sont regardés comme produits par des rotations de sphères enchâssées ou roulant les unes sur les autres sans frottement et conservant, par suite, un mouvement uniforme. Ces sphères sont conçues comme divines et comme formées d'un élément matériel essentiellement différent des éléments sublunaires. L'idée de leur divinité disparut avec le polythéisme devant le monothéisme chrétien, sans aucune intervention de l'esprit positif.

Le reste de la conception qui subsista jusqu'à Tycho-Brahé est une hypothèse certainement fausse, mais d'un caractère purement physique, et qui, en elle-même, n'est pas plus ridicule que celle de l'éther au milieu duquel les astres se mouvraient sans frottement en obéissant à une action à distance.

La machinerie de Ptolémée était trop compliquée ; Copernic la simplifia énormément en renouvelant l'hypothèse héliocentrique d'Aristarque de Samos, mais il la conserva en principe. Dans sa réforme, il part, d'ailleurs, d'une idée vraiment métaphysique, à

des observations de Tycho-Brahé, par la même idée métaphysi-
qui avait inspiré Copernic, et aussi par des tendances mystiq
bien connues concernant les propriétés des figures et
nombres.

Avant Newton, avec lequel s'ouvre définitivement l'ère co
dérée comme positive par Auguste Comte, le seul en qui ap
raisse clairement l'état d'esprit positif est certainement Tyc
Brahé, qui renverse définitivement l'antique conception
sphères, mais qui, d'un autre côté, se refuse à adopter l'hypotl
héliocentrique, parce qu'elle n'est pas établie sur l'expérence
qu'elle ne représente pour lui qu'une simple combinaison ma
matique.

Ainsi l'histoire du progrès de l'Astronomie nous offre
suite d'étapes, pour lesquelles nous voyons intervenir à la
des conceptions théologiques, métaphysiques et positives,
qu'elles se distinguent nettement les unes des autres pour ca
tériser des périodes successives. Nous voyons les idées méta
siques contribuer très largement au progrès, le décider mê
plutôt que les conceptions strictement positives. Mais une
pure en trois états distincts est, en tout cas, une concep
simpliste qui ne représente que très imparfaitement la conti
historique, d'autant que la question n'est certainement pas
chée définitivement, comme le croyait Comte, par la décou
de Newton.

Or, ce qu'il est essentiel de remarquer, c'est que la descri
de l'étai métaphysique par Auguste Comte ne correspond n
ment aux idées que je viens de qualifier de métaphysiques,
vant le langage courant et suivant le langage des philoso

on sait, a été longtemps combattue comme un retour aux qualités occultes des scolastiques.

Certainement, Comte n'a pas visé la gravitation universelle : il n'en reste pas moins certain que, malgré tous ses efforts, il n'a pu débarrasser la conception de la force en Mécanique, telle qu'elle existait de son temps, de son caractère métaphysique, qui dérivait plus ou moins de la conception anthropomorphique primitive. Car l'œuvre de Comte est antérieure aux tentatives modernes pour éliminer de la science positive le concept de force, en lui substituant le concept d'énergie. Ces tentatives, qui n'ont pas encore définitivement triomphé, accusent, au reste, un progrès marqué des idées positives ; mais leur critique approfondie, que je n'ai pas à entreprendre aujourd'hui, montrerait qu'elles ne sont nullement exemptes du levain véritablement métaphysique.

VI

Ce qu'Auguste Comte visait, si l'on pèse bien ses mots, si l'on examine les exemples qu'il donne, dans son sixième volume, c'est, pour ne pas parler des idées simplement fausses, comme les superstitions astrologiques ou les croyances aux influences occultes, l'explication tant raillée par Molière :

Quare opium facit dormire?
Quia est in eo
Virtus dormitiva
Cujus est natura
Sensus assoupire

à faire avec la métaphysique ; elle est purement scolastique, c'est-à-dire un produit d'un enseignement livresque, s'exerçant à vide, sans contact avec les faits, avec le grand livre de la Nature, comme dirait Galilée.

Vous savez tous que le mot métaphysique a pris depuis longtemps le sens de « dépassant la nature » et s'applique comme tel à des spéculations faites en grande partie *a priori*, n'ayant par suite qu'une valeur subjective ou individuelle, et qui ont le caractère soit d'anticipations hypothétiques sur un domaine connaissable, mais non encore connu, soit de conceptions systématiques sur ce qui est scientifiquement inconnaissable. Telles, par exemple, les *Méditations* de Descartes. A ce titre, l'affirmation d'une inconnaissable est certainement métaphysique.

Mais vous savez aussi qu'originairement ce mot désignait un ensemble de livres d'Aristote, pour lesquels on n'avait pas trouvé de titre convenable et qu'on appela μετὰ τὰ φυσικὰ parce qu'on les rangea dans un *corpus* aristotélique après τὰ φυσικὰ, c'est-à-dire après les livres consacrés à la Physique. En réalité, les treize livres de la *Métaphysique* sont, comme tous les écrits scientifiques ou philosophiques d'Aristote, des rédactions de cours qui n'étaient pas destinées à être publiées sous cette forme ; mais, en outre, les livres métaphysiques sont en général particulièrement imparfaits, et la rédaction en est beaucoup moins au point que pour les autres. Ils sont consacrés à des sujets passablement divers, dont plusieurs ont été repris ailleurs.

Cependant, on y distingue des parties qui paraissent avoir appartenu à ce qu'Aristote appelait Philosophie première, et où il a essayé d'accomplir un travail moitié grammatical, moitié logique, mais essentiellement utile : celui de distinguer avec soin

usage courant dans la science. C'est de cette partie de la Métaphysique d'Aristote, reprise au treizième siècle par les grands docteurs de la Scolastique, que dérive le terme d'*entité* auquel, d'ailleurs, rien absolument ne correspond dans Aristote.

Entité est un terme purement logique, signifiant le sens sous lequel on conçoit que le verbe *être* peut être lié à un mot substantif. Il y a par suite de nombreuses sortes d'entités, selon que le substantif représente un objet réel ou une abstraction de telle ou telle sorte. L'École distinguait certainement des abstractions personnifiées, mais elles appartenaient aux théories platoniciennes ou plutôt néoplatoniciennes, nullement aux doctrines aristotéliques, et ces abstractions étaient parfaitement séparées, qualifiées de transcendantes, nullement inhérentes ou immanentes aux êtres, comme le dit Comte. Il suffit de dire qu'on parlait d'entités modales et que jamais un mode n'a été considéré que comme une abstraction purement logique, que jamais un mode n'a pu être personnifié, pour constater l'inexactitude du langage de Comte.

Si la manière d'enseigner du Moyen âge, et jusqu'en plein dix-septième siècle, a pu réellement conduire à attribuer une existence objective à une notion essentiellement verbale, cela n'a rien à faire avec la Métaphysique ; en étudiant l'esprit des enfants, on se rend compte avec quelle facilité leur imagination se porte à des transformations de ce genre, et l'on doit se dire que, si le triomphe définitif des idées positives était, par impossible, accompagné d'un arrêt prolongé dans le progrès de la science, si, par suite, l'enseignement, comme après le grand mouvement intellectuel du treizième siècle, restait enfermé dans une tradition livresque pendant une période de trois ou quatre siècles, on verrait réapparaître l'état d'esprit stationnaire que Molière a stigmatisé.

reconnaissant une valeur sérieuse à la formule des trois états, je ne puis en accepter les termes. Proposerai-je de la corriger ou de lui en substituer une autre? Nullement. Je dois au moins à cette formule la reconnaissance de m'avoir incité à approfondir l'histoire des sciences, dans le but de l'éprouver et d'en déterminer la portée et le degré de justesse. Mais, de cette étude, poursuivie depuis trente ans, j'ai retiré cette conviction que de pareilles tentatives ne peuvent être maintenant, et de longtemps encore, que des anticipations prématurées, et, si elles peuvent être utiles pour provoquer des recherches dans une direction qui n'aurait pas encore été essayée, il faut se garder de les poser comme des dogmes acquis. Et le grand défaut de Comte, comme historien de la science, c'est que, dans tout ce qu'il a écrit à ce sujet, il a pris le contre-pied de la maxime : *Scribitur ad narrandum, non ad probandum.*

J'ai retiré de mes recherches une autre conviction : c'est que, dans le développement scientifique, entrent d'autres facteurs que les états successifs de la mentalité. Il en est, en particulier, dont la considération est nécessaire pour expliquer les accidents que présente le cours de cette histoire, pour rendre compte, par exemple, des intervalles énormes de temps entre des étapes qui nous semblent aussi voisines que possible. Ces facteurs, dont il me semble essentiel de ne pas négliger les effets, sont l'état politique et l'état économique.

La suite de ce cours vous montrera, Messieurs, dans quelle mesure j'estime que ces facteurs doivent figurer dans l'Histoire générale des sciences.

(Extrait de la *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, 15 mai 1905, pp. 410-417.)

DU PROGRAMME

D'UNE

HISTOIRE GÉNÉRALE DES SCIENCES

I

Dans les deux Discours qui précèdent [1], j'ai cherché à faire comprendre dans quel esprit on devait traiter l'histoire générale des sciences. J'ai annoncé que je reviendrais sur un point que je considère comme particulièrement important de bien faire comprendre aux travailleurs ; c'est que les recherches de première main, les seules qui déterminent en réalité le progrès de l'histoire, sont, en ce qui concerne les sciences, beaucoup plus aisées et demandent beaucoup moins de préparations particulières, lorsqu'on les dirige sur l'étude d'ensemble des connaissances scientifiques pour une époque déterminée (c'est-à-dire dans le sens de l'histoire générale) que lorsqu'on veut s'attacher au développement des connaissances spéciales à une science isolée, pendant une très longue période de temps, et chez des peuples différents. Mais avant de traiter plus complètement ce sujet, et pour ne pas rester, en l'exposant, dans un ordre d'idées trop

[1. Sans doute allusion aux leçons précédentes.]

toire des sciences, tel que je le conçois.

Je veux dire qu'il convient tout d'abord d'en limiter le contenu en premier lieu quant à la matière, en second lieu, quant aux temps que cette histoire doit embrasser, en troisième lieu, quant aux peuples auxquels il peut convenir de se borner.

D'un autre côté, il convient également, une fois cette limitation opérée, d'indiquer les divisions à adopter tant pour l'étude que pour l'exposition du sujet.

C'est donc au tracé, ainsi entendu du programme de l'histoire générale des sciences, que je me propose de consacrer ce Discours.

II

Quand un sujet est par lui-même excessivement vaste, non seulement il convient de ne pas chercher à l'étendre hors de ses limites naturelles, mais il est peut-être légitime de chercher à resserrer ces limites autant que possible.

Ainsi jusqu'à présent j'ai entendu le mot *sciences* dans le sens suffisamment précis qu'on lui donne quand on parle de l'Académie des Sciences ; j'ai donc implicitement exclu et les sciences morales et politiques, comme on les appelle, ainsi que les diverses doctrines qui sont du domaine de l'érudition et auxquelles on donne aussi le nom de sciences, qu'elles peuvent plus ou moins mériter.

Mais convient-il d'être encore plus sévère et de se borner comme par exemple l'a fait Auguste Comte, aux sciences théoriques et abstraites ? Ce n'est point mon avis ; en principe, si l'histoire générale des sciences doit retracer tout mouvement

les diverses influences qui déterminent le progrès, elle ne peut évidemment écarter ni les sciences concrètes, ni les sciences appliquées. J'ai déjà eu en particulier l'occasion d'exposer les motifs graves qui me conduisent à faire sa place à la médecine qui, avant tout, est un art, une technique. D'un autre côté, il est clair qu'en dehors de toute conception scientifique, ont été réalisées certaines inventions, développés certains arts (par exemple la musique) qui n'en ont pas moins joué pour le progrès des sciences, par les problèmes qu'ils ont suscités, un rôle qui n'est nullement négligeable. Les techniques les plus diverses, et non seulement les techniques proprement scientifiques peuvent ainsi obtenir, dans l'histoire générale des sciences, une mention que leur refuserait l'histoire spéciale.

Il ne faut pas, en tout cas, penser qu'en ouvrant ainsi la porte aux connaissances scientifiques non abstraites, nous avons à craindre une surcharge démesurée pour notre programme. D'un côté, les techniques constituant des spécialités aussi peu accessibles au grand public scientifique que les branches élevées des sciences particulières, l'histoire générale ne pourra être que très sobre dans ses aperçus sur cette matière. D'autre part, si l'on fait abstraction d'un petit nombre de cas particuliers, qui ont attiré une attention spéciale, l'histoire des applications de la science et celle de la technique sont extrêmement en retard. Les éléments réunis dans ces domaines sont si peu nombreux que nous devons plutôt redouter leur défaut que leur abondance, et ce n'est pas un des moindres avantages à attendre de l'orientation des travaux dans le sens de l'histoire générale des sciences que la découverte de matériaux intéressant l'histoire des techniques. Cette histoire présente en effet, dans l'état actuel des choses, d'énormes difficultés ; la plupart du temps on ne trouve pas

ciles à contrôler. Si l'on songe, par exemple, qu'une découverte aussi récente et aussi importante en fait que l'est celle des allumettes chimiques est l'objet de légendes obscures au milieu desquelles les constatations des brevets donnent à grand'peine un fil conducteur qui permette de se retrouver, l'on en vient à se demander si tout ce qu'on raconte sur les inventions est autre chose qu'un ensemble d'erreurs accréditées. Et certainement, si l'histoire de la technique offre aux recherches de vastes terrains encore presque vierges, et promettant lès lors d'abondantes moissons, c'est en même temps celle qui doit réclamer des travailleurs la plus grande rigueur de méthode et le tact historique le plus exquis.

III

Ainsi, en ce qui concerne la matière de l'histoire générale des sciences, il faut au moins conserver au mot *sciences* le sens encore assez large que nous lui avons donné jusqu'à présent. Il semble dès lors nécessaire, en ce qui concerne le point de départ de cette histoire, de ne pas lui en assigner un et de la laisser remonter jusqu'aux origines les plus lointaines qu'il sera possible d'atteindre. Car d'un côté, il est incontestable que la science a été édifiée sur le fondement des connaissances pratiques dont nous voyons bien que quelques-unes ont été successivement acquises par nos ancêtres, mais dont quelques autres semblent antérieures aux plus anciens témoignages de l'existence de l'humanité; or la distinction entre la connaissance pratique et la connaissance positive (scientifique) ne semble guère pouvoir être établie d'après un critérium précis. D'un autre côté, il y a une

ble avoir toujours été possédée par l'humanité, puisque même la poule, dit-on, compte ses poussins.

Malgré ces raisons, j'estime qu'il convient au moins de distinguer une période préscientifique, antérieure à l'époque où le concept de science s'est formé, et jusqu'à preuve du contraire, de tenir comme dogme assuré que cette formation du concept de science est l'œuvre d'un seul peuple, le peuple hellène, qui l'a communiquée aux autres. Si, ainsi que je l'ai indiqué tout à l'heure, on a pu nier qu'il soit possible de tracer une ligne de démarcation précise entre la connaissance pratique et la connaissance scientifique, il n'en est pas moins clair que cette dernière suppose au moins que l'on a conscience qu'elle est scientifique, par suite que l'on s'est formé de la science une certaine idée. Or, quoique les Grecs eux-mêmes se soient plu à célébrer la science des Égyptiens et des Chaldéens, il est parfaitement certain que les découvertes de l'archéologie orientale pendant le dix-neuvième siècle, nous montrent ces peuples au-dessous du niveau vraiment scientifique, et qu'aucun indice sérieux ne nous permet de supposer qu'avant le contact des Grecs, leur mentalité se soit jamais élevée à la conception abstraite de la science pure et désintéressée.

Cette conception chez les Grecs n'a pas d'ailleurs surgi brusquement à une heure donnée, comme Minerve du cerveau de Jupiter; elle a été longuement élaborée pendant une période de plus de deux siècles, et n'a atteint son plein épanouissement qu'avec Platon et Aristote. Mais il n'y a pas pour cela de motif suffisant pour abandonner la tradition qui, précisément d'après Aristote, fait remonter jusqu'à l'époque de Thalès, c'est-à-dire au commencement du sixième siècle avant Jésus-Christ, le temps auquel les connaissances mathématiques, astronomiques et phy-

nienne.

Le début de l'histoire véritable des sciences étant ainsi déterminé, la convenance de la faire précéder par une introduction consacrée à la période préscientifique n'est pas exclue par là. Tout au contraire cette introduction présente un double intérêt: éclaircir à quel degré d'élaboration peuvent être amenés les concepts qui seront fondamentaux dans les sciences, avant que l'idée même de science se soit dégagée de celle de l'art; montrer à quel point et sous quelles conditions la civilisation peut être développée, comment en particulier des monuments qui nous étonnent encore ont pu être élevés, avec des connaissances techniques très simples, avec des procédés tout à fait élémentaires. Mais il faut reconnaître que ces deux questions intéressent l'une la théorie de la connaissance, c'est-à-dire une branche de la philosophie, l'autre l'histoire de la civilisation, plutôt qu'elles ne concernent l'histoire propre des sciences.

J'ai parlé du *terminus a quo*; j'arrive maintenant à la question du *terminus ante quem*. Jusqu'à quel moment faut-il poursuivre l'histoire générale des sciences?

Pour l'histoire spéciale, surtout pour les questions particulières, il n'y a pas de doute qu'il ne convienne de conduire l'histoire jusqu'à nos jours. L'intérêt propre des travaux de ce genre, ce qui peut attirer le public restreint auquel ils sont destinés, c'est précisément l'opposition entre l'état actuel de la question et les conceptions antérieures. Il faut donc en réalité les construire en remontant l'ordre des temps à partir du moment présent.

Pour l'histoire générale, la situation est tout à fait différente; d'un côté, pour porter sur une œuvre scientifique un jugement qui puisse avoir un caractère définitif, il faut un certain recul dans le temps; il faut que cette œuvre ait produit son effet; il

sions du moment; il faut qu'il puisse parler avec une indépendance dont les vivants pourraient être justement froissés et qui pourrait par suite provoquer des polémiques fâcheuses et inutiles.

D'un autre côté, celui qui veut écrire sur l'histoire contemporaine peut certainement accomplir une tâche utile pour l'historien futur; je ne voudrais donc détourner de cette tâche personne qui puisse être capable de la mener à bien; mais elle exige des qualités toutes spéciales et plutôt natives que susceptibles d'être acquises. Il est bien rare qu'on les possède en même temps que celles qui font l'historien des temps passés. L'histoire contemporaine, si on veut la traiter, doit par suite rester nettement distincte de l'histoire générale, soumise à d'autres règles, inspirée d'un autre esprit.

Les qualités dont je veux parler ne sont pas seulement celles qui permettent d'éviter ou de tourner les difficultés que j'ai signalées; elles concernent aussi l'utilisation d'une source documentaire spéciale à l'histoire contemporaine, à savoir les informations et les souvenirs personnels à l'historien. L'influence provenant de cette source est celle qui donne son cachet propre à toute œuvre qui n'est point une pure compilation. Cette influence est donc considérable, mais au point de vue de l'histoire, elle peut être aussi fâcheuse que profitable, si les informations et les souvenirs de l'auteur ne sont pas parfaitement sûrs.

Pour chacun de nous, l'histoire contemporaine embrasse en réalité un cadre différent et variant avec l'âge; mais si on l'astreint à la condition de remonter aussi loin que les premiers travaux importants des savants qui vivent encore, on peut la considérer comme s'étendant sur une durée de cinquante à soixante ans. Et effectivement si les souvenirs scientifiques personnels d'un historien peuvent ne pas atteindre aussi loin, il

des renseignements de la bouche des témoins directs assez sûrs ou bien assez nombreux pour assurer le contrôle de leurs récits.

J'estime par suite qu'il convient actuellement d'arrêter une histoire générale des sciences au plus tard vers 1850. C'est d'ailleurs aux environs de cette date que se produit dans le courant des idées scientifiques un changement marqué qui en un demi-siècle a abouti à une rénovation plus complète et plus profonde que toutes celles qui, pour le même laps de temps, avaient déjà été enregistrées par l'histoire..... [1].

[1. Ce chapitre est resté inachevé; il a été reproduit en partie par Jules Tannery dans sa notice sur son frère — les autres pages sont inédites. Jules Tannery ajoute :

« *Voilà le cadre que Paul Tannery voulait remplir, le livre qu'il voulait écrire, et que seul il pouvait écrire* [a] *: malgré les sollicitations de ses amis, il s'était toujours refusé à publier un livre d'ensemble, un livre* élémentaire, *dans le vrai sens du mot. C'est par excès de scrupules qu'il ne s'était pas mis plus tôt à cette tâche qui, en réalité, l'attirait et le passionnait. Il allait sortir de ces questions particulières qui n'avaient qu'en apparence absorbé son activité scientifique; il était de ceux qui pensent que les faits ne valent que par leur enchaînement, mais que, avant d'essayer de les réunir, il faut les connaître à fond, être assuré de sa propre méthode et de son propre jugement, par le long usage qu'on a fait de l'une et de l'autre, par les résultats obtenus par l'unanime approbation de ceux qui savent. L'heure était venue; il pouvait, doublement sûr de lui, développer en toute confiance les idées générales qu'il avait longuement méditées. Il se réjouissait de ce travail qui s'accomplissait jour par jour dans sa pensée; il avait choisi un titre un peu ambitieux, qui amusait sa modestie. Cela devait s'appeler :* Discours sur l'histoire générale des Sciences. »]

a. C'est la maison Armand Colin qui devait l'éditer; le traité a été signé le 25 février 1904.

N° 16. — 1927.

Posthume. — Inédit de 1904.

HISTOIRE GÉNÉRALE DES SCIENCES

[*Sous ce titre les pages suivantes ont été trouvées dans les papiers de Paul Tannery; sans doute étaient-elles destinées au premier chapitre du livre qu'il devait publier.*

Le premier feuillet portait cette inscription :

Discours sur l'Histoire générale des Sciences.

Projets de cours de 1904
au Collège de France.]

I

Les âges antérieurs à la science.

Division de la période préscientifique. — *L'histoire proprement dite* d'une nation ne commence pas avant l'époque où furent rédigés les plus anciens monuments de sa littérature qui nous soient parvenus. Il est dès lors commode de réserver, par convention, le nom de *civilisés* aux peuples possédant une littérature.

Mais les œuvres écrites de toute sorte ne suffisent pas pour les recherches historiques ; afin de bien comprendre ces œuvres et

clame un apprentissage spécial, leur connaissance est du ressort de l'*archéologie*.

L'archéologie remonte, dans ses recherches, bien au delà des temps proprement historiques ; les fouilles méthodiquement poursuivies au cours du dix-neuvième siècle nous ont révélé l'existence de peuplades ayant habité l'Europe pendant une suite de temps excessivement reculés. Ces peuplades, dont nous ne savons ni le nom, ni la langue, vivaient d'ailleurs dans des conditions tellement différentes de celles que font connaître les témoignages de l'histoire, que l'*archéologie préhistorique*, pour interpréter ses découvertes, a dû recourir aux analogies que lui offraient les mœurs des sauvages qui subsistent encore aujourd'hui, et de la sorte, l'*anthropologie*, qui se développait en même temps qu'elle, est devenue son auxiliaire.

Le nom de *sauvages* (proprement *hommes des bois*) devrait être réservé aux tribus ayant le minimum d'organisation sociale réellement observé. En fait, on le donne à des peuplades dont les unes sont, à cet égard, beaucoup plus avancées que les autres. En tout cas, on peut convenir de considérer la possession de troupeaux comme correspondant à un état supérieur à celui de *sauvage*, et attribuer le nom de *barbares* aux peuples qui ont atteint ce degré sans s'être élevés à celui de la civilisation.

Il est hors de doute que l'on doit dès lors dénommer barbares des peuples qui ne nous sont connus que par l'archéologie préhistorique ; au contraire, tandis que nous pouvons encore observer des sauvages, l'extension de la civilisation fait qu'aujourd'hui un peuple barbare ne peut plus réellement subsister et se développer normalement. Les mœurs sociales de cet état, en dehors des données fournies par l'archéologie, nous sont surtout con-

dites, s'étend un intervalle assez mal déterminé, qui correspond à la période où les monuments archéologiques appartiennent à un peuple dont nous savons ou pouvons savoir le nom et quelque peu même la langue, sur lequel nous possédons d'ailleurs des témoignages écrits, soit fournis par des auteurs de nations civilisées, soit faisant partie des légendes recueillies par les premiers écrivains du peuple dont il s'agit, s'il s'est élevé plus tard lui-même à la civilisation.

L'indétermination des limites de cette période tient, pour son commencement, à l'incertitude qui peut subsister pendant très longtemps sur la date réelle à laquelle remonte ce que l'on découvre dans certaines fouilles; pour la fin de cette période, elle dépend de la difficulté que l'on éprouve à préciser l'époque de la rédaction effective des écrits présentés comme les débuts d'une littérature, tels que l'Ancien Testament ou les Védas. Il faut d'ailleurs remarquer deux faits incontestables, quoique souvent méconnus : d'une part toute littérature écrite suppose une longue période pendant laquelle des récits ou des chants ont été transmis oralement; d'un autre côté, l'écriture qui a commencé par des dessins ayant un sens, mais ne correspondant pas à une expression linguistique rigoureusement déterminée, est très antérieure à la littérature. Elle a au reste progressé lentement et, même une fois fixée, n'a servi d'abord qu'à des usages mnémoniques très restreints, en particulier pour des inscriptions ayant un caractère religieux ou légal; c'est ainsi que l'on ne peut pas dire que la littérature égyptienne commence avec l'écriture hiéroglyphique, mais seulement avec l'écriture hiératique.

Cependant il convient de conserver, dans la division que nous traçons, une période intermédiaire, parce qu'un nouvel élément

langues parlées pendant cette période, ou au moins celles qui en sont dérivées, les recherches de *linguistique* peuvent fournir de précieux renseignements sur les mœurs et les origines des peuples qui ont parlé ces langues. Nous en verrons un exemple relatif aux noms de nombre.

Ainsi l'on peut dire que l'histoire des connaissances pendant les âges antérieurs à la science est du ressort d'une archéologie, qui utilise successivement ou concurremment le concours de l'anthropologie, de la linguistique et de la philologie (en tant que celle-ci a un rôle prédominant dans l'interprétation et l'appréciation des plus anciens documents écrits (épigraphiques ou faisant partie de la littérature retrouvée ou conservée).

D'après le caractère que prennent de la sorte les travaux de cette archéologie, la suite des temps qu'ils embrassent se diviserait naturellement, mais sans précision, en trois périodes : préhistorique proprement dite, mythique ou légendaire, historique proprement dite. Ces trois périodes ne correspondent pas exactement (ou ne le font que par convention) avec trois états d'organisation sociale qu'on peut qualifier de sauvage, barbare et civilisé. Comme ces états offrent une distinction un peu plus claire, nous adopterons cette dernière division. Pour le but que se propose l'histoire des sciences, il est inutile de pousser plus loin, et de considérer des subdivisions qui ne sont intéressantes que pour l'histoire des croyances religieuses primitives.

Mais il importe de remarquer dès maintenant que les archéologies classique et médiévale n'ont pas moins d'importance pour l'histoire des sciences que n'en a l'archéologie des âges primitifs. Les connaissances pratiques de ces âges, sur lesquelles les Grecs ont commencé à élever l'édifice de la science, ont en effet subi elles-mêmes, depuis ce temps, une évolution propre qui est

l'invention de l'imprimerie s'est faite oralement. Si l'histoire de la technique du calcul arithmétique n'a pu être quelque peu *éclaircie* que par des découvertes archéologiques, on peut juger des services que l'étude méthodique des monuments du passé peut rendre pour l'histoire de toutes les techniques, proprement scientifiques ou concernant les arts et les métiers. Malheureusement cette histoire est presque toute entière à faire, et la date réelle, comme le caractère (scientifique ou pratique) de la plupart des inventions les plus intéressantes, restent encore pour nous des mystères irritants.

I. — *L'état sauvage.*

Les besoins matériels. — Il est extrêmement difficile de pénétrer dans la mentalité du sauvage, qui, seule, peut représenter pour nous celle des anciens habitants de l'Europe civilisée. Les récits d'observateurs, qui mériteraient pleine confiance s'il s'agissait de leurs compatriotes, sont ici sujets à caution ; les analogies avec l'état d'esprit des enfants, souvent invoquées, risquent d'induire en erreur, si on les pousse trop loin ; enfin les généralisations trop hâtives de faits particuliers ont souvent compromis la valeur de résultats sérieux. Il semble que toutes les observations déjà un peu anciennes devraient être soumises à un contrôle méthodique.

D'un côté, on nous représente le sauvage comme résolvant, sans difficulté majeure, un problème devant lequel succomberait certainement la presque totalité des hommes civilisés : vivre, sans autre ressource que sa propre industrie personnelle, en partie des fruits de la nature, parfois augmentés des produits

des métaux (dont le travail constitue déjà une spécialité), il
se faire lui-même des outils variés et des armes ingénie
avec des pierres et du bois; il sait se procurer du feu pa
artifices capables de nous surprendre, faire cuire ses alim
façonner des vases de poterie, préparer pour se vêtir des p
d'animaux ou des tissus tirés de végétaux, se créer rapide
pour la nuit un abri passager. Certes l'homme civilisé
s'habituer à cette vie, mais à condition d'en faire l'apprentis
chez les sauvages, car elle suppose une multitude de con
sances pratiques qui, chez nous, ne se retrouvent pas da
même individu, et dont bon nombre (au moins celles q
rapportent à des circonstances locales) nous font défaut.
si l'homme civilisé, au milieu des sauvages, peut impos
supériorité de son intelligence abstraite, il n'atteindra pa
degré de sagacité de leurs sens exercés, ni à la précision r
de leurs déductions instinctives et concrètes sur la piste de
gibier ou de leurs ennemis.

LES BESOINS ESTHÉTIQUES ET INTELLECTUELS. — En reva
l'inaptitude du sauvage à se former des idées générales est
sée par l'impossibilité où il se trouve de rendre compte
coutumes, dont il ne donne le plus souvent que des explic
absurdes; elles ne peuvent résulter que d'évolutions instin
dont il n'a pas eu conscience et dont la reconstruction
problème de l'anthropologie.

Les tendances esthétiques apparaissent déjà; si, à prop
huttes de sauvages, on ne peut parler d'architecture, leurs
res, leurs dessins, leurs peintures, leurs sculptures témoi
qu'au moins, sous ce rapport, il y a des races beaucoup

cavernes de la région pyrénéenne, y exécutait (dans des endroits absolument obscurs à moins de lumière artificielle) des peintures représentant des animaux et dont la récente découverte a suscité un étonnement à juste titre beaucoup plus vif que celle de leurs gravures sur os ou ivoire, déjà si remarquables. Ajoutons au moins la musique rudimentaire qui accompagne les danses des sauvages, nous avons ainsi à peu près tous les éléments de nos arts modernes.

A la vérité, de la simple parure, qui peut avoir commencé par une tradition fétichiste, jusqu'à la danse qui, chez les vrais sauvages, a un caractère indubitablement sacré, les instincts esthétiques de l'homme se sont développés surtout, semble-t-il (et peut-être même à l'origine exclusivement), sous l'influence du *magisme*, c'est-à-dire des croyances dont nous allons parler tout à l'heure. Mais on n'en peut pas moins affirmer que le sentiment artistique, chez le sauvage, est généralement en avance sur les autres éléments qui entrent en jeu dans l'évolution de l'intelligence abstraite.

Le côté fâcheux du mode d'existence du sauvage, c'est évidemment le caractère *aléatoire* de ses ressources alimentaires. Dans l'impossibilité où il se trouve de se constituer des provisions convenables, il n'y songe pas et vit au jour le jour; de là un désir instinctif, celui de connaître l'avenir, non pas à longue échéance, mais l'avenir immédiat (si sa journée de chasse sera heureuse ou non); à ce désir s'en joint naturellement un autre, celui, sinon d'augmenter sa propre puissance, au moins de se garantir contre les accidents imprévus qui peuvent le faire échouer dans sa poursuite du gibier, quelles que soient son habileté et ses ruses. Ce second désir prend une forme particulière, et une acuité beaucoup plus grande, lorsqu'il se

Ce que l'humanité demande toujours à la science : accroître ses moyens de prévision et d'action sur la nature, le sauvage le désire donc aussi, mais naturellement sans se rendre compte d'aucune des conditions du problème; il n'envisage d'ailleurs que sa situation actuelle, et il est comme le joueur qui, sous l'empire de la passion, retombe dans les superstitions primitivés, ou comme le malade qui, sous l'excès de la souffrance, revient à croire qu'elle est due à un être invisible qui ravage ses entrailles.

Pour satisfaire à ces désirs, il existe presque partout chez les sauvages une classe d'hommes qui se livrent à des pratiques soit médico-thaumaturgiques, soit magiques, soit divinatoires; tel réunira les trois offices, tel autre se bornera à l'un d'eux, mais en général tous sont reconnus comme ayant une faculté spéciale qui n'est pas dévolue aux hommes ordinaires. Cependant ils n'ont de ce chef aucune autorité dans l'organisation sociale.

La médecine primitive. — Le sauvage apprend naturellement, comme les animaux, les propriétés salubres ou nocives de certains simples; il dispose donc de divers remèdes pour quelques maladies, de même qu'il peut préparer des poisons pour rendre ses armes plus dangereuses. Ces connaissances n'ont rien de secret ni de mystérieux; elles ont été enseignées sans difficulté par les sauvages de l'Amérique aux Européens, qui en ont largement profité.

Le sauvage ne s'adresse donc au *medicine-man* (l'homme de médecine) que dans les cas graves ou rebelles aux traitements qui sont à la portée de tous. Que cet homme puisse connaître et garder secrètes certaines préparations réellement médicinales

spéciaux, que la pratique lui ait fait reconnaître les conditions favorables ou défavorables pour l'emploi de certains remèdes susceptibles d'être dangereux, ces cas ne sont certainement pas à nier; mais en thèse générale, les pratiques auxquelles il se livre pour guérir le malade ne peuvent avoir d'effets explicables que comme moyens de suggestion; elles réussissent donc dans certaines circonstances, échouent complètement dans d'autres. Parmi les pratiques de ce genre, on peut citer les incantations (enchantements) qui, notamment pour empêcher la fièvre consécutive aux blessures, étaient encore considérées comme utiles par Dioclès de Caryste, au quatrième siècle avant notre ère.

L'homme de médecine croit d'ailleurs de très bonne foi à son pouvoir sur les maladies; il ne s'en fait pas une autre idée que le sauvage; la maladie est un être analogue à l'homme ou à l'animal, mais invisible, qui s'est introduit dans le corps du patient, qui le tourmente et peut le tuer; il n'y a pas de mort naturelle, on ne succombe que sous les coups d'un ennemi, homme, bête ou démon. Pour chasser le démon invisible de la maladie, il faut un *don* spécial, un pouvoir occulte personnel, qui fait la véritable force des *conjurations;* ce pouvoir doit naturellement avoir ses limites et échouer devant la résistance d'un démon exceptionnellement puissant; ainsi s'expliquent à la fois les succès et les insuccès des pratiques.

Si l'homme de médecine est assez doué pour chasser une maladie, il doit pouvoir tout aussi bien la détourner sur une autre proie; le sorcier peut donc être aussi dangereux que secourable, mais ceci nous conduit à la *magie*, dont la médecine primitive n'est évidemment qu'une branche.

l'univers les conceptions que nous venons d'indiquer. Il n'y a pas pour lui d'objet proprement inanimé; non seulement tout mouvement continu qui attire son attention s'explique pour lui comme étant l'action d'un être vivant (visible ou non), mais l'objet immobile est conçu comme plongé dans un sommeil dont il peut se réveiller pour un effet capricieux. Bien plus, la nature est peuplée d'êtres invisibles qui se manifestent plutôt par le mal que par le bien qu'ils causent; d'autre part tout être a son *don*, son pouvoir occulte qu'il peut exercer à volonté, tout en restant immobile.

Ceux qui semblent avoir le mieux pénétré l'âme des sauvages qu'ils ont observés, ont dit combien cette fantastique conception du monde leur rend la vie intellectuelle infiniment plus misérable encore que la vie matérielle. La moindre réflexion les jette dans un abîme d'inquiétude; rien n'est sûr pour eux; partout des sujets de crainte et d'angoisse. Cela suffit à expliquer leur torpeur d'esprit ordinaire et leur insouciance des précautions qu'ils pourraient essayer de prendre en vue d'un avenir qui n'est pas immédiat.

Le *magisme* est la seule voie que laisse ouverte leur ignorance. Sous ce nom de *magisme*, j'entends l'ensemble des pratiques superstitieuses employées pour accroître le pouvoir de l'homme sur la nature, et qui, après avoir commencé chez les sauvages, se sont perpétuées chez les barbares, puis chez les nations civilisées. On sait que ce mot est emprunté au nom d'une tribu touranienne qui infecta de ses croyances les conquérants Aryens (Mèdes et Perses) et devint chez eux une caste sacerdotale, sous la religion de Zoroastre.

Le point de départ de ces pratiques est loin de supposer des connaissances réelles qui, plus tard, aient pu servir au charla-

superstitieuse. Ce point de départ semble résider dans la singulière pratique connue sous le nom de *fétichisme*.

Chaque sauvage, individuellement, essaie de se procurer un objet qui ait un pouvoir occulte et d'agir par son intermédiaire, en se comportant vis-à-vis de lui de la manière qu'il croira la plus propre à s'assurer son appui (prières ou menaces, bons ou mauvais traitements). En fait, il prétend agir sur son fétiche par son propre pouvoir occulte et profiter ainsi de celui du dit fétiche. Mais comme il ignore quel est précisément ce dernier pouvoir, il passe sa vie à essayer au hasard un fétiche après l'autre.

Le magisme proprement dit est déjà beaucoup plus complexe que ce procédé enfantin; mais, au fond, il ne suppose pas un progrès dans la conception de la nature. Agir, comme l'homme de médecine, par des rites et des conjurations, sur les puissances inconnues de la nature pour retenir le gibier dans le voisinage de la tribu, ou pour annoncer la pluie ou le beau temps, attacher un pouvoir occulte à des amulettes ou talismans qui préserveront contre les dangers et les accidents, etc., c'est rester dans le même cercle d'idées.

Mais, homme de médecine ou sorcier, chacun a son don spécial; de là tendance pour eux à s'unir, pour opérer en commun et se suppléer les uns les autres, suivant les cas qui se présentent. D'ailleurs leurs intérêts sont communs et ils ont à se garantir contre les soupçons que leur prétendu pouvoir peut exciter contre eux. Enfin, leurs *dons* sont naturellement supposés devoir se transmettre par hérédité. Il se constitue donc, au sein des sociétés sauvages, des familles, des castes ou même des tribus de sorciers.

avoir eu, dans les phénomènes [illegible] base positive, on ne voit à l'origine rien d'analogue pour les pratiques magiques. Elles paraissent ne reposer que sur une naïve crédulité, aussi grossière que celle du simple fétichisme; et probablement leur importance historique ne consiste que dans leur liaison avec la lente évolution mal connue qui aboutit à la formation de religions véritables. Il n'en est peut-être pas tout à fait de même pour la divination.

Son origine est aussi naïve que celle du fétichisme; car alors elle ne diffère pas essentiellement de l'acte d'un homme qui joue à pile ou face s'il fera ceci ou cela. Mais le procédé individuel, sans cesser d'être au fond aussi grossier, se masqua bientôt sous de bizarres complications qui exigèrent l'intervention des sorciers ou de devins spéciaux, et auxquelles ceux-ci mêlèrent des rites magiques pour en assurer l'efficacité.

Certaines de ces pratiques qui paraissent bien remonter à l'état purement sauvage (ainsi la géomancie, sous une forme primitive, venue des nègres soudaniens) supposent déjà une activité intellectuelle assez développée. Malheureusement des documents suffisants font défaut pour l'étude approfondie de cette question, mais il semble que l'on peut dire que, par suite de la variété des réponses que réclame implicitement toute question sur l'avenir, tout art divinatoire a toujours constitué pour l'esprit humain un exercice vain dans ses résultats, mais intéressant comme exercice même, par la nécessité de se prêter à des combinaisons nombreuses et d'adapter l'une d'elles aux circonstances connues par le devin. D'autre part, à un état à peine plus avancé, l'usage d'inspecter les entrailles des animaux sacrifiés pour en tirer des présages favorables ou contraires, l'idée de chercher à lire dans les phénomènes astronomiques les

sance de l'anatomie des animaux, ou à découvrir les lois du mouvement des astres.

SURVIVANCES DES CROYANCES DE L'ÉTAT SAUVAGE. — J'ai déjà indiqué quelques-uns des indices qui décèlent au milieu de notre civilisation, la trace indélébile de croyances que nous pourrions croire totalement effacées. Mais il est utile d'insister sur celles de ces survivances qui ont un intérêt pour l'histoire des sciences. Cependant il convient d'essayer tout d'abord d'expliquer quelque peu comment la crédulité à des pratiques dont l'expérience devait si souvent démontrer l'absurdité, a pu subsister aussi longtemps et se maintenir même encore dans la partie peu instruite des populations modernes.

Le fondement inébranlable de cette crédulité est que la magie n'a jamais été supposée constituer un pouvoir absolu ; elle est regardée, en effet, comme agissant sur des volontés qui, comme celles de l'homme, peuvent céder à des prières ou à des objurgations, mais qui peuvent aussi résister par caprice ou entêtement. Le vrai sorcier croit à son pouvoir prétendu ; mais il sait que ce pouvoir est limité, et plus il emploie des moyens compliqués (et par là même supposés plus forts) plus il a à craindre de n'avoir pas, par inadvertance, observé exactement tous les rites particuliers. Dans ces conditions, tout succès compte pour la superstition ; l'insuccès au contraire ne compte pas.

Pour la divination, il en est de même, du moment où l'on dépasse les procédés élémentaires ; le principe est supposé indubitable et consacré par l'expérience ; mais ou bien il ne permet que des réponses ambiguës et en tout cas non absolument décisives, ou bien la complication est telle pour l'application à un cas particulier, que le devin peut avouer une erreur et prouver après

Si maintenant on examine la forme de la médecine populaire à l'heure actuelle, on y trouve deux traits qui nous reportent bien loin en arrière : la croyance à un don spécial, applicable seulement à la guérison de certains maux ; le fait que les pratiques relatives à l'exercice de ce don ne se transmettent que sous la condition du secret ; il en a d'ailleurs été ainsi non seulement pour les pratiques extramédicales, mais pour la préparation et l'application des remèdes spéciaux, réellement efficaces, qui aujourd'hui sont tous connus..... [*1*].

[*1*. La page est restée inachevée.]

APPENDICE

Antonio Favaro et Paul Tannery.

[Antonio Favaro étant mort sans avoir pu nous communiquer les nombreuses lettres qu'il avait reçues de Paul Tannery, c'est une raison pour nous de reproduire, d'après la belle notice qu'il lui a consacrée, les trois fragments suivants qu'il avait empruntés à cette correspondance (*1*).]

« Tannery m'écrivait en avril dernier [2] :

Pour Fermat j'ai toujours en préparation un fascicule complémentaire, qui comprendra un supplément, quelques pièces nouvelles de la correspondance que j'ai trouvées, des extraits de correspondance et d'ouvrages contemporains concernant Fermat, enfin les Index promis. J'ai été arrêté jusqu'à présent par l'édition de la correspondance de Descartes, qui a absorbé mon temps, puis par l'espérance maintenant déçue de trouver quelque chose dans les papiers de Leibniz, et je ne peux pas finir mon manuscrit avant 1906. Je veux d'abord imprimer un volume sur l'Histoire Générale des Sciences.

. . . .

« En novembre 1892, notre Université ainsi que toute la cité de Padoue se préparaient à célébrer le troisième centenaire du professorat de Galilée

[*1*. Nous espérons encore que son fils, le professeur Giuseppe Favaro,

à Padoue; et moi, qui avais l'honneur d'être votre Vice-Président, je
voulais pas qu'en une si grande occasion notre Académie, qui se glo
d'avoir eu parmi ses fondateurs le grand savant, fût tout à fait silencie
Je m'adressai alors à nos membres correspondants en Italie et à l'étran
soit à ceux qui cultivent l'histoire des sciences en général, soit à ceux
s'adonnent aux études galiléennes en particulier, avec lesquels j'a
d'étroites relations, en les priant d'envoyer quelque court travail pou
publier au nom de l'Académie en cette occasion : tous répondirent à
appel et de là sortirent les « *Omaggi a Galileo Galilei per il terzo ce*
nario dalla inaugurazione de suo insegnamento nel Bò, pubblicati per
della R. Accademia di Padova. » [1]

Paul Tannery envoya une lettre de Bonaventure Cavalieri à Ma
Mersenne, datée du 23 novembre 1641, tirée d'un autographe existant
Bibliothèque Nationale de Paris, et où nous lisons l'annonce de la pu
cation imminente de la réponse de Galilée à Liceti à propos de la b
cheur lunaire et celle de deux livres sur le mouvement et les project
« cuiusdam Evangelistae Torricelli, viri acutissimi... ».

[Dans les *Omaggi a Galileo* (VIII, p. 38), de même que dans l'édi
nationale de ses *Œuvres* [2] (vol. XVIII, p. 368, sous le n° 4180*), o
trouve que ce fragment :

« Nunc sub praelo est quaedam Galilei responsio Liceto,
« eiusdem sententiam de lumine lunae secundario a terra refl
« impugnavit. In lucem quoque exhibunt duo libri De mot
« proiectis cuiusdam Euangelistae Torricelli viri acutissimi
« nunc apud Galileum moratur, cuius de motu doctrinan
« prosequutum esse profitetur, ut nuper ad me scripsit i
« Galileus. »

Nous donnons plus loin (p. 245) la traduction intégrale de cette lett
Cavalieri, avec un article inédit, malheureusement incomplet, dont
Tannery se proposait de l'accompagner.

. . . .

« A ce souvenir [écrit encore Favaro] qu'il me soit permis d'en ajouter un autre d'un caractère plus intime, mais qui fera mieux connaître l'homme supérieur à toutes les petites rivalités et souverainement dévoué à la Science.

Il y a quelques mois à peine nous nous étions mis l'un et l'autre, sans le savoir, à étudier le même sujet, c'est-à-dire le texte de la *Artis metrice pratice compilatio*, publiée dans les derniers jours de sa vie par Maximilian Curtze et attribué par lui à Leonardi Mainardi, mathématicien de Crémone du seizième siècle.

Les recherches faites par moi dans les sources italiennes m'amenèrent à soupçonner d'abord, puis à conclure que Curtze avait été induit en erreur par les assertions inexactes des historiens crémoniens et que ce Traité devait remonter à un siècle environ auparavant d'être attribué à un autre que je supposais être, comme j'ai réussi à le démontrer depuis peu de temps, un certain Leonardo de Antonii, également de Crémone, mais complètement inconnu des historiens de la cité. En s'appuyant sur d'autres documents qu'il avait découverts à la Bibliothèque Nationale de Paris, Tannery était parvenu à des conclusions identiques aux miennes, et comme mon travail arrivait entre ses mains au moment où il corrigeait les épreuves d'un article sur le même sujet destiné à être publié dans le *Journal des Savants*, non seulement il s'empressa de reconnaître l'antériorité de mon travail mais en toute simplicité, et parce qu'il restait encore beaucoup à faire pour établir des conclusions solides et inattaquables, il m'écrivait :

Je vous passe la main,

et il mettait à ma disposition les matériaux qu'il avait préparés pour l'achèvement de l'œuvre. » « ... Avec la même grandeur d'âme, Tannery offrit aux savants italiens, pour l'édition nationale des *Œuvres de Torricelli*, le travail qu'il avait l'intention de publier sur les relations entre Torricelli et les savants français contemporains. »

. . . .
. . . .
. . . .

Favaro rappelle le rapport où Tannery démontrait la souveraine importance qu'il y avait à constituer à l'état autonome l'Histoire générale des

sciences comme synthèse de l'Histoire des sciences particulières, exposait ses idées sur l'organisation de cette nouvelle discipline, parlait de créer une société et une revue d'Histoire générale des sciences, et faisait cette déclaration :

J'espère, pour mon compte, ne pas terminer ma carrière avant de donner un corps à l'idée que je défends, en esquissant au moins un programme en deux ou trois volumes, qui fasse bien comprendre l'autonomie et le but de l'Histoire générale des sciences. Je ne souhaite, au reste, qu'à être devancé dans cette œuvre..... »

« Quand tôt ou tard, ajoute Favaro, le but auquel Tannery visait sera atteint, son nom sera cité comme celui de l'homme qui, plus que tout autre, y a infatigablement contribué. »

(Extraits de la Nota commemorativa letta alla R. Accademia di Scienze, lettere ed arti in Padova nell' adunanza del 15 Gennaro 1905. Da Antonio Favaro, pp. 5, 6-7, 9.)

N° 18.

Début d'article posthume. — Inédit.

UNE LETTRE DE CAVALIERI A MERSENNE

I

Dans le premier Volume de la nouvelle édition des Œuvres de Fermat, j'ai inséré comme *Réponse à des questions de Cavalieri* (pages 195-198) un fragment inédit du géomètre de Toulouse, qui fut adressé par Mersenne à l'inventeur de la méthode des indivisibles. Il ne m'avait pas été possible de préciser la date de ce fragment, autrement qu'en constatant qu'il est antérieur à 1644, puisque Mersenne en a fait usage dans ses *Cogitata physicomathematica*.

Depuis, j'ai retrouvé dans la correspondance de Mersenne, rentrée avec le fonds Libri à la Bibliothèque Nationale (fr. n. a. 6204, f° 255), la lettre de Cavalieri posant les questions auxquelles répondit Fermat. Cette lettre, autographe, est datée du 23 novembre 1641; on peut donc, sans crainte de grave erreur, considérer l'écrit de Fermat comme du commencement de l'année 1642.

La lettre de Cavalieri est d'ailleurs en latin, suivant l'usage du temps; elle me paraît assez intéressante pour que j'essaie d'en donner ici une traduction, accompagnée de quelques éclaircissements, en attendant la publication du texte original, qui sera faite dans le Volume de Supplément aux Œuvres de Fermat [*1*].

qu'en 1640 Cavalieri s'adressait à [illegible], jusqu'à quel po
aurait-il pu lui-même satisfaire aux interrogations qu'il posa

La réponse ne paraît pas devoir être douteuse; dans ses *Ex-
citationes* de 1647, Cavalieri a raconté lui-même comment il é
arrivé, *par induction*, à trouver une formule générale pour
quadrature des paraboles de divers ordres dont il parle, c'est
dire pour l'intégration des puissances entières. Il avait don
cette formule dans sa *Centuria* de 1639, devançant ainsi to
autre publication à ce sujet; mais il n'a jamais donné de
monstration générale; on doit en conclure qu'il n'en a jam
possédé qui le satisfît.

[La page reste inachevée.]

CAVALIERI A MERSENNE[1]

23 NOVEMBRE 1641

*Au clarissime et doctissime R. P. Marin Mersenne,
toutes mes salutations.*

RÉVÉREND PÈRE,

Si je ne réponds que tardivement à votre gracieuse lettre, c'est, d
part, que j'en ai été empêché par de nombreuses occupations, d'un
côté que j'attendais du R. P. Niceron[2] ce que je n'ai enfin que tout ré

1. Voir *Œuvres de Fermat*, t. I, pp. 195-198, un fragment inédit de F
adressé par Mersenne à Cavalieri. Comme la présente lettre pose les que
auxquelles répond Fermat, on peut, sans erreur grave, considérer l'éc
Fermat comme du commencement de l'année 1642.

2. Le Père Niceron, confrère et ami de Mersenne, mourut, à trente-troi
le 22 septembre 1646. Il est l'auteur du *Thaumaturgus opticus*, Paris, 1646

Pour déférer promptement à votre désir, j'ai voulu vous envoyer de suite ce que j'ai trouvé comme solution, afin que vous puissiez reconnaître, sinon mon habileté à vous servir, au moins mon dévouement absolu. Je me suis uniquement attaché à résoudre la partie théorématique de la question; pour savoir si j'ai réussi, je dois attendre votre jugement et la critique des mathématiciens avec qui vous vivez. Quant à la partie problématique, j'avoue franchement que je ne possède pas encore la solution générale, et comme j'ai estimé qu'elle serait très difficile à obtenir, je n'ai pas voulu me fatiguer l'esprit aux dépens de ma santé, comme la maladie articulaire dont je souffre me force souvent à reconnaître que j'ai eu tort de le faire[1].

Je soumets donc ce que je puis envoyer à l'équitable et bienveillante appréciation de ces illustres Professeurs de Mathématique, et en particulier d'*Hérigone*[2], dont la science singulière m'a été hautement vantée par M. Jean de Beaugrand[3], qui est maintenant heureux dans le ciel, mais qui nous a été enlevé, au grand détriment de la Science, par une mort prématurée. La démonstration qui m'a été envoyée m'a fait connaître combien il avait de pénétration et d'habileté en Mathématiques, et je ne puis assez

une édition française avait paru dès 1638 sous le titre : *La Perspective curieuse*. Il semble avoir correspondu avec Cavalieri (comme aussi avec Torricelli) avant Mersenne, et avoir ainsi donné l'occasion à ce dernier de poser à Cavalieri une question mathématique, sur laquelle nous ne sommes pas autrement renseignés.

1. La solution de la question proposée par Mersenne était probablement écrite sur une feuille détachée et ne s'est pas retrouvée.

2. Pierre Hérigone, auteur d'un *Cursus mathematicus* en six volumes (1634-1642). Galilée en avait donné un exemplaire à Cavalieri.

3. Beaugrand, qui était mort depuis un an, paraît avoir été lié avec Niceron et être entré ainsi en relations avec Cavalieri. La démonstration envoyée en son nom par Mersenne (comme il est dit plus loin), probablement au moment de sa mort, se rapportait à la quadrature des paraboles de divers degrés; c'était donc un larcin fait à Fermat, ainsi que Desargues l'a accusé d'en avoir fait. L'invention *fusi hyperbolici* doit être entendue de la cubature du volume engendré par la révolution d'une hyperbole autour d'une ordonnée : c'était sans doute une simple vanterie, comme réplique à la cubature analogue obtenue par Fermat pour la parabole; Cavalieri qui connaissait cette dernière cubature, évidemment par la même voie (le terme de fuseau parabolique n'est pas en effet de Fermat),

pour ma part, trouvé aussi les mêmes mesures, mais incomplètement
ce que j'ai supposé la quadrature de l'hyperbole, à la recherche de laqu
je ne me suis pas encore appliqué. Je désirerais donc bien savoir s
démonstration de M. de Beaugrand est complète; car on en déduirait
sitôt la quadrature de l'hyperbole, comme vous pouvez le voir.

J'aimerais aussi à savoir si feu M. de Beaugrand ou quelque autre de
mathématiciens n'aurait pas trouvé un procédé plus court que le m
pour démontrer cette admirable solution de Neper pour trouver dans
triangle sphérique, d'un coup et sans distinction de cas, les deux angl
la base, quand on donne les deux autres côtés et l'angle au sommet
n'ai pu y arriver que par une voie assez longue dans mon *Abrégé des Rè
de Trigonométrie* imprimé en italien, p. 114. Je vous prierai de remar
que dans cette démonstration, p. 116, ligne 8, il faut effacer les mots
si supponga hora rectangulo in f.

Je n'attendrai pas avec moins d'impatience de savoir par quelle
plus courte la question qui m'a été proposée aura été résolue chez vou
crois aussi devoir revenir sur ce que j'avais écrit à M. de Beaugran
19 septembre de l'année passée; ma lettre ne lui est jamais parvenue
la faute du porteur qui n'a pas su le trouver; mais comme je savais
se plairait extrêmement à résoudre des questions mathématiques, voi
que je lui avais proposé[2] :

Soit (*fig.* 19) un parallélogramme quelconque FC et sur un de ses
AC un point quelconque marqué B, par lequel on mène au côté C
parallèle BE qui se termine en E sur FD. Prenez sur BE autan

1. Il s'agit évidemment des formules connues sous le nom d'*analogies de N*
énoncées par leur auteur dans la *Descriptio* de 1614 et dans la *Constructio*
thume de 1619. Cavalieri fait au reste allusion à son ouvrage en italien : *Ce*
di varii problemi, etc., Bologne, 1639. En 1643, il fit paraître une *Trigonom*
ce qui explique la question qu'il fait à Mersenne dans la présente lettre de
2. Si l'on pose (*fig.* 1) $AB = y$, $BK = x$, $AC = a$, $CD = b$, on voit ais
que Cavalieri définit les paraboles

$$y = \frac{a}{b^n} x^n,$$

n étant un entier quelconque, et la courbe étant rapportée aux axes AE, A

points que vous voudrez G, H, I, K, etc., de telle sorte que CA à AB soit comme la ligne EB à la ligne BG; ou comme le carré de EB au carré de BH; ou comme le cube de EB au cube de BI; ou comme le biquarré de EB au biquarré de BK; ou comme le carré cube de EB au carré cube de la distance entre B et le point après K; ou comme le cubocube de EB au cubocube de la ligne suivante; etc., en continuant ainsi à l'infini pour toutes les dignités [puissances] algébriques suivantes.

Ce que d'ailleurs on a fait sur BE, on le fasse sur toute parallèle à CD menée à l'intérieur du parallélogramme CD. Que par les premiers points on fasse passer la ligne AGD; par les seconds, AHD; par les troisièmes,

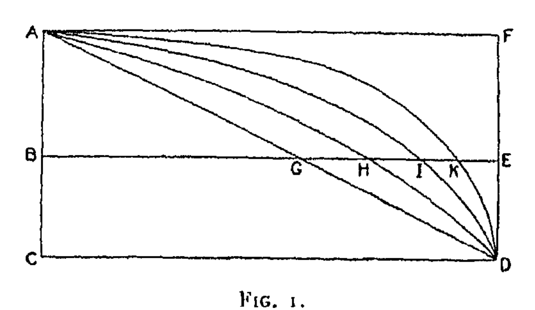


Fig. 1.

AID; par les quatrièmes AKD; par les cinquièmes, sixièmes, septièmes points, etc., de même d'autres lignes subséquentes pareilles. Je demandais donc :

1° Si, de même que nous savons que le parallélogramme FC est double de l'espace AGDC, et les $\frac{3}{2}$ de l'espace AHDC, il sera les $\frac{4}{3}$ de AIDC, les $\frac{5}{4}$ de AKDC, les $\frac{6}{5}$ de l'espace analogue subséquent, etc., suivant l'ordre

figuures, desquels nous savons que le cylindre FC est triple du cône de AGDC et les $\frac{15}{8}$ du solide parabolique engendré par AHDC (moitié d'un fuseau parabolique).

Enfin je demandais :

4° Si, de même qu'il est connu que AGD est une ligne droite, AHD une parabole, on peut savoir si les autres courbes sont des sections coniques ou des lignes d'une autre espèce, et de quelle nature elles sont; si on peut avoir le rapport à AD soit de toutes, soit au moins de quelques-unes d'entre elles; enfin les centres de gravité de ces figures.

Puisque vous désirez être informé des Ouvrages mathématiques imprimés en Italie, voici ceux dont j'ai eu connaissance :

P. Bettini Jesuitæ Apiarium[1], Bologne, 1641;

P. Kircher Opus de Magnete[2], Rome, 1641;

Du même : Specula Melitensis[3], Naples, 1638, où il enseigne à trouver élémentairement les lieux des planètes et autres points de la sphère;

Baliani libellus De motu gravium[4], Gênes;

Tertia Decas Camilli Gloriosi[5], Naples;

Josephi Barcæ libellus de munitione[6];

Mutii Oddi De Horologiis solaribus[7], Venise, 1638;

Benedetti Maghetti Assisinatis Algebricorum quæsitorum Analysis, Ancône, 1639;

Du même : Apologia contra Gloriosum, Ancône, 1640;

1. *Apiaria universæ philosophiæ mathematicæ*, in-fol. Un second volume paru en 1642, un troisième en 1645.

2. *Magnes sive de arte magnetica*, in-4°, première édition.

3. *Specula melitensis encyclica, sive syntagma novum instrumentorum physico-mathematicorum*, in-12. Cavalieri paraît s'être trompé sur le lieu de l'édition, en écrivant Naples pour Messine.

4. *De motu naturali gravium solidorum et liquidorum*, 1638, in-4°.

5. La première Décade des *Exercitationes mathematicæ* de Glorioso est de 1627; la seconde de 1635; la troièmc de 1639.

6. *Compendio di fortificazione moderna*, Milan, 1539, in-4°, de Giuseppe Barca, général italien.

7. Réédition posthume ou traduction de l'ouvrage italien : *Degli orologi solari*, Milan, 1614; in 4°.

Du même : De Diebus criticis[2];

Francisci Montebruni Ephemerides, Bologne, 1640; elles suivent les hypothèses de Lansberg;

Vincentii Renerei Tabulæ Mediceæ[3];

D. Benedetti Castelli Mensura currentium aquarum; seconde édition augmentée.

[On imprime actuellement une réponse de Galilée à Liceti qui a attaqué son opinion sur la lumière secondaire réfléchie de la Terre sur la Lune.

On verra aussi paraître deux livres *De motu et projectis* d'un certain Évangelista Torricelli, homme d'un esprit très pénétrant, qui demeure actuellement avec Galilée et professe suivre sa doctrine du mouvement, comme Galilée me l'a récemment écrit.]

Il m'a également annoncé qu'un certain Antonio Nardi publiera un Livre où il a l'intention de démontrer tous les résultats d'Archimède par la méthode des indivisibles autrement que je ne l'ai fait.

Voilà ce que je connais et puis vous dire. Mais pendant qu'ils travaillent, la maladie me fait presque toujours des loisirs forcés. J'ai bien d'un côté et d'autre des découvertes géométriques dont je pourrais faire un livre assez fort, mais je suis distrait tantôt par-ci, tantôt par-là et de fréquentes douleurs cruelles mettent le désordre dans mon esprit et dans les travaux que je voudrais faire. Peut-être réimprimerai-je mon *Specchio Ustorio*[4], où je pourrai bien faire quelque bonne addition sur les miroirs et les lunettes, aussi bien que sur la description aisée des sections coniques. Je décris en effet les ellipses et les hyperboles par un moyen peu différent de celui dont j'ai usé pour la parabole dans ma *Geometria*, Livre VI, prop. 5. Mais je ne veux pas vous ennuyer et je dois épargner mes paroles devant un homme aussi savant, aussi versé en tous genres de sciences, que j'ai pu m'en rendre compte par votre grand Ouvrage sur la Genèse[5].

Je me bornerai donc à vous remercier de l'envoi de la lettre de M. de

1. Ab 1630 ad 1680, Padoue, 1638.

2. *De diebus criticis et ægrorum decubitu libri duo, Patavii*, 1639.

3. Vincenzo Renieri, *Tabulæ mediceæ universales*, Florence, 1639-1647. [Voir la notice d'Antonio Favaro, et ici plus haut, p. 242.]

4. Bologne, 1632.

faire mes compliments.

Bologne, le 23 novembre 1641.

De Votre Révérence le très humble serviteur,

F. Bon^{re} CAVALIERI.

P. S. — Je vous demanderai de vouloir bien à votre tour m'informe
s'il y a quelque nouvel Ouvrage en Mathématiques imprimé chez vous o
envoyé d'ailleurs.

(Extrait de la Correspondance de Cavalieri à Mersenne. Bib
Nat., Fonds français, Nouvelles acquisitions, n° 620
f° 255.)

ENCYCLOPÉDIE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES

Cette Encyclopédie contient des notes historiques précieuses de Paul Tannery, notes se référant aux articles suivants :

— 1904. T. I. vol. I, p. 1-62. Principes fondamentaux de l'arithmétique.
— 1904-1907. T. I, vol. I, p. 133-208. Nombres irrationnels et notions de limite.
— 1906. T. I, vol, III, p. 1-75. Propositions élémentaires de la théorie des nombres.

[Ces articles sont rédigés par J. Molk, J. Tannery et Maillet d'après les articles correspondants de l'Encyclopédie allemande. Nous devons nous borner à les mentionner ici.

Quelques-unes des notes de Tannery sont signées, d'autres ne le sont pas. Les lecteurs de l'Encyclopédie n'auront aucune peine à les reconnaître; beaucoup d'entre elles, d'ailleurs, renvoient à des articles ou à des livres de Tannery.

La liste serait longue des ouvrages ou articles auxquels Paul Tannery a apporté quelque contribution originale. Il a toujours prodigué sans compter les vastes trésors de son érudition. C'était pour lui un devoir car il plaçait les progrès de la science bien au-dessus de toute vanité personnelle et un devoir qu'il a toujours rempli avec le plus rare désintéressement : il trouvait inutile qu'on le citât et il écrivait à Hültch que cela ne pouvait avoir aucune importance à ses yeux.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

QUESTIONS POSÉES ET RÉPONSE A UNE QUESTION 1885-1886-1905

Question 6. [1885, col. 199]. Golius a fait une traduction latine d'une version arabe du *Barulcus Heronis sive operis de levandis rebus gravibus libri tres*. Brugmans a parlé de cette traduction et en a donné un court extrait dans les Commentationes Societatis Gottingensis (Math. Cl.), t. VII (Göttingen 1786), pp. 77 suiv. (Analyse dans les Gelehrte Anzeigen de Göttingen 1785, n° 63, p. 625 suiv.). A cette date Brugmans devait être à Leyde et y avoir à sa disposition le manuscrit de Golius. Peut-on avoir quelques indications sur le sort de ce manuscrit, qui ne se trouve actuellement ni à la bibliothèque de l'Université de Leyde (où est seulement le manuscrit arabe), ni à la Bodléienne d'Oxford (salle de Golius)?

Question 7. [1885, col. 200]. Dans une pièce (*solutio problematis a D. Pascal propositi*) insérée dans les œuvres de Pascal, Fermat propose à Roberval de mener une tangente à l'*helix Baliani*. Roberval, dit-il, sait quelle est cette courbe. Dans les œuvres de Baliani, — *De motu naturali gravium solidorum;* 1638

Peut-on fournir quelque renseignement relatif à cette question?

QUESTION 8. [1885, col. 200]. Dans le Catalogue des *Codices præclarissimi... apud S. Comnum civem Atheniensem asservati* (Athènes, 1857. Serapeum XVIII. Intelligenzbl. 129 suiv.) se trouve la mention suivante :

I. *Codex chartaceus in quarto sec. XV aut certe XVI, constans chartis 137, id est paginis 274, ineditus : continet Procli Philosophi commentarios in Nicomachi Geraseni Arithmeticam* : tit : Νικομάχου Γερασηνοῦ ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς τῶν εἰς δύο τὸ άον, ὅπερ ἐξηγεῖται ὁ φιλόσοφος Πρόκλος. Incipit : Εἰσαγωγὴ, ἐπιγέγραπται ὡς πρὸς τὰ γεγραμμένα αὐτῷ Θεολογικά, ἤτοι μέγαλα ἀριθμητικά.

Ce manuscrit a été vendu à Londres il y a une vingtaine d'années; M. Comno n'en a pas de souvenir plus précis. Peut-on savoir où il se trouve actuellement.

QUESTION 9. [1886, col. 47]. Divers auteurs indiquent Rudolph Snell comme ayant écrit l'*Apollonius Batavus seu resuscitata Apollonii Pergæi Geometria* (1597, Leyde).

D'après l'édition de ce traité de 1608 (Lugduni, excudebat Johannes a Dorp, prostant apud Johannem Maire) et d'après la préface de περὶ λόγου ἀποτομῆς καὶ περὶ χωρίου ἀποτομῆς *resuscitata Geometria* (Lugduni ex officina Plantiniana Raphelengii, impensis Hermanni Mulleri, 1607), il est certain que le véritable auteur de l'*Apollonius Batavus* est le fils de Rudolph, c'est-à-dire Willebrord Snell. Mais il semble, d'après une citation des traités de 1607, que l'édition de 1608 ne soit pas la première. On demande la description de l'édition originale ou de toute autre

de 1597, elle est antérieure à la plus ancienne édition connue de l'Apollonius Gallus de Viète (Paris, Leclerc, 1600), tandis que Willebrord Snell déclare ne s'être occupé de la restitution des travaux d'Apollonius qu'à l'exemple de Viète.

Réponse à la question 119 sur l'auteur d'un texte algorithmique du douzième siècle publié par Curtze [1904, p. 416].

[Voir T. V (sciences exactes au Moyen âge), n° 15, p. 343-345.]

NOTES ET CORRECTIONS

A LA SECONDE ÉDITION DES « VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK » DE MORITZ CANTOR

[Sous le titre « kleinere Bemerkungen » la *Bibliotheca mathematica* a accueilli, à partir de 1900, les remarques et corrections de détail suggérées à divers savants par la lecture de la grande « Histoire des Mathématiques » de *Moritz Cantor*.

Paul Tannery a collaboré très activement à cette rubrique. Nous réunissons ici les *notes* de lui qui parurent dans la *Bibliotheca mathematica*, entre 1900 et 1902.

Nous avons classé ces notes en suivant la pagination des passages de *Cantor* auxquels elles se rapportent et non en suivant leur ordre de publication. Mais, au début de chaque *note*, et après la référence aux *Vorlesungen* (tome et page), on trouvera (entre crochets) la référence à la *Bibliotheca mathematica*, année, tome et page où fut insérée la *note*.

La plupart des *notes* en question sont suivies de la signature *P. Tannery*. Il arrive parfois que, de plusieurs *notes* consécutives, une seule soit signée. Bien qu'il ne puisse y avoir aucun doute sur l'attribution des autres, nous croyons devoir reproduire la signature, réduite à l'initiale T., partout où elle figure dans la *Bibliotheca mathematica*.]

1, 12 [1900, I_3, 265]. Le mot ἐπιδεύτερος n'est pas usité en grec, où le rapport 1 $^1/_2$ est exclusivement désigné par le terme ἡμιόλιος.

1, 22 [1900, I_3, 265]. Le Fayoum n'est point dans l'Égypte du sud, mais bien dans la Moyenne-Égypte. C'est la contrée où se trouve le lac Mœris.

1, 29 [1900, I_3, 266]. Au lieu du renvoi au 41e chapitre du Tome II, viser le Tome I, p. 470, sur le papyrus d'Achmîm.

1, 34 [1900, I_3, 266]. En réalité la suite de quantièmes du nº 23 du papyrus Eisenlohr doit être complétée pour former pour total $\frac{2}{3}$, et non 1.

1, 103 [1900, I_3, 266]. Perigenes (nom d'un auteur qui aurait écrit sur la mathématique en Chaldée) est certainement une fausse lecture pour Epigenes (de Byzance), lettré qui a dû vivre vers la seconde moitié du IIe siècle av. J.-C. A cette date, *mathématique* commençait, chez les Grecs, à signifier exclusivement l'astrologie. Sur cet Epigène, voir Paul Tannery, *Revue de Philologie*, **21**, 1897, p. 191 et suiv. [plus loin, T. IX, p. 223 et suiv.]. — Quant à l'ouvrage de Jamblichus, sur la *Théologie chaldéenne*, Zeller ne dit point et rien absolument n'indique qu'il y fût parlé de mathématiques. T.

1, 135 [1900, I_3, 266]. Comme signification probable pour l'*Hypotyposis der Geometrie* attribuée à Anaximandre par Suidas,

ture du cercle et les nombres cycliques carrés n'a pas de date assignable avant ALEXANDRE d'Aphrodisias (vers 200 ap. J.-C.), d'après lequel SIMPLICIUS l'a reproduite. T.

1, 197 [1900, I_3, 266]. Comme source pour ce qui concerne les lunules d'HIPPOCRATE, le renvoi devrait être fait, non pas à l'édition des *Eudemi fragmenta* de SPENGEL, mais à celle de SIMPLICIUS *in Aristotelis Physicorum libros quattuor priores*, par DIELS (Berlin, 1882, p. 54-69, et *Appendix*, p. XXIII-XXXI), la première qui présente une distinction raisonnée entre ce qui appartient à EUDÈME et ce qui provient d'autres sources, comme, par ex., la construction de la figure 30 des *Vorlesungen*, que SIMPLICIUS a emprunté à ALEXANDRE d'Aphrodisias, et qui peut remonter aux *Pseudaria* d'EUCLIDE. T.

1, 202 [1900, I_3, 266]. PLATON, dans le *Théétète*, représente THÉODORE de Cyrène comme enseignant à Athènes du temps de SOCRATE; on ne peut donc guère admettre le récit d'après lequel PLATON aurait été attiré à Cyrène, après la mort de SOCRATE, par la célébrité du géomètre THÉODORE. T.

1, 284 [1900, I_3, 266]. Sur les monnaies de Selinonte, on peut voir des représentations de la feuille du *Selinon*, qui ressemblent bien à la figure archimédienne.

1, 321 [1900, I_3, 266]. Le plan sécant, dans la théorie des coniques d'APOLLONIUS, n'est point nécessairement perpendiculaire au triangle par l'axe; mais, sur le plan de la base circulaire du cône, les traces du plan sécant et du plan par l'axe sont perpendiculaires l'une sur l'autre. L'erreur que je signale se perpétue depuis CHASLES, auquel en remonte la responsabilité.

T.

de Mélos. — Depuis l'édition critique de Serenus, procurée
Heiberg (Leipzig, Teubner, 1896), on sait que ce mathématic
était d'Antinoupolis en Égypte, donc postérieur à l'emper
Hadrien. T.

1, 400 [1900, I_2, 267]. Le dialogue de Philopatris, d'où
tirée la phrase citée l. 18-19, est généralement regardé com
apocryphe. D'autre part l'expression : « Tu comptes com
Nicomaque de Gérasa » n'y est nullement un éloge; c'est,
contraire, une plaisanterie contre les subtilités pythagorien
T.

1, 429 [1902, III_2, 324]. M. Cantor distingue un Anato
chrétien, évêque de Laodicea et un Anatolius païen, ma
de Jamblichos, mais, dès 1887, M. P. Tannery (*La Géom
Grecque*, p. 42-43), a fait observer que rien n'empêche de rega
le premier comme ayant été le maître de Jamblichos, et à pré
il est établi que cet Anatolius païen est un personnage inv
(voir P. Tannery, *Annales internationales d'histoire*; Congrès
Paris, 1900, 5e section, p. 56). [Plus haut, T. III, p. 27.]

1, 432 [1900, I_2, 267]. Le Metrodore, auteur ou plutôt
lecteur et commentateur des épigrammes arithmétiques de l'
thologie, ne peut avoir vécu sous Constantin le Grand (voir l
tion de Diophante par P. Tannery, II, prolog. p. xii-xiii). C
probablement le *grammaticus*, frère d'Anthemius de Tralles,
parle Agathias, et qui vivait dans la première moitié du vie s
de notre ère. T.

1, 437 [1900. I_1, 267]. Le plus ancien ms. de Diophant

Vatican ne remontent pas au delà du xve. Voir DIOPHANTE, éd. PAUL TANNERY, Vol. II, Prolegomena.

1, 440 [1900, I_1, 267]. Dans le texte des mss. de DIOPHANTE, ἄλογος est une fausse leçon pour ἀόριστον; l'origine en a été établie par P. TANNERY (DIOPHANTE, Vol. II, prolog. p. IX).

1, 457 [1902, III_2, 238]. Le PATRITIUS des écrits héroniens est peut-être le « NICEPHORUS PATRICIUS, geometriae ludo praefectus sub CONSTANTINO PORPHYROGENITO » (FABRICIUS, *Biblioth. graeca*, éd. HARLES, VII, p. 679). Ce serait donc un byzantin du xe siècle.

T.

1, 463 [1902, III_3, 324]. La remarque (Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 139) que SUIDAS aurait appelé DIOPHANTES, non DIOPHANTOS, l'auteur d'une table astronomique, est erronée, quoique d'accord avec le texte de la Vulgate, que donne CANTOR (p. 462, note 2). Car, d'une part, les meilleurs manuscrits donnent Διόφαντον (Voir mon édition de Diophante II, 1895, 36, 24) : de l'autre, DIOPHANTES n'est pas grec, comme le prouve la comparaison des mots de même finale (hiérophante, sycophante) où la terminaison phantes a un sens actif (celui qui montre). Cette remarque décisive de BACHET a été à tort contredite par NESSELMAN (*Die Algreba der Griechen*, p. 246). T.

1, 467 [1900, I_1, 267]. Si TH. H. MARTIN a avancé que le sur nom de *grand* n'aurait été décerné dans l'antiquité qu'à deux philosophes grecs, à PARMÉNIDE par PLATON, à ISIDORE d'Alexandrie par DAMASCIUS, l'assertion est absolument fausse. Par exemple, SIMPLICIUS qualifie de *grands* PROCLUS et SYRIANUS. Cet

matiques. A leur place, il conviendrait de mentionner un con
ciple de PROCLUS, DOMNINUS de Larissa (en Syrie), auteur
Manuel d'Introduction arithmétique édité par BOISSONNADE (*Anec
graeca*, IV, p. 413-429). Cf. PAUL TANNERY, *Bull. des Sc. math*
1884, p. 288 suiv. [plus haut, T. II, p. 1 et suiv.] et *Revu
philologie*, 1889, p. 129-137 [plus haut, T. II, p. 105].

1, 469 [1900, I_3, 267]. JEAN PHILOPON, l'auteur du commen
sur NICOMAQUE, écrivait dans la première moitié du VIe siè
son commentaire sur la physique d'ARISTOTE est fixément
de 517. Il n'a donc pu assister à la prise d'Alexandrie pa
Arabes, en 640. T.

1, 475 [1900, I_3, 267]. En dehors de sa *Logistique*, BARLA
composé une *Démonstration arithmétique des propositions su
lignes dans le second livre des Éléments* que CONRAD DASYPO
a publiée en 1564 (Colmar) à la suite des deux premiers l
d'Euclide. — C'est en 1297, non en 1327, que MAXIME PLA
fut ambassadeur à Venise. Il est mort vers 1310. (Voir Kru
cher, *Gesch. der byz. Litt.*) T.

1, 476 [1900, I_3, 268]. Il y a eu, dès avant PLANUDE,
Ψηφοφορία κατ' Ἰνδούς anonyme, datée de 1251 ; la publicatio
est préparée par M. A. DESROUSSEAUX. T.

1, 537 [1900, I_3, 268]. Les mss. contenant une géométrie
buée à BOÈCE et reconnus comme antérieurs au XIe siècle,
ont qu'un traité en cinq livres, dont l'authenticité ne peu
soutenue. T.

miers de cette dernière ont été réunis en un seul qui, dans les ancienne éditions, figure comme un écrit isolé de Boèce sur la Géométrie. Le contenu en est singulièrement varié, et une bonne partie n'est qu'une suite d'extraits en désordre de l'Arithmétique de Boèce. Les deux livres suivants contiennent la traduction d'Euclide attribuée à Boèce. Le cinquième, resté inédit, est, comme les deux premiers, une compilation de toutes pièces. »

T.

1, 542 [1900, I_3, 268]. Dans un des anciens manuscrits (Paris 7377 C du XIe siècle), au lieu de *mensa geometricalis*, table géométrique, on lit *mensura geometricalis*, comme si l'auteur attribuait à Archytas, non pas spécialement l'*abacus*, mais aussi l'ensemble des problèmes métriques qui suivent. La corruption de *mensura* en *mensa* est d'ailleurs, paléographiquement, des plus aisées. T.

1, 804 [1900, I_3, 268]. Dans la lettre 76 (Olleris), Gerbert écrit bien à Adalbéron qu'il a été à Mantoue, mais rien ne prouve ni que la lettre en soit datée, ni que ce soit là que Gerbert a trouvé les huit volumes de Boèce, etc. D'après le travail critique de Julien Havet et de Bubnov, cette lettre doit remonter à la seconde moitié de l'année 983, et avoir été écrite à Bobbio. Au reste, l'édition des *Lettres de Gerbert*, par Havet (Paris, 1889), est la seule à utiliser désormais, et elle conduit à rectifier diverses dates de la vie de Gerbert. T.

1, 805 [1900, I_3, 269]. La traduction (ligne 4) « die erste Zahl », correspond au texte « de numero D », lequel paraît signifier un nombre placé dans la colonne des dizaines; on voit d'ailleurs plus loin que ce nombre est l'unité « I littera ». T.

1, 807 [1900, I_3, 269]. Il n'y a rien à espérer du Codex C
de MONTCHAL pour éclairer la question de JOSEPH SAPIENS
HISPANUS. C'est un manuscrit grec (3031 du catalogue actuel
la Bibl. Nat. de Paris), où un moine, JOSEPH [PINAROS] RHAC
DYTES a réuni une *Synopsis* de toutes les branches de l'enseig
ment, à commencer par la rhétorique (texte publié dans
Rhetores Graeci de WALZ). Il y a compris l'abrégé des qu
sciences mathématiques attribué à PSELLUS, et c'est de là
vient la mention d'une *Geometria* dans MONTFAUCON, qui
point reconnu cet abrégé. T.

1, 808 [1900, I_3, 269]. Le CONSTANTIN, abbé de Mici (à p
de 995) est le même que le CONSTANTIN écolâtre de Fleury
lettre astronomique qui lui fut adressée par GERBERT, porte d
leurs dans un ms. comme suscription : *Constantino suo Gerb*
scolasticus. Elle peut donc remonter au temps où GERBERT
écolâtre à Reims. La suscription *Gerbertus papa Constantino M*
censi abbati viendrait d'un exemplaire copié alors que GER
était monté sur le trône pontifical et que, de son côté, C
TANTIN était devenu abbé. T.

1, 812 [1900, I_3, 269]. Au lieu de 24 (ligne 21), lire
comme n° de chapitre visé de la *Geometria* GERBERTI.

1, 823 [1900, I_3, 269]. FRANCON de Liège prend $\frac{5}{4}$ du diam
du cercle comme diagonale du carré équivalent au cercle, c
revient à poser $\pi = \left(\frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{25}{8} = 3,125$.

désigner les nombres premiers, paraît correspondre à χωρὶς κανόνων, et signifier *extra tabulas* (c.-a.-d. les nombres qui ne figurent pas dans les tables formées par produits. T.

2, 20 [1900, I_3, 502[. L. 11, il faut lire *geometrischen* au lieu de *arithmetischen*.

2, 73 [1900, I_3, 502]. Note 3, lire *termino* au lieu de *termine*.

2, 82 [1900, I_3, 502]. Le problème de la trisection est ramené à mener par le point *e* donné, une droite *est* telle que le segment *st* intercepté entre le cercle et la droite *bz* ait une longueur *bd* déterminée. Il suffit donc, pour le résoudre, d'une conchoïde ordinaire, et la considération de la conchoïde du cercle, relative au point *q*, est inutile. T.

2, 92 [1900, I_3, 503]. *Planetes* (l. 12) est une fausse lecture de Ch. Henry pour *planeces*. De même, l. 17, au lieu de *linel* ou *lunax*, il faut lire *livel* ou *liviax*. Ce sont des formes médiévistes du mot *niveau*. T.

2, 105 [1900, I_3, 503]. Note 3, lire *minuunt* (non *minunt*), ἰσάκις (non ἰσάχις). — Kästner a parfaitement raison de dire que le mot ἅμα, qui est dans le texte grec, aurait dû être traduit par *simul*. La faute de traduction, dans le texte de Campanus, n'est pas seulement relative aux mots ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ; toute la fin est inintelligible; il faudrait : « *aut simul aequa sunt aut simul suo ordine superant aut superantur*. » T.

2, 334 [1900, I_3, 507]. L. 10, au lieu de $5\frac{3}{5}$, lire 6.

2, 353 [1900, I_3, 507]. L. 2, en remontant, lire « *a luy* » (non « *a lay* »)

2, 386 [1900, I_3, 507]. L'édition de 1495 de l'*Arithmetica*
BRADWARDINUS par CIRUELO existe en deux exemplaires à Pa
T.

2, 481 [1900, I_3, 508]. Ligne 26, l'attribution à UBERTI, d'a
LIBRI, du *Thesoro universale de abacho* doit être corrigée d'a
la note 7 de la page 305. — Ligne 28, lire *grimaldelli* (non
madelli). T.

2, 486 [1900, I_3, 509]. Ligne 9, lire « 18 Februar » (non

2, 489 [1900, I_3, 509]. Ligne 25, lire $x^2 + ax = b$.

2, 490 [1900, I_3, 509]. Les mots « *che sono creato suo* »,
par FERRARI DE CARDAN, signifient simplement « moi qui
son domestique », et non pas « dass er sich selbst von
geschaffen nannte ». T.

2, 497 [1900, I_3, 509]. Dernière ligne, dans le titre de
vrage de CARDAN, après *Arithmeticae*, ajouter *et mensurandi*.
T.

2, 510 [1900, I_3, 509]. Ligne 2, « binomium reductum
binomium », corriger en « trinomium » le second « binomiu

2, 514 [1900, I_3, 509], Dans sa *Nuova Scienza*, TARTA
contrairement au dire de LIBRI, soutient que le mouvemen
projectiles commence par une droite (inclinée) et finit par
droite (verticale). Il prétend de plus que ces deux droites
reliées par un arc de cercle. T.

2, 516-517 [1900, I_3, 509]. Une preuve assez curieuse q

WORTH est purement fictif, ainsi que le soupçonne M. CANTOR, est que, dans la réédition posthume de 1562, l'imprimeur CURTIO TROJANO n'a eu aucun scrupule à se substituer à l'interlocuteur anglais. T.

2, 549 [1900, I_3, 510]. C'est MONTUCLA qui a eu le premier la fantaisie d'écrire, sans aucun garant, JEAN DE LA PÈNE au lieu de J. PENA. La famille provençale PENA a subsisté jusqu'au commencement du XIXe siècle. T.

2, 554 [1900, I_3, 510]. FOIX-CANDALE a été évêque d'Aire. T.

2, 582 [1900, I_3, 510]. D'après les nouvelles recherches de FRÉD. RITTER (*François Viète*, Paris, 1895), VIETTE (c'est ainsi que l'on devrait écrire) ne paraît pas avoir jamais abjuré le catholicisme, quelles qu'aient été ses relations avec le parti huguenot. C'est en 1564 qu'il a quitté sa situation d'avocat à Poitiers pour s'attacher à la dame de Soubise. Nommé en 1574 conseiller au Parlement de Rennes, il fut presque immédiatement détaché au service du roi HENRI III, qui, dès 1581, le nomma maître des requêtes au Conseil privé. Après une interruption amenée par des motifs politiques, il en reprit les fonctions en 1589, mais ne fit point partie du Parlement de Tours. T.

2, 592 [1901, II_3, 146]. FRANCON de Liège prenait $\sqrt{\frac{5}{8}}\, d$ pour le côté du carré équivalent à [un] cercle de diamètre d (voir *B. M.*, I_3, 1900, p. 269).

2, 597 [1901, II_3, 146]. Ce n'est pas à Heidelberg, en 1600,

que fut fondée la première chaire d'arabe en Europe, puis
celle du Collège de France de Paris remonte au moins à 15
T.

2, 659 [1901, II_3, 147]. La lettre de FERMAT à ROBER
mentionnée par CHASLES, est celle du 20 avril 1637 (*Œu*
de FERMAT, II, 1894, p. 106). FERMAT y parle de ses découve
sur les lieux plans, solides et *ad superficiem*. Son traité *De*
tactibus sphaericis a un tout autre sujet. T.

2, 659 [1901, II_4, 147]. BOULLIAU, dans son audition de T
de Smyrne, a parfaitement maintenu l'union de la Musique e
l'Arithmétique. Ce qui manque dans cette édition, c'est l'As
nomie, dont le manuscrit n'a été retrouvé que par TH.-H. MA
qui a publié cette partie isolément, en 1849. T.

2, 660 [1901, II_3, 147]. GOLIUS n'était nullement un mo
mais bien le célèbre orientaliste (1596-1667) qui professa à Le
Il rapporta du Levant, non pas à Florence, mais à Leyde,
exemplaires (dont l'un est actuellement à la Bodléienne d'Ox
de la version des *Coniques* d'APOLLONIUS par TABIT IBN KU
c'est de l'existence de cette version que MERSENNE (Minime,
Minorite) eut connaissance. GOLIUS se proposait de la tra
en latin, mais elle n'a été utilisée que pour l'édition de HA
(1710). — Quant au manuscrit de Florence (texte d'ABOUL
d'Ispahan), il avait été donné avec d'autres au grand-duc F
NAND I (1587-1608) par le patriarche d'Antioche, IGNACE NÉ
et il ne semble point que ce soit BORELLI, mais bien le p
LÉOPOLD qui ait, en 1658, conçu le projet de la publicatio

à la Bodléienne. T.

2, 683 [1901, II_3, 148]. Le voyage de Descartes en Angleterre est une invention de Baillet, et c'est en 1631, non en 1634, qu'eut lieu le voyage en Danemark. — La fille de Descartes, Francine, était déjà décédée, lorsqu'il écrivit, le 28 octobre 1640, à son père, qui venait lui-même de mourir, sans que Descartes en eût été informé. — Ce n'est point pour visiter la princesse Élisabeth que Descartes retourna en France, puisqu'elle résidait en Hollande, et qu'elle ne quitta ce pays que pour aller en Brandebourg. T.

2, 784 [1901, II_3, 148]. Parmi les travaux de Descartes sur la théorie des nombres, il convient de mentionner qu'il retrouva, comme Fermat au reste, la règle de Tabit ibn Korrah pour les nombres amiables. T.

2, 820 [1901, II_3, 148]. La première édition latine de la *Géométrie* de Descartes, parue en 1649, devait être mentionnée.

2, 856 [1901, II_3, 149]. D'après la signature de sept lettres autographes qui se trouvent dans le manuscrit 7049 de la « Hofbibliotek » à Vienne, il faut lire Debeaune, non de Beaune.
T.

2, 865 [1901, II_3, 149]. La lettre de Cavalieri, à laquelle répondit Fermat, existe à la Bibl. Nat. de Paris, dans le recueil des lettres à Mersenne; elle est datée du 23 novembre 1641. [Voir ici, plus haut, p. 245.] T.

2, 876 [1900, I_3, 511]. Au lieu de « Persone » l. 22 lire « Per-

Ramus avait fondé.

2, 878 [1900, I_3, 511]. Ce n'est qu'en 1638 (non en 1635) FERMAT et DESCARTES eurent connaissance de la quadrature la cycloïde par ROBERVAL et qu'ils donnèrent leurs démons tions. Toutefois ROBERRAL l'avait communiquée dès 1637 à M SENNE qui, cette année même, en fit l'objet d'une remarque d un appendice de son *Harmonie universelle*. C'est d'ailleurs en que devait avoir lieu le concours pour la chaire de RAMUS en duquel ROBERVAL réserva, dit-il, sa découverte pendant un C'est certainement par une erreur de mémoire que, dans les tres à TORRICELLI, ROBERVAL fait remonter l'invention à 163

T.

[Paul Tannery a écrit différents *Comptes rendus* relatifs aux *Vorlesu* dans le *Bulletin des Sciences* en 1880, 1892, 1893, 1894, 1898; da *Revue des Études Grecques*, 1894, et dans la *Revue Critiqué*, 1900 et On trouvera ces divers *Comptes rendus* plus loin, au Tome X.]

INTERMÉDIAIRE DES MATHÉMATICIENS

[Selon le désir exprimé par M. Gino Loria[1], nous reproduisons ici la plupart des *Questions* et des *Réponses* parues sous la signature de Paul Tannery dans l'*Intermédiaire des Mathématiciens*. — « Il y a beaucoup d'informations qu'on ne trouve que là et qui ont une grande importance » a déclaré M. Le Royer de Longraire.

« Si on regarde le tableau récapitulatif des communications qu'il a faites, « a écrit le R. P. Bosmans[2], le nombre en est si élevé depuis 1894 jusqu'à « sa mort (plus de 192), qu'il semble inutile de le signaler. L'*Intermédiaire* « lui a fourni le moyen d'associer à ses études tout un public d'abonnés. « Il rédige pour eux 138 réponses. On est frappé de voir le soin avec lequel « il constate des points obscurs à élucider et ensuite la persévérance qu'il « met dans la poursuite de l'éclaircissement, sinon de la vérité, et dans « l'examen des résultats obtenus. »

L'idée primitive avait été de mettre les plus importantes de ces réponses à la fin des volumes auxquels elles se rapportent (c'est pourquoi on en trouvera quelques-unes au tome V). Leur grande variété — une fois rassemblées — ayant montré qu'elles débordent toute classification, nous nous décidons à les réunir dans l'ordre chronologique.

Questions et réponses sont classées séparément et par tomes, chacune sous le numéro d'ordre qu'elle a dans l'*Intermédiaire*, la page de publication étant précédée de la lettre I. La même lettre indiquera par la suite toute référence faite à l'Intermédiaire. Afin de faciliter la lecture des *réponses* de P. Tannery nous avons reproduit le texte des questions et le nom de l'auteur].

*
* *

Tome I. — 1894.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

Question 55 (I, p. 21).

Soient, dans un plan, quatre droites ayant pour équa
$A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $D = 0$, et λ un coefficient arbitr
Un lieu aux quatre droites, d'après la définition de Pappus,
constitué par l'ensemble des deux coniques dont les équa
sont :

$$AB + \lambda CD = 0, \quad AB - \lambda CD = 0.$$

Ces deux coniques ont-elles entre elles des relations *géom*
ques intéressantes, abstraction faite, bien entendu, de celles
ne seraient qu'une traduction immédiate de leurs équati
Une des deux étant prise tout à fait quelconque, quelle se
façon la plus élégante de définir la seconde? Si la question a
été traitée, prière de donner des indications à cet égard.

[Cf. I, p. 77-80, réponse de G. Kœnigs; I, p. 110, de J. Réveille; et
p. 54, de V. Rebali.]

Question 280 (I, p. 151).

Au sujet du *Cours mathématique* de Pierre Hérigone, qui

Ouvrage (latin-français en six volumes petit in-8°), les quatre premiers Tomes portent la date 1634 (achevé d'imprimer le 8 novembre 1634), le cinquième la date 1637 (achevé d'imprimer le 14 août 1637), le sixième est sans date au frontispice, mais porte l'achevé d'imprimer du 2 juillet 1642. D'autre part, certains renseignements bibliographiques donnent les dates de 1644 (de même que M. Gino Loria dans la question 217) ou de 1645 (pour les Tomes II à IV, suivant la Note 4, p. 202, t. I de la Correspondance de Huygens en cours de publications). Je désirerais vérifier s'il y a eu en réalité deux (ou plusieurs) éditions, ou bien, comme je le crois, une seule édition avec des postdates; dans le but d'instituer cette vérification, je prierais les correspondants qui rencontreraient des exemplaires (complets ou non) marqués autrement que je l'ai spécifié, de vouloir bien donner connaissance des bibliothèques où ils se trouvent et de leurs cotes dans ces bibliothèques.

[Cf. (I. II, 55) réponse de P. Tannery à la question 217 (I. I, p. 115) de Gino Loria; ici page 287;

Question 335 (I, p. 186).

Si, partant de la suite

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} \dots + \sqrt{x_n},$$

on forme toutes les suites distinctes qui diffèrent seulement de la première par le signe d'un ou de plusieurs termes autres que le premier, le nombre total de ces suites est 2^{n-1}. Si l'on forme le

du degré 2^{n-3}. Quelque auteur a-t-il donné la loi de forma des coefficients de ce polynome? Descartes, dans une lett Carcavi du 11 juin 1649 (éd. Clerselier, III, 75; éd. Cousin p. 342), donne pour $n = 5$ une partie du développement

$$x_1^7 x_2 + 7x_1^6 x_2^3 + 9x_1^5 x_2^2 x_3 + 22x_1^5 x_2 x_3 x_4 + 94x_1^4 x_2 x_3 x_4 x_5 + 52x_1^3 x_2^3 \ldots \\ + 34x_1^3 x_2^2 x_3^2 x_4 + 190x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4 x_5.$$

Il est aisé de voir que, pour déguiser sa méthode, il a pr série des termes négatifs dont il a divisé les coefficients pa car le développement commence ainsi, en ordonnant par rap aux puissances de x_1 :

$$x_1^8 - 8x_1^7 x_2 + 28x_1^6 x_2^2 + 40x_1^6 x_2 x_3 - 56x_1^5 x_2^3 - 72x_1^5 x_2^2 x_3 \ldots$$ [1]

A cela près, les nombres donnés par Descartes ont-ils été fiés? Sont-ils tous exacts? Il affirme avoir trouvé sa méth en moins d'un demi-quart d'heure! Comparer la lettre à (Auzout?) du 18 décembre 1648, éd. Clerselier, III, 83; Cousin, X, p. 168.

[Réponse I. T. II, p. 123 de E. Gelin.]

QUESTION 355 (I., p. 211).

D'un passage de Plutarque (*De facie in orbe Lunæ*, XX, 10 peut conclure qu'Hipparque aurait donné la détermination vante : Dans une période de 2729 lunaisons (moitié de la

de Lune consécutives sont au nombre de 465, dont 404 de six lunaisons et 61 de cinq lunaisons

$$(404 \times 6 + 61 \times 5 = 2729).$$

Quelle est la valeur de cette détermination? S'agit-il d'éclipses réelles, calculées d'après des tables, ou simplement d'éclipses possibles, c'est-à-dire de positions de la Lune rentrant dans certaines limites pour la distance au nœud au moment de l'opposition? Y a-t-il eu quelque astronome des temps modernes qui ait traité, dans cet ordre d'idées, du retour des éclipses?

[*Paul Tannery a reproduit cette question non résolue* en 1900, I., VII, p. 402.]

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

Question 35 (I., p. 9) de Javary.

A quel moment peut-on dire que l'on a commencé à faire des épures, c'est-à-dire des tracés géométriques que l'on s'efforce de rendre aussi exacts que possible? Il semble que les Grecs n'en faisaient point; la chose, du reste, pour eux eut été au moins très difficile, et leur Géométrie, traitée à un point de vue tout spéculatif, ne les y conduisait point. Certainement ils devaient tracer des figures sur le sable, sur des tablettes, etc., pour aider leurs raisonnements et fixer leurs idées, mais ce n'étaient pas des épures.

L'opinion des savants qui ont étudié ces questions, M. Choisy par exemple, est qu'ils n'en faisaient pas même pour élever les monuments; du moins, les procédés rigoureux de calcul qu'ils employaient semblent avoir pour objet d'éviter la nécessité d'une épure (*voir* les études sur l'architecture grecque de M. Auguste Choisy : l'*Arsenal du Pirée*, l'*Erechtheion*, etc.).

En tout cas, à qui, le premier, peut-on attribuer le souci de l'exactitude dans un tracé géométrique? ou, au moins, à quelle époque ce souci a-t-il

Réponse de Paul Tannery (I., p. 44).

Sans discuter à fond la question posée, je me contente de
peler que les Grecs ont construit des cadrans solaires de to
sortes (à partir de la fin du IVe siècle avant notre ère) et pour
ont dû faire des épures (Vitruve, *Analemmator*, *descriptiones*
q. 1).

Question 223 (I., T. I, p. 116) de E.-N. Barisien.

On trouve, pour la *longueur totale* de l'arc de la développée de la c
podaire du centre d'une ellipse de demi-axes a et b, l'expression

$$(1) \qquad S = \frac{4(a-b)[(a+b)(a^2+b^2)-a^2b^2]}{(2b^2-a^2)(2a^2-b^2)}.$$

Or cette développée est une courbe fermée seulement lorsque la p
n'a pas de point d'inflexion réel, c'est-à-dire, lorsque

$$a < b\sqrt{2}.$$

Si $a > b\sqrt{2}$, la développée a des branches infinies; que signifie
l'expression (1)?

Réponse de Paul Tannery (I., T. I, p. 207).

L'expression dont il s'agit représente toujours le quadru
la différence entre les rayons de courbure de la podaire aux
mités des axes a et b. Si l'on a $a > \sqrt{2}$, le rayon de cou
à l'extrémité de l'axe b doit être considéré comme négati
valeur absolue de l'expression représente le quadruple

QUESTION 180 (I., T. I, p. 95) de G. de Rocquigny.

Un correspondant peut-il me dire s'il connaît une *Vie de Fermat?*

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. I, p. 220).

Il n'y a pas en réalité de Vie de Fermat, les seules recherches originales que je connaisse qui aient été faites se trouvent dans un article très complet (signé Louis Taupiac) de la *Biographie de Tarn-et-Garonne*, 1re série, p. 468-516 (Montauban, Forestié, 1860).

QUESTION 120 (I., T. I, p. 67) de J. Neuberg.

Donner des renseignements bibliographiques sur la figure formée par un triangle et les carrés construits sur les trois côtés.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. I, p. 254).

Dans les manuscrits de l'ouvrage inédit *Sur les quatre Sciences* du byzantin George Pachymère (seconde moitié du XIIIe s.), la figure du triangle rectangle avec carrés construits sur les côtés est appelée θεώρημα τῆς νύμφης. Dans Behâ Eddin, auteur arabe de la fin du XVIe s. (*Essenz der Rechnenkunst*, Berlin, 1843, p. 71), elle est nommée *figure de la fiancée*, ce qui est sans aucun doute une traduction du grec, mais peut être avec un contresens; νύμφη peut en effet signifier *insecte ailé*, ce qui expliquerait, par une assimilation de forme facile à saisir l'origine de la désignation grecque; Nesselmann (Behâ Eddin, *loc. cit.*) a émis l'hypothèse, qui me paraît improbable, d'une affectation talismanique de la figure en question.

Question 269 (T. I, 1894, p. 149) de E. Friocourt et D. Boin.

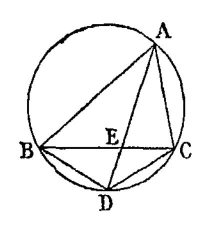
On demande une démonstration *géométrique* et *directe* de la réciproque suivante (sans faire l'hypothèse $B > C$) :

Un triangle est isoscèle s'il a deux bissectrices égales.

Remarque sur la question précédente de Paul Tannery[1].

Les démonstrations données page 170 (T. II), de l'*Intermédiaire des Mathématiques* pour le lemme employé, laissent à désirer, parce qu'il est aisé de construire avec la règle et le compas un triangle dont on connaît la base, l'angle au sommet et la bissectrice de cet angle.

Supposons en effet le problème résolu. Circonscrivons un cercle au triangle ABC et prolongeons jusqu'à la rencontre de la circonférence en D la bissectrice donnée AE.



Il est clair que $\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = \widehat{DAC} = \widehat{CBD}$. Donc d'une part le triangle BCD est isoscèle, et l'on connaît la base BC et les angles adjacents; il peut donc être construit ainsi que le cercle circonscrit. Il suffit pour achever le problème, de trouver la longueur de DE ou de DA. Mais d'autre part les triangles EDC, CAD sont semblables, donc $\frac{AD}{DC} = \frac{DC}{DE}$. Ainsi on connaît la différence AE et le produit $\overline{DC}^2$ des deux lignes DE, DA. On les obtient donc aisément et la solution est unique.

1. [Inédit. Nous retrouvons cette note, de la main de Paul Tannery, dans le numéro de l'*Intermédiaire* de mai 1895].

---

* * *

T. II. — 1895.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

Question 508 (I., p. 93).

Y a-t-il eu en France un Ouvrage portant le titre de *Dictionnaire des Mathématiques* ou de *Dictionnaire mathématique*, avant celui d'Ozaman.

[Question réimprimée, décembre 1901, t. VIII, p. 308.]

Question 526 (I., p. 134).

Y a-t-il pour satisfaire à la condition

$$\varphi(ax) = b\varphi x,$$

d'autres fonctions (analytique ou non) que

$$\varphi(x) = \mathrm{K}x^{\alpha}, \qquad \left(\alpha = \frac{\mathrm{L}b}{\mathrm{L}a}\right)?$$

[Cf. réponses, I, t. III, 21, 131.]

Question 530 (I., p. 146).

Dans l'inventaire des livres d'un Fr. de Saint-Offange, décédé en 1607, figurent : 1° L'Arithméticque de Anthoyne Faure; 2° La Géométrie d'Oroun; 3° L'Arithméticque metaire de Allexandre de

tique de la Géométrie d'Oronce (Fine), *revue et traduite par Pierre Forcadel, lecteur du roi ès Mathématiques* (Paris, Gilles Gourbin, 1570, in-8°, 64 pages). Peut-on identifier les deux autres, qui ne figurent pas notamment dans le *Répertoire des Ouvrages pédagogiques du* XVIe *siècle* (Paris, Hachette, 1886)?

[Question réimprimée, I, t. IX, p. 170.]

QUESTION 558 (I., p. 163).

On raconte de prétendues observations (sur la cane, la poule, la pie) tendant à prouver que les oiseaux compteraient jusqu'à un nombre en rapport avec celui de leurs doigts. Quelle est l'origine de ces récits et jusqu'à quel point peut-on y ajouter foi?

[Question réimprimée, I, t. X, p. 121.]

QUESTION 559 (I., p. 163).

Deux planètes P et T, dont les éléments sont supposés connus, décrivent, autour d'un même foyer S, des ellipses d'après les lois de Kepler. La distance de P à T passe par des maxima et des minima successifs. On demande de déterminer les limites entre lesquelles varient les intervalles de temps qui séparent deux minima successifs. Trouver une formule de calcul pratique et suffisamment approchée.

[Question réimprimée, I, t. X, p. 121; cf. réponse de A. Werebrusow, I, X, 259-60]

QUESTION 578 (I., p. 181).

Il n'est probablement pas de mathématicien qui, surtout arrivé à un certain âge, ne sente l'utilité qu'il y aurait à ce que les imprimeurs adoptassent, pour les exposants, les indices et les coefficients fractionnaires de petit œil, des types de caractères prêtant moins à confusion que ceux que l'on emploie trop souvent aujourd'hui. Ce serait peut-être là une des questions *pratiques* les plus importantes que pourrait régler le futur Congrès des mathématiciens; mais il conviendrait sans doute de l'étudier d'avance. Quelque savant autorisé serait-il disposé à s'en occuper?

QUESTION 579 (I., p. 181).

Dans des lettres inédites, écrites en 1676 par Ozanam à Jacques de Billy, j'ai trouvé d'une part le symbole $\backsim$ comme signe d'égalité, et d'un autre côté les exposants écrits sur la ligne, après la lettre affectée : ainsi $8x2y2$ signifie $8x^2y^2$. Quelque correspondant a-t-il rencontré, dans des ouvrages imprimés du XVIIe siècle, l'une ou l'autre de ces notations?

QUESTION 580 (I., p. 181).

A-t-on étudié les courbes engendrées par le roulement d'une spirale logarithmique sur une courbe de même nature?

QUESTION 596 (I., p. 203).

Comment peut-on établir le plus simplement la correspondance point par point et d'une façon univoque :

non euclidien déterminé?

2° En général, entre l'espace euclidien et un espace non euclidien déterminé?

[Question réimprimée, I, X, 249.]

QUESTION 597 (I., p. 203).

On construit, en coordonnées rectangulaires, une série de courbes telle que

$$dy_n^2 = dy_{n-1}^2 + dx^2, \qquad \ldots, \qquad F(x, y_0) = 0.$$

Si la courbe y_0 est une conique rapportée à ses axes (ou à des parallèles à ces axes), il en est de même des courbes $y_1, \ldots, y_n$. Y a-t-il d'autres formes (non linéaires) de l'équation $F(x, y_0) = 0$ qui jouissent d'une propriété analogue?

[Question réimprimée, I, X, 250.]

QUESTION 657 (I., p. 317).

On sait que les nombres de la Table logarithmique de Napier (Neperus) n'ont qu'un rapport assez éloigné avec les logarithmes naturels ou hyperboliques (appelés à tort népériens). Quelle est en réalité la plus ancienne Table de logarithmes naturels qui ait été publiée?

[C'est celle de John Speidell, cf. I, IX, [illegible] A. Hermann.]

Question 659 (I., p. 317).

On sait que Fermat a cru posséder une démonstration de la proposition : $2^p + 1$ est un nombre premier, si $p = 2^n$; et que cette proposition est inexacte. Mais on peut évidemment exclure un certain nombre de formes de diviseurs premiers. Jusqu'où a-t-on été dans cette voie et jusqu'où peut-on aller?

[Cf. réponses de M. J. Hadamard, I, III, 115 et de J. Vacca, I, VI 38; de E.-B. Escott, I, VIII, 7.]

Question 660 (I., p. 317).

De deux passages de Mersenne sur les nombres parfaits (préf. des *Cogitata phys.-math.* de 1644 et page 182 des *Reflectiones* de 1647), Ed. Lucas, d'après une lettre qu'il m'a adressée, avait tiré cette proposition qu'il attribuait à Fermat :

« Pour que $2^p - 1$ soit premier, *il faut et il suffit* que p soit premier et de l'une des formes $2^{2n} + 1$, $2^{2n} \pm 3$, $2^{2n+1} - 1$. »

Contrairement à son opinion, je suis porté à croire que les indications de Mersenne proviennent de Frenicle et qu'elles sont plus ou moins empiriques. D'autre part, l'énoncé ci-dessus serait faux *en tant que condition suffisante*, si $2^{67} - 1$ est un nombre composé (v. question 266, 1894). Il n'en serait pas moins intéressant de rechercher quelle peut être la valeur de cet énoncé *en tant que condition nécessaire*.

[Cf. réponse, t. III, p. 115, de A. Goulard.]

Nous reproduisons cette réponse ici car elle a motivé des observations de Paul Tannery qu'on trouvera à la suite].

660. — *Théorèmes sur les nombres.* — Extrait de la *Revue générale des Sciences* (30 décembre 1894) : Compte rendu du Congrès d'Oxford tenu par la *British Association*.

est premier p a une des formes $2^x \pm 1$, $2^x \pm 3$; probablement il n'y a pas d'autres exceptions au théorème réciproque que les nombres indiqués par E. Lucas. (Ces nombres sont, je pense, 67 et 127, indiqués par Lucas dans sa *Théorie des fonctions numériques simplement périodiques* insérée dans A.-J. M., t. I, p. 307).

2° Réponse 660 de Paul Tannery (I., T. III, p. 188).

Conditions pour que $2^p - 1$ *soit premier.*

L'énoncé de Lucas, tel que je l'ai donné dans ma question, ne comprend pas la valeur $p = 3$ (que Lucas aura négligé); l'énoncé de M. Cunningham, tel que l'a indiqué M. Goulard dans sa réponse (t. III, p. 115), donnerait au contraire les valeurs 11, 29, 131, ... exclues déjà par Lucas dans sa *Thèse des fonctions numériques simplement périodiques*. C'est à ces exceptions que M. Cunningham a dû faire allusion; au contraire, p. 307, Lucas n'a nullement exclu les valeurs 67 et 127, et je crois pouvoir affirmer qu'il n'a jamais pensé qu'elles pussent faire exception. Je ne sache pas non plus que pour $p = 127$, la question ait été tranchée. En tout cas, celle que j'ai posée reste entière.

[Cf. 3° réponse, I, t. III, p. 281, de M. Goulard.]

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

Question 158 (I., T. I, p. 90) de Cemeda.

On sait que les Grecs, en cherchant les solutions géométriques des problèmes de la quadrature du cercle, de la trisection de l'angle, (etc.), arrivèrent à former les courbes nommées quadratrice de Dinostrate, conchoïde de Nicomède, cissoïde de Dioclès, spiriques de Persée, spirale d'Archimède. — Si un correspondant connaissait quelque autre courbe inventée par les Grecs, je lui serais reconnaissant de vouloir bien me le communiquer avec indication de provenance, c'est-à-dire le nom de leur auteur et, autant que

Réponse 158 (janvier 1895, T. II, p. 29).

Dans le *Bulletin des Sciences mathématiques*, tomes VII$_2$ et VIII$_2$ (année 1883, p. 278; 1884, p. 19 et 101)[1], j'ai publié une série de notes *Pour l'histoire des lignes et surfaces courbes dans l'antiquité*, où j'ai réuni et discuté tous les témoignages connus sur la question. En dehors des lignes énumérées dans l'énoncé, on n'a guère, pour les courbes planes, qu'un nom, la courbe *de double mouvement* (Carpos d'Antioche, vers le premier siècle de l'ère chrétienne), liée à la quadrature du cercle et qui paraît être la cycloïde. La *paradoxos* de Ménélas (Rome? même époque) rentrait peut-être dans les courbes gauches.

Parmi ces dernières, les Grecs ont connu au moins, en dehors de la spirale cylindrique (employée par Archimède et spécialement étudiée par Apollonius dans un traité perdu *Sur la vis*), des spirales coniques et sphériques (avant l'ère chrétienne) et l'*hippopède* d'Eudoxe de Cnide (vers 360 av. J.-C. à Cyzique), intersection d'une sphère par un cylindre qui lui est tangent intérieurement (restitution de Schiaparelli).

Question 217 (juillet 1894, I., T. I, p. 115) de Gino Loria.

Je désire avoir des données biographiques, qu'aucune histoire des Mathématiques ne donne, sur le mathématicien français Pierre Hérigone, auteur d'un *Cours de Mathématiques* publié à Paris en 1644 et qui a joui d'une grande célébrité.

Réponse à la question 217 (I., T. II, p. 55-56) et à la question 280 de Paul Tannery (I., T. I, p. 151 et ici, p. 274).

dans son *Bulletin* (T. II, p. 472-476), il résulte :

1° Que Pierre Hérigone était du pays basque (j'en conclus qu'il avait francisé son nom, qui devait être quelque chose comme *Hiérigoyen*, forme que l'on rencontre encore dans ce pays) ; 2° qu'à la fin de l'année 1644, il n'était déjà plus en vie; 3° qu'il n'y a eu, en réalité, qu'une seule édition du *Cours mathématique*, mais que les feuillets de titre présentent jusqu'à quatre indications différentes. *a*. A Paris, chez l'autheur, en l'isle du Palais, à l'enseigne de l'Anguille et chez Henry Legras au troisième pilier de la grande salle du Palais (à l'L couronnée); dates : 1634 pour les quatre premiers Volumes, 1637 pour le cinquième, 1642 pour le sixième. *b*. A Paris, chez Siméon Piget, rue Saint-Jacques, à l'enseigne de la Fontaine, 1643. *c*. A Paris, chez Siméon Piget, 1644. *d*. Parisiis, Sumptibus Ægidii Morelli, architypographi regii, 1644. M. Bierens de Haan a bien voulu m'informer, au contraire, que l'indication 1645 dans le Tome I de la *Correspondance de Huygens* est une faute d'impression pour 1644.

Enfin le prince Boncompagni, dans sa Note précitée, a décrit un exemplaire d'un autre ouvrage d'Hérigone intitulé : *Les six premiers livres des* « Éléments d'Euclide », *demonstrez par Notes, d'une méthode très brieve et intelligible avec les principales parties des mathématiques expliquees succinctement sans notes*. Et, de plus, un *petit Dictionnaire contenant les etymologies et significations des noms et termes plus obscurs des Mathematiques; par* Pierre Hérigone, *professeur de mathematiques à Paris, 1639, chez l'autheur, etc., et chez Henry Legras, etc.*

Le même volume, de 468 pages dont 5 non numérotées, existe en double exemplaire à la Bibliothèque nationale de Paris (Inv. V 18273 et V 18287) mais postdaté, comme le *Cours mathéma-*

française du tome I du *Cours mathématique* qui contient l'exposé des six premiers Livres d'Euclide.

Hérigone, ayant fait une addition à son Tome VI, achevé d'imprimer le 2 juillet 1642, devait encore vivre à cette date; si l'on admet que les postdates des exemplaires de ses ouvrages correspondent à des arrangements pris, par ses héritiers, pour écouler le stock invendu, on peut fixer approximativement sa mort vers 1643.

En dehors de ce que je viens de citer et des mentions qui se rapportent à l'ouvrage de P. Hérigone, je n'ai rencontré son nom que deux fois :

1° Dans la Lettre de Diodati à Galilée du 23 septembre 1636 (publiée dans l'édition Alberi) c'est très probablement lui qui figure sous le nom d'*Erizonio*;

2° Dans une lettre inédite de Cavalieri à Mersenne du 23 novembre 1641 (MS de la Bibl. nat. fs. nouv. acq., 6204) que je publierai dans les Œuvres de Fermat. [Cf. plus haut, n° 18, p. 245.]

Note p. 82, T. II, se rapportant à cet article.

Les exemplaires des divers Volumes du *Cours mathématique* d'Hérigone diffèrent, en effet, parfois par la présence ou l'absence de certains feuillets d'addition diverses ou encore par la place que les relieurs ont donné à ces feuillets. Notamment la feuille du Tome I marquée R*rr* (pages non numérotées), les pages 297 à 328 du Tome II, la feuille Y (*p. n. n.*) du Tome III, la feuille *KK* du Tome IV (*p. n. n.*), les pages 861–884 du Tome V que l'on rencontre réunies en une même brochure (Bibl. nat., Inv. V 18279), doivent avoir été imprimées ensemble et seulement en 1638, date d'un ouvrage de Moiry auquel il est répondu dans l'addition du tome V.

QUESTION 230 (I., T. I, page 118) de Alanda.

On prend un point D sur la tangente en un point A d'un cercle. Une sécante DBC coupe le cercle en B et en C. M. Sollertinsky a trouvé (*voir* M. 1893, p. 176) que, si la droite qui joint les points de Brocard du triangle ABC est perpendiculaire à BC, le triangle ABC est d'aire maximum. Je voudrais avoir l'équation de l'enveloppe de BC quand D parcourt la tangente en A.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 60).

L'équation demandée est la suivante :

$$9x^6 + (10y^2 + 2ay - 35a^2)x^4 + (y^4 + 20ay^3 - 80a^2y^2 + 90a^3y - 27a^4)x^2 + ay^3(y - 2a)(2y - a) = 0,$$

les axes rectangulaires étant choisis en sorte que le cercle donné soit $x^2 = 2ay - y^2$, et la tangente donnée $y = 2a$. La courbe déterminée par cette équation comprend une branche parabolique extérieure au cercle et dont les tangentes satisfont à une condition différente de celle de l'énoncé. La partie intérieure au cercle est fermée et présente trois points de rebroussement.

QUESTION 274 (I., T. I, page 149) de Vigarié.

Gauss a donné, en 1800 ou 1802 (dans le *Journal astronomico-géographique* du baron de Zach, je crois), diverses formules permettant de calculer la date de la fête de Pâques et le nom du jour de la semaine correspondant à une date donnée quelconque. Ces formules ont été reproduites par divers auteurs, mais avec des modifications. Quelque correspondant de l'*Intermédiaire* pourrait-il me faire connaître les formules de Gauss, sous leur forme primitive, avec l'indication de la date de leur publication et le titre de l'ou-

RÉPONSES [illegible] Cantor (I., T. II, 1895, p. 81).

C'est dans le numéro d'août 1800 de la *Correspondance* de Zach[1] que se trouve un article d'une dizaine de pages in-8°, intitulé : *Berechnung der Osterfestes*; von Doctor Gauss, in Braunschweig. J'en ai extrait ce qui suit aussi fidèlement que possible, en traduisant de l'allemand, mais en respectant la disposition des formules :

« Règles générales pour le calcul de la fête de Pâques dans les calendriers juliens et grégoriens :

Si le reste de la division du millésime de l'année		par 19	est a
»	»	4	est b
»	»	7	est c
»	nombre $19a + M$	30	est d
»	nombre $2b + 4c + 6d + N$ par	7	est e

Pâques tombe le $22 + d + e$ième .... Mars

ou le $d + e - 9$ .... Avril

» M et N sont des constantes pour le calendrier julien ($M = 15$, $N = 6$); pour le calendrier grégorien, elles varient, au contraire, chaque siècle (de l'année $100k$ à l'année $100k + 99$) étant déterminées comme suit pour chaque quantième k du siècle. Soit :

p	le quotient (entier) de k par	3
q	» » k	4

M est le reste de la division de $15 + k - p - q$ par 30,

N » » $4 + k - q$ par 7. »

1. *Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde*, herausgegeben von Fr. von Zach, Oberstwachtmeister und Director des Sternwarts Seeberg. Zweiter Band. (Gotha, im Verlage der Beckerischen Buchhandlung, p. 121 à 130; 1800).

le 19 avril; 2° Si le calcul donne $d = 28$, $e = 6$, et si, de plu
le reste de la division par 30 du nombre $11\,M + 11$ est plus pe
que 19, au lieu du 25 avril, il faut prendre le 18. Il affirme qu'
dehors de ces exceptions, ses règles sont tout à fait générale

Question 291 (I., T. I, p. 154) de P. Vernier.

Soient N_1, N_2 deux nombres premiers entre eux et impairs : 1° Démo
trer que le plus grand commun diviseur des nombres $N^{N_1} + 1$, $N^{N_2} \pm 1$ est
2 ou $N + 1$; 2° Comment déduire de là une démonstration de ce théorèm
Soient P un nombre pair et I un nombre impair, on suppose que P +
et I sont premiers entre eux. Le nombre

$$N^{PI} - N^{(P-1)I} + N^{(P-2)I} - \ldots - N^{I} + 1$$

n'est pas premier.

Cas particulier. — Si M est premier et supérieur à 3, le nomb
$2^{4M} - 2^{2M} + 1$ n'est pas premier.

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 83-84).

Les propositions énoncées ressortent au domaine de l'Algèbr
Le lemme préliminaire est, au fond, un cas particulier du su
vant : Si a et b sont impairs et ont N pour plus grand comm
diviseur, $x^a + 1$ et $x^b + 1$ ont $x^n + 1$ pour plus grand comm
diviseur; ce qui se déduit immédiatement de l'application de
méthode ordinaire pour la recherche du plus grand comm
diviseur. Quant au théorème à démontrer, il revient à dire qu
si p est pair et i impair premier avec $p + 1$, l'expression enti
$\frac{n^{(p+1)i} + 1}{n^i + 1}$ a un diviseur. Mais cela est vrai pourvu que $p + 1$

diviseur de i et de $p+1$. Le numérateur est divisible par $n^{p+1}+1$, qui aura n^r+1 comme plus grand commun diviseur avec le dénominateur. Donc, l'expression proposée sera divisible par $\frac{n^{p+1}+1}{n^r+1}$ polynôme entier différent de l'unité d'après l'hypothèse. Enfin, si le cas particulier indiqué à la fin de l'énoncé ne se déduit pas immédiatement de ce théorème, on peut voir qu'en général (et non seulement si $n=2$). $n^{4m}-n^{2m}+1=\frac{n^{6m}+1}{n^{2m}+1}$, sera divisible par $\frac{n^6+1}{n^2+1}$ ou n^4-n^2+1, pourvu que $n^{6m}+1$ soit divisible par n^6+1 (par conséquent que m soit impair) et ait n^2+1 pour plus grand commun diviseur avec $n^{2m}+1$ (ce qui aura lieu si, en outre, m n'est pas divisible par 3, c'est-à-dire s'il est de la forme $6n\pm1$). Ainsi, il n'est pas nécessaire que m soit premier.

Question 138 (I., T. I, p. 83) de E. Lemoine.

Le chapitre xxxvi du Pantagruel, livre V : *Comment nous descendismes les degrés tétradiques, et de la paour qu'eut Panurge*, commence ainsi :

« Depuis descendismes un degré marbrin soubs terre; là estoit un repos; tournants à gausche en descendismes deux aultres; là estoit un pareil repos; puis trois à destour, et repos pareil et quatre aultres de mesme. Là, demanda Panurge : Est ce ici? — Quants degrés, dist nostre magnifique lanterne, avez-vous compté? — Un, respondit Pantagruel, deux, trois, quatre. — Quants sont-ce? demanda elle. — Dix, répondit Pantagruel. — Par, dist-elle, mesme tétrade pythagorique, multipliez ce qu'avez résultant. — Ce sont, dist Pantagruel, dix, vingt, trente, quarante. — Combien faict le tout? dist-elle. — Cent, respondit Pantagruel. — Adjoustez, le cube premier, ce sont huict :

dentement que c'est la vraie psychogonie de Platon, tant célébrée par
académiciens, et tant peu entendue : de laquelle la moitiée est compo
d'unités des deux premiers nombres pleins, de deux quadrangulaires et
deux cubiques. »

Que veut dire cela d'une façon précise à partir de : Et y notez pruden
ment, etc.?

Si un nombre plein signifie un nombre pair, ce que je suppose, je vois b
que la moitié en 108 ou 54 égale

$$2 + 4 + 4^2 + 4^2 + 2^3 + 2^3;$$

mais, qu'est-ce alors que « la vraie psychogonie de Platon » qui serait
et comment est-elle en rapport avec cette décomposition?

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 102-103).

Dans le *Timée* (35[bc]), Platon, pour exposer la constitution h
monique de l'âme, part explicitement de la série des nomb
suivants :

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 9,\ 8,\ 27 \quad \text{ou} \quad 1,\ \begin{Bmatrix}2\\3\end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix}2^2\\3^2\end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix}2^3\\3^3\end{Bmatrix}.$$

On y reconnaît facilement, l'unité, les deux premiers nomb
plains 2 et 3 (1 ne comptant pas comme nombre); les deux
rés (quadrangulaires) et les deux *cubes* des mêmes nombr
et 3. La somme de la série fait 54, qui est bien la moitié
nombre 108, formellement indiqué par Rabelais dans le t
cité. Cette partie du *Timée* a été désignée de très bonne he
sous le terme de *psychogonie de Platon*; Plutarque, par exem
a écrit un traité spécial, que nous avons, *Sur la psychogonie*
le Timée (Περὶ τῆς ἐν Τιμαίῳ ψυχογονίας), et les questions arith

éditions, non : « pleins », mais : « plains », c'est-à-dire *plans* dans le sens opposé à carré et à cube. Ce sens est exceptionnel chez les géomètres grecs, où nombre *plan* signifie en général nombre « composé de deux facteurs »; mais il n'y a pas néanmoins de doute, parce que la phrase de Rabelais est tirée de Plutarque : *De animæ procreatione in Timæo*, chap. XI, et que Plutarque dit πρώτους ἐπιπέδους en désignant expressément les nombres 2 et 3.

QUESTION 155 (I., T. I, p. 89) de Gino Loria.

J'ai vu quelque part attribuée à Jamblichus la proposition suivante :

« Étant donnés, dans la série naturelle des nombres, trois termes consécutifs dont le plus grand est divisible par 3, on en fait la somme; on fait ensuite la somme des chiffres de cette somme, puis, s'il y a lieu, la somme des chiffres de cette nouvelle somme, etc.; après un nombre suffisant de ces opérations, on arrivera à un nombre divisible par 6 ». Je désire connaître une démonstration de ce théorème et savoir s'il y en a d'analogues dans les systèmes de numération dont la base est différente de 10.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 104).

La proposition représente le sens probable d'un passage quelque peu amphigourique des *Theologumena Arithmetices*; elle se trouve aussi dans le commentaire de Jamblique sur l'Arithmétique de Nicomaque; il est clair, au reste, que la somme de trois nombres consécutifs $3n+1$, $3n+2$, $3n+3$ est $9n+6$, donc, etc.; il est établi d'autre part que les anciens connaissaient le caractère de divisibilité par 9. En général, dans un système

Question 306 (I., T. I, p. 178) de Eug. Catalan.

A quelle époque a-t-on remplacé le signe ∞ employé par Rolle dans
Algèbre (1690) par le signe =?

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 116-117).

Il est difficile de se rendre compte exactement du sens que
regretté professeur de Liège voulait donner à ces deux qu
tions. Il n'ignorait certainement pas (*voir* le second volume
Vorlesungen de M. Cantor) que le premier emploi du signe
pour l'égalité est dû à l'Anglais Robert Recorde (*The Whetston
witte*, 1556), et que l'habitude de mettre les équations sous
forme d'un premier membre égalé à 0 date de la *Géométrie*
Descartes. Le signe = a d'ailleurs été employé par les Angl
Harriot, Wallis, etc., alors que, sur le continent, il avait
autre sens; ainsi, pour Viète, A = B signifie la valeur abso
de A — B; dans la correspondance de Descartes, il signifie A±
Viète n'a pas d'ailleurs de signe pour l'égalité, tandis que D
cartes emploie le symbole ∞, qui s'est perpétué quelque te
après lui; mais, en France, on trouve également le sign
(Clerselier dans la correspondance de Descartes; les origin
portent bien ∞). Leibniz enfin, dans ses manuscrits, emp
le signe ⌐.

En résumé, l'adoption générale du signe = pour l'égalit
due à l'exemple donné par les mathématiciens anglais; il
être curieux de rechercher quel a été en fait le dernier exem
dans tel ou tel pays, de l'emploi d'un signe différent; ma
question ne présente évidemment qu'un intérêt secondaire.

Quant à l'emploi, dans l'algèbre de Rolle, du signe 0

éviter la confusion avec la lettre o, qui n'était pas encore bannie du symbolisme algébrique, Viète et ses disciples l'ayant couramment employée avec les autres voyelles, pour désigner les inconnues. C'est d'ailleurs peut-être un motif analogue qui a fait choisir par Descartes, pour cette désignation, les dernières lettres x, y, z de l'alphabet.

QUESTION 366 (I., T. I, p. 226) de G. de Rocquigny.

Par quelle voie Fermat est-il parvenu à son théorème $a^{p-1} = \mathrm{M}p$ (p premier, non diviseur de a), et par quel procédé Euler à l'identité

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)\ (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2) = \mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2 + \mathrm{C}^2 + \mathrm{D}^2.$$

qui porte son nom ? Indiquer les références, si la réponse doit être trop étendue, ce qui est probable.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 175).

D'après la correspondance de Fermat (*Œuvres*, t. II, p. 198 et 209), il est certain qu'il est parvenu à son théorème (lettre à Frénicle, du 18 oct. 1640) en généralisant l'énoncé que $2^{p-1} - 1$ est divisible par p, si p est premier (lettre à Mersenne, de juin 1640), et qu'il a trouvé cette dernière proposition en examinant, pour la recherche des nombres parfaits, les cas où $2^n - 1$ est composé. Quant aux démonstrations de Fermat pour le cas particulier et pour le théorème général, on ne les possède pas et l'on n'a aucun élément pour les reconstituer avec certitude.

Question 358 (I., T. I, p. 213) de Gino Loria.

Dans les célèbres inscriptions qu'on cite sur les parois du temple dédié à Horus à Edfou (Haute-Égypte) et bâti une centaine d'années avant J.-C., pour calculer l'aire Q d'un quadrilatère dont a_1, a_2 et b_1, b_2 sont les couples de côtés opposés, on applique la formule $Q = \frac{a_1 + a_2}{2} \frac{b_1 + b_2}{2}$, et en conséquence, pour calculer l'aire T d'un triangle dont les côtés sont a_1, b_1, b_2, on se sort de l'expression

$$T = \frac{a_1}{2} \frac{b_1 + b_2}{2}.$$

Ces formules sont évidemment fautives, mais on peut se proposer de calculer les erreurs qu'elles produisent par leur application, et se demander si, en dehors des rectangles, il existe des quadrilatères dont l'aire soit exactement exprimée par la relation. Dans le cas de l'affirmative, quelles sont les propriétés géométriques de ces quadrilatères?

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 189).

Un quadrilatère dont les côtés sont donnés a sa surface maxima quand il est inscriptible : cette surface maxima peut, d'autre part, se mettre sous la forme $S = \sqrt{(s^2 - d_1^2)(s_1^2 - d^2)}$; puisque les facteurs sous le radical sont nécessairement positifs, on peut poser

$$\frac{d_1}{s} = \cos\alpha, \quad \frac{d}{s_1} = \cos\alpha_1, \quad S = ss_1 \sin\alpha \sin\alpha_1.$$

QUESTION 147 (I., T. I, p. 86) de M. Émile Picard.

Quels sont les travaux les plus récents et les plus définitifs sur l'histoire des *chiffres dans l'antiquité?* Existe-t-il à l'étranger un ouvrage d'ensemble sur cette question, dans le genre de celui que Philippe Berger a consacré récemment à l'histoire de l'*Écriture dans l'antiquité?*

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 214); (troisième réponse).

Le seul ouvrage sur les chiffres qui puisse être comparé à celui de M. Philippe Berger sur l'écriture est : PIHAN, *Exposé des signes de numération usités chez les peuples orientaux anciens et modernes* (Paris, 1860). Mais ce n'est guère qu'une suite de tableaux. L'auteur de la *deuxième réponse* (t. I, p. 219 de l'*Intermédiaire*) paraît plutôt avoir eu en vue la question spéciale, encore controversée, de l'origine de nos chiffres. Quant au désideratum de la production de *fac-simile* de manuscrits de Boèce antérieurs à l'invention de l'imprimerie, je ferai remarquer que de tels *fac-simile* existent depuis longtemps, et on les trouvera, pour les cinq manuscrits de Boèce les plus anciens, dans la petite édition Teubner, procurée par Friedlein (1867), lequel ne croyait pas du reste à l'authenticité de la *Geometria* attribuée à Boèce. Il s'agit en fait, pour les partisans de l'origine occidentale de nos chiffres, de prouver l'existence de cette *Geometria* avant Gerbert ou, autrement, d'en produire un manuscrit antérieur à la fin du x[e] siècle.

QUESTION 373 (I., T. I, p. 227) de H. Brocard.

A l'occasion d'une récente monographie de M. H. Dannreuther, parue

de la Notice de M. Dannreuther, il en a été donné dans diverses publications (N. A., 1853, 195-200; 1855, 135-154; 1859, 43, 427; 1860, 14-17, 562-565; 1861, 67, et Bibl. (1-11); M., 1890, 34-36; 1892, 230, 231, etc., mais ils n'ajoutent rien d'essentiel. Il faudrait, notamment, que de nouvelles recherches fussent faites dans les archives de Saint-Mihiel et des communes avoisinantes et dans la correspondance inédite de divers contemporains d'Albert Girard.

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 241).

D'une lettre adressée, le 21 juillet 1629, à Peiresc par Gassendi, qui faisait à cette époque un voyage en Hollande, il résulte qu'Albert Girard était ingénieur au service des Provinces-Unies et se trouvait alors en cette qualité au camp devant Bois-le-Duc (*Lettres de Peiresc*, IV, p. 201). D'autre part, j'ai déjà fait connaître dans le *B. D.*, 1883, pages 358-360, le résultat des recherches faites à ma prière dans les Archives de Saint-Mihiel par M. Lallement, vice-président du Tribunal civil.

Question 415 (I., T. II, p. 5) de G. de Rocquigny.

Le théorème : « Tout nombre entier est la somme de quatre carrés au plus », est-il dû à Bachet, du nom duquel plusieurs géomètres le désignent, ou à Fermat?

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 270).

Voir *Œuvres de Fermat*, I, p. 305, note. La proposition est supposée par Diophante (IV, 31, 32; V, 17), et l'on pourrait tout aussi bien la mettre sous son nom que sous celui de Bachet,

déclaré avoir la démonstration, sans toutefois la donner.

Question 525 (I., T. II, p. 134) de Juel.

Dans beaucoup de recherches élémentaires, on a besoin de ce théorème très connu :

Le lieu géométrique des points dont les puissances par rapport à deux cercles donnés sont dans un rapport donné est une circonférence.

Je voudrais savoir le nom du mathématicien auquel on doit attribuer ce théorème.

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 279).

Le théorème dont il s'agit est un corollaire immédiat de la proposition 4 du Livre II des *Lieux plans d'Apollonius* (*Œuvres de Fermat*, t. I, p. 35). L'énoncé de cette proposition a été connu des modernes par l'analyse que donne Pappus des Ouvrages perdus d'Apollonius.

Question 531 (I., T. II, p. 146) de A. Goulard.

Je serais curieux d'avoir des renseignements sur l'origine (étymologie, premier emploi, sens primitif, etc.) du mot *fonction* en Algèbre.

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 279).

Voir Cournot, *Traité élémentaire de la Théorie des Fonctions*, Hachette, 1857, p. 1 et 2. Quelques-unes de ses assertions appellent cependant une vérification à faire.

Question 545 (I., T. II, p. 150) de Trinitario.

Je désire savoir où je pourrais trouver une démonstration *simple et rigoureuse à la fois*, de la validité, pour les nombres entiers, de l'axiome V d'Archimède.

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 279).

Si le nombre entier est subjectivement conçu comme composé par l'addition répétée (ou multiplication) de l'unité, la démonstration demandée s'ensuit immédiatement. Si au contraire le nombre entier est conçu comme une collection d'unités, donnée objectivement, la démonstration est impossible, c'est-à-dire qu'on peut tout au plus remplacer le *postulat* par un autre. Il faut en effet exclure la possibilité du nombre transfini, au sens de Georg Cantor.

Question 399 (I., T. I, p. 235) de C.-A. Laisant.

Dans une lettre de Fermat au P. Mersenne (voir Brassine, *Œuvres mathématiques de Fermat*, p. 146), le grand géomètre fait allusion à un carré magique de 49 éléments, qu'il déclare avoir vu dans la forme d'un talisman en argent.

Quelque correspondant sait-il si ce carré a été retrouvé, et quelle en était la composition?

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 297).

Dans la lettre en question (*Œuvres de Fermat*, t. II, p. 1894), Fermat dit que le carré magique 49, qu'il a vu sur un talisman en argent, était rangé suivant la méthode de Bachet. Or cette

méthode est connue (voir le carré 49 dans les *Problèmes plaisants et délectables* de Bachet, Gauthier-Villars, 1884, p. 98). On peut arriver autrement à la même conclusion; car il n'est pas douteux que le talisman n'ait donné le carré *planétaire* de Mars suivant la forme reproduite par Agrippa de Nettesheim (*De occulta philosophia*, p. 149) et Paracelse (*Opera*, t. II, p. 715). Or cette forme est celle que fournit le premier procédé de Moschopoulos, qui revient à la méthode de Bachet.

QUESTION 414 (I., T. II, p. 5) de G. de Rocquigny.

L'équation $\frac{x(x+1)}{2}+1=y^2+(y+1)^2$ est-elle possible en nombres entiers? Autrement, le quadruple d'un nombre triangulaire peut-il être triangulaire?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 301-303).

L'équation proposée est impossible, puisque l'on en tirerait

$$x^2+x+1=(2y+1)^2,$$

et que le premier membre, intermédiaire entre deux carrés consécutifs, x^2 et $(x+1)^2$, ne peut être un carré.

QUESTION 461 (I., T. II, p. 19) de Muller.

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 309).

Les solutions entières de l'équation $x^2 = y^2 + z^3$ sont données par les positions

$$x = \frac{m^3 uv^2 + n^3 u^2 v}{2}, \qquad y = \frac{m^3 uv^2 - n^3 u^2 v}{2}, \qquad z = mnuv;$$

où l'on doit prendre m et n de même parité à moins que l'un des deux facteurs u, v ne soit pair.

Question 311 (I., T. I, p. 179) de Jacques Boyer.

Ozanam, à la page 85 de son *Dictionnaire mathématique* (in-4°, 1691), parle de M. l'abbé de l'Anion (à la page suivante il met Lanion) qui se serait occupé, d'après ce passage, de la théorie des Équations. Quel est le nom de ce savant qui est désigné ici, je pense, par le nom de son abbaye? Quelles sont ses publications? Où pourrait-on trouver, en un mot, des renseignements biographiques et bibliographiques sur ce mathématicien?

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 359).

Dans les listes des membres de l'ancienne Académie des Sciences, figure un de Lannion, admis en 1679, exclu en 1685. Le

Questions 459 et 460 (I., T. II, p. 19) de E. Lemoine.

459. J'ai reconnu que 65 est le plus petit nombre dont le carré soit, de deux façons différentes, la somme de deux carrés, on a

$$4225 = \overline{65}^2 = \overline{16}^2 + \overline{63}^2 = \overline{33}^2 + \overline{56}^2;$$

que 325 est le plus petit nombre dont le carré soit de trois façons différentes la somme de deux carrés, on a

$$105625 = \overline{325}^2 = \overline{36}^2 + \overline{323}^2 = \overline{125}^2 + \overline{300}^2 = \overline{204}^2 + \overline{253}^2.$$

Connaît-on le plus petit nombre dont le carré soit de quatre façons différentes la somme de deux carrés?

460. Existe-t-il des carrés entiers qui soient de n façons différentes la somme de deux carrés, quel que soit n?

Réponse de Paul Tannery (I., T. II, p. 371).

Les questions de ce genre ont été complètement résolues par Fermat (*Obs. sur Dioph.*, III, 22). Ce n'est d'ailleurs pas 65, mais 25, qui est minimum comme hypoténuse de deux façons différentes.

$$\overline{25}^2 = \overline{7}^2 + \overline{24}^2 = \overline{15}^2 + \overline{20}^2.$$

C'est de même 125 qui est minimum comme hypoténuse de trois façons différentes.

$$\overline{125}^2 = \overline{35}^2 + \overline{120}^2 = \overline{44}^2 + \overline{117}^2 = \overline{75}^2 + \overline{100}^2.$$

Enfin c'est 65 qui est minimum comme hypoténuse de quatre façons différentes.

Voici d'ailleurs la règle de Fermat pour former un nombre qui soit de n façons différentes la somme de deux carrés. Prenez tous les facteurs premiers de $2n$, en répétant ceux qui sont égaux; retranchez l'unité de chacun d'eux; soient $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ les restes (égaux ou inégaux) et $p_1, p_2, p_3, \ldots$ des nombres premiers *différents* entre eux et de la forme $4m+1$; le nombre $p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}\ldots.$ satisfera à la condition proposée. Il s'ensuit que si l'on a $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \ldots = 1$, et qu'il y ait q facteurs, on aura $n = 2^{q-1}$, ce qui suffit au reste pour répondre à la question 417[1].

QUESTION 469 (I., T. II, p. 21) de E.-N. Barisien.

Le lieu du sommet des paraboles tangentes à un cercle donné et ayant pour foyer un point fixe de la circonférence de ce cercle est une courbe fermée. Un correspondant pourrait-il m'indiquer le degré de cette courbe et donner l'expression de son aire?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 376).

Soit, sur une circonférence O de rayon R, le foyer F d'une parabole tangente en M à cette circonférence. Prenons le symétrique H du foyer par rapport à la tangente en M; la perpendiculaire HD sur MH est la directrice de la parabole, la per-

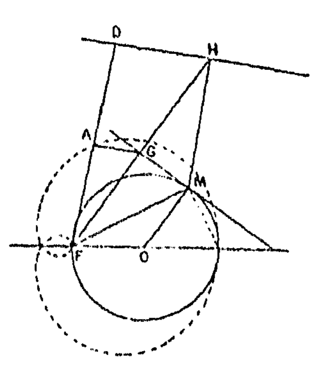
1. [QUESTION 417 (I., T. II, p. 5) de P.-F. Teilhet.
Le théorème suivant est-il exact?
« En décomposant le produit

$$N = A^2(\alpha_1^2+\beta_1^2)(\alpha_2^2+\beta_2^2)\ \ldots\ (\alpha_n^2+\beta_n^2)$$

en somme de deux carrés au moyen de la formule

$$(m^2+n^2)(m'^2+n'^2) = (mm' \pm nn')^2 + (mn' \mp nm')^2$$

pendiculaire FD sur HD en est l'axe, et le milieu A de FD en est le sommet. Désignons par ρ la longueur FA et par ω l'angle AFO ; en menant la tangente AG au sommet et observant que les trois angles AFG, GFM, MFO sont égaux à $\frac{\omega}{3}$, on obtient immédiatement pour l'équation du lieu du sommet, en coordonnées polaires, $\rho = 2R\cos^2\frac{\omega}{3}$.



L'élimination de ρ et ω entre cette équation et les relations $x = \rho\cos\omega$, $y = \rho\sin\omega$ $\Big($élimination qui se fait très simplement en utilisant l'identité $\cos\omega = 4\cos^3\frac{\omega}{3} - 3\cos\frac{\omega}{3}\Big)$, donne pour l'équation de la courbe en coordonnées rectangulaires

$$2(2x^2 + 2y^2 - Rx)^3 = -27R^2(x^2 + y^2)^2.$$

La courbe est donc du *sixième* degré. Elle a la forme d'un limaçon à point double réel $\left(-\frac{R}{4}, 0\right)$; elle est tangente au cercle, au point F et au point qui lui est diamétralement opposé. L'aire de boucle rentrante est, à cause de la symétrie par rapport à l'axe polaire, donnée par la formule

$$u = 2\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\rho^2 d\omega}{2} = 4R^2\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos^6\frac{\omega}{3}\,d\omega = \frac{R^2}{8}(5\pi - 9\sqrt{3}).$$

Question 536 (I., T. II, p. 147) de Nester.

Je désirerais savoir si la propriété suivante que j'ai démontrée dans le cas de l'ellipse et dans celui de la cycloïde s'étend à toutes les courbes, comme je suis porté à le croire.

Le cercle osculateur en un point M quelconque d'une courbe donnée rencontre la normale en M en un second point N : soient P et Q les extrémités du diamètre du cercle perpendiculaire à MN. Les courbes lieux des points N, P et Q ont chacune une aire équivalente à l'aire de la courbe donnée.

Réponse de Paul Tannery (I., t. II, p. 414).

Supposons en général que, par le centre de courbure O d'une courbe (A), on mène, faisant avec le rayon de courbure OM un angle constant θ dans un sens déterminé, une droite $OR = OM$. Soit (B) la courbe lieu du point R.

Considérons les points O′, M′, R′, infiniment voisins des précédents. On peut prendre OO′ MM′ et OO′ RR′ comme éléments des aires de (A) et de (B). Soient $OM = \rho$, $O'M' = \rho + d\rho$, et $d\alpha$ l'angle de contingence formé par les rayons OM, O′M′. Il est aisé de voir qu'en négligeant les infiniment petits du second ordre, on aura

$$dA = OO'MM' = \frac{\rho^2 d\alpha}{2}, \quad dB = OO'RR' = \frac{\rho^2 d\alpha}{2} + \rho d\rho \sin\theta.$$

elle s'annule, dans le cas général, toutes les fois que les valeurs limites des rayons de courbure sont égales. Il convient cependant de remarquer que la proposition n'a qu'une valeur analytique et peut conduire géométriquement à des résultats illusoires, si l'on ne discute pas quelles sont les parties des aires qui doivent être considérées comme négatives, etc.

T. III. — **1896.**

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

QUESTION 757 (I., T. III, p. 37).

Problème proposé dans une lettre inédite de Malézieux à Billy, du 6 septembre 1675 : Trouver trois nombres en progression arithmétique, tels que l'on obtienne un carré en ajoutant au produit des trois nombres soit la différence des carrés de deux quelconques d'entre eux, soit la somme des trois différences des nombres (c'est-à-dire quatre fois la raison de la progression arithmétique).

Il s'agit de trouver au moins une solution en nombres rationnels. Je pose la question en vue d'une publication de la correspondance de Billy où se trouvent nombre de recherches d'Analyse indéterminée.

[Cf. I. VI, 115-116,

Question 758 (I., T. III, p. 37).

Dans une lettre inédite de Malézieux à Billy du 20 février 16
se trouve l'expression *capiangulum* pour désigner un instrum
servant à la mesure des angles (il s'agit en particulier de la m
sure de la distance de la lune à une étoile). Cette express
est-elle connue d'ailleurs? S'appliquait-elle à un instrum
déterminé?

[Cette question, non résolue, a été réimprimée en 1905, I, T. XII,

Question 782 (I., T. III, p. 57).

Dans la Lettre 16 de son *Commercium epistolicum*, Wallis p
pose d'intercaler, dans la série

$$1, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{30}{31}, \quad \frac{209}{140}, \quad \frac{1471}{630}, \quad \frac{10625}{2772}, \quad \ldots,$$

un terme entre 1 et $\frac{5}{6}$, ce qui, d'après lui, fournirait la q
drature de l'hyperbole, de même que dans la série

$$1, \quad 6, \quad 30, \quad 140, \quad 630 \quad \ldots,$$

l'intercalation d'un terme, $\frac{8}{\pi}$, entre 1 et 6, fournit la quad
ture du cercle. C'est, en effet, de cette façon que Wallis pos
question qui le conduit à son expression de π sous forme
produit d'un nombre indéfini de facteurs (voir *Œuvres de*

mière série proposée ci-dessus? Les nombres donnés sont-ils exacts?

Que représente, en fait, le terme dont Wallis propose l'intercalation?

[Cf. réponse de G. Vacca, I, t. X, 78.]

QUESTION 783 (I., T. III, p. 57).

Problème proposé dans une lettre inédite d'Ozanam à Billy, du 25 juin 1676 : Trouver trois nombres en progression géométrique, tels que l'on ait trois carrés en ajoutant au produit des trois nombres le carré de chacun d'eux, et que, de plus, ces carrés étant supposés fractionnaires et réduits à leur plus simple expression, en formant les sommes deux à deux des racines carrées des numérateurs, ont ait trois cubes en progression géométrique.

Cf. I, T. IV, 253, une réponse de J. Hob avec une note additionnelle (p. 254) de P. Tannery et V. 86-87.

784 [119c]. Je désirerais avoir le système complet des solutions de l'équation indéterminée

$$4x^4 + 2x^2y^2 - 2y^4 = 4z^2.$$

Cf. IV, 70, réponse de E. Fauquembergue.

[Nous donnons ici cette note additionnelle] : Comme l'auteur de cette réponse le fait d'ailleurs remarquer, la Solution de la première partie de la question est *particulière*. La démonstration de la deuxième partie ne semble pas valable : 1° parce que la solution de la première partie n'est pas générale ; 2° parce que la réduction à la plus simple expression algébrique pour les

fractions n'est nullement la réduction à la plus simple expression arithmétique. Il doit cependant exister une solution, car, à l'époque où la question a été posée, il était de règle de ne poser que des problèmes dont on connaisse au moins une solution. Fermat *seul* a posé des questions impossibles, parce que *seul* il pouvait démontrer qu'elles l'étaient.

QUESTION 797 (I., T. III, p. 78).

Dans une pièce (*Solutio problematis a D. Pascal propositi*) insérée dans les *Œuvres* de Pascal, Fermat propose à Roberval de mener une tangente à l'*helix Baliani*. Roberval, dit-il, sait qu'elle est cette courbe. Dans les *Œuvres* de Baliani — *De motu naturali gravium solidorum*, 1638 (nouv, édit., 1646), *Opere diverse*, 1666 — on ne rencontre aucune indication sur cette spirale. Peut-on fournir quelque renseignement relatif à cette question?

797 (I., T. III, p. 213).

Correction de la question précédente. — L'autographe de Fermat, mal lu par Bossut, porte : *Helix Galilei*.

La découverte par M. Ch. Henry de l'autographe de Fermat, mal lu par Bossut, et qui est actuellement relié dans un volume des Imprimés de la Bibliothèque nationale (cote V, 848-3, Réserve), doit faire changer la position de cette question que j'avais posée autrefois dans la *Bibliotheca mathematica*. Il s'agit, non pas d'une *helix Baliani*, mais d'une *helix Galilei*. J'ai consacré, à ce sujet, une Note dans le tome II des *Œuvres de Fermat* (p. 12) et je pense que cette courbe serait, en coordonnées polaires, définie

QUESTION 798 (I., T. III, p. 79).

Dans le catalogue des *Codices præclarissimi... Apud S. Comnum civem Atheniensem asservati* (Athènes, 1857 Serapeum XVIII. Intelligenzbl., p. 129 et suiv.) se trouve la mention que voici :

I. Codex chartaceus in quarto, sec. XV aut certe XVI, constans chartis 137, id est paginis 274, ineditus : continet Procli Philosophi commentarios in Nicomachi Geraseni Arithmeticam; tit : Νικομάχου Γερασηνοῦ ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς τῶν εἰς δύο τὸ α^{ον}, ὅπερ ἐξηγεῖται ὁ φιλόσοφος Πρόκλος. Incipit : Εἰσαγωγὴ ἐπιγέγραπται ὡς πρὸς τά γεγραμμένα αὐτῷ Θεολογικά, ἤτοι μέγαλα ἀριθμητικά.

Ce manuscrit a été vendu à Londres il y a une trentaine d'années; M. Comno n'en a pas de souvenir plus précis. Peut-on savoir où il se trouve actuellement?

[Question réimprimée en 1905, I, T. XII, p. 122.]

QUESTION 816 (I., T. III, p. 85).

Quel est le premier auteur qui ait désigné sous le nom de *Folium de Descartes* la courbe

$$x^3 + y^3 = axy?$$

[Cf. I, T. IV, p. 19, une réponse de Rotciv; au T. IV, une modification de cette question par Tannery, sous le n° 1080 (ce vol. p. 330). *Voir* même tome, p. 237-238. On trouvera T. V, p. 129 la réplique de Paul Tannery et ici plus loin, p. 334.]

Question [illegible] (I., [illegible], p. [illegible]).

La nomenclature adoptée pour le Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques par le Congrès international en 1889 prête, en ce qui concerne la classe V (Philosophie et Histoire des Mathématiques) à des critiques assez curieuses. Les subdivisions de cette classe sont en effet exclusivement d'ordre général et chronologique et l'on ne peut y placer une étude historique concernant un point particulier, comme par exemple la numération. Ne pourrait-on remédier à cet inconvénient en convenant d'adopter comme subdivisions de la classe V, en outre de celles déjà admises, toutes celles que fournissent les autres classes ?

Ainsi la numération étant comprise sous le symbole I_1, son histoire le serait sous le symbole Vi_1 ou $V(I_1)$. Les savants qui s'occupent spécialement de bibliographie auraient-ils à ce sujet quelque proposition différente à faire ou quelque autre méthode de classement à préconiser pour la classe V. ?

[Cf. réponse de Gino Loria, I., T. III, 219-20, approuvant ce que propose Tannery.]

Question 832 (I., T. III, p. 104).

Le mathématicien français Jean-Baptiste Chauveau a complété une *Géométrie des Indivisibles et des Éléments coniques*, qui existe en manuscrit (Bibl. nat., fr., 1335). Dans le *B. D.*, février 1895, j'ai réuni sur ce géomètre divers documents qui le montrent venant à Paris de 1639 à 1661. Peut-on en trouver d'autres en dehors de ces limites, et notamment déterminer le

d'autres en dehors de ces limites et notamment déterminer le lieu et la date de sa naissance et de sa mort? Peut-on savoir d'autre part s'il professait dans un collège de l'Université?

[Question réimprimée en 1905, I., T. XII, p. 194.]
[Cf. *Mémoires scientifiques*, T. VI, n° 15, p. 283-286.]

QUESTION 833 (I., T. III, p. 104).

L'équation $x^4 + 4x^2 + 1 = y^2$ est-elle susceptible d'une solution en nombres rationnels?

[Cf. IV, 20-22, des réponses de R. de Montessus, Theilhet et Worms de Romilly; IV, 83, de E. Fauquemberge, 203; Tafelmacher, 229, etc.]

QUESTION 849 (I., T. III, p. 130).

Soit proposée en nombres entiers l'équation indéterminée $X^4 + Y^4 = aZ^2$. Si l'on connaît un système de solutions (x, y, z), on peut en déduire un autre en posant

$$X = x(4x^8 - 3a^2z^4),$$
$$Y = y(4y^8 - 3a^2z^4),$$
$$Z = z[4a^4z^8 - 3(x^4 - y^4)^4].$$

Y a-t-il des cas où ces relations fournissent la solution complète de l'équation proposée? Peut-on trouver d'autres relations générales semblables, mais ne rentrant pas dans les précédentes, comme celles que l'on en déduirait par substitution?

[Cf. Réponses, I., t. IV, p. 85, de Fauquemberge, et p. 271 de A. Goulard, etc.]

QUESTION 850 (I., T. III, p. 130).

Quels renseignements peut-on avoir sur un Blondeau (Roch), constructeur d'instruments de mathématiques et d'astronomie à Paris, vers le milieu du XVII[e] siècle?

[Question réimprimée en 1905, I., T. XII, 220.]

QUESTION 898 (I., T. III, p. 199).

Un d'Espagnet est mentionné, avec Auzout dans une correspondance inédite (vers 1665), comme étant parvenu à fabriquer en France les meilleurs verres pour lunettes astronomiques. Est-ce le même personnage que l'ami de Fermat, Étienne d'Espagnet, conseiller au Parlement de Bordeaux, qui, après la Fronde, paraît avoir été privé de sa charge et exilé de Bordeaux? Quelles indications possède-t-on sur la fin de la vie de cet Étienne d'Espagnet?

[Cf. Rép. de M. Bigourdan, I., T. III, p. 244; de H. Brocard, I., T. IX, p. 269; T. X, p. 261.]

QUESTION 468 (I., T. II, p. 205) de Barisien.

On trouve que, si l'on considère les cercles tangents à une ellipse en un point A et tangents à la tangente au point A' diamétralement opposé à A, et si du centre de ce cercle on abaisse les trois normales à l'ellipse autres que CA, le lieu de l'orthocentre du triangle formé par les pieds des trois normales est la sextique ayant pour équation :

$$(b^2 y^2 + a^2 x^2)(x^2 + y^2)^2 = (a^2 y^2 - b^2 x^2)^2.$$

Or, si $a = b$, cette équation devient

$$(x^2 + y^2)^3 = a^2 (x^2 - y^2)^2,$$

équation qui représente une lemniscate de Bernouilli, et cependant, dans le cas où l'ellipse devient un cercle, le lieu de l'orthocentre semble indéterminé. Comment peut-on expliquer ce désaccord apparent?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. III, p. 19).

Désaccord apparent à propos d'un lieu géométrique relatif à l'ellipse. — Si l'on cherche les coordonnées x_1, y_1 du centre C d'un cercle tangent à une ellipse en un point (α, β) et à la tangente au point diamétralement opposé, on trouve :

$$x_1 = \frac{(a^2 - b^2)\, a^2 \alpha \beta^2}{[illegible]}, \qquad y_1 = -\frac{(a^2 - b^2)\, b^2 \alpha^2 \beta}{[illegible]}$$

Si d'autre part on abaisse, du point (x_1, y_1), les normales sur l'ellipse et que l'on cherche les coordonnées x, y des pieds des normales, on a

$$(a^2 - b^2)\,xy = a^2 x y_1 - b^2 x_1 y.$$

Substituant à x_1, y_1 leurs valeurs, et divisant tous les termes par $a^2 - b^2$, on obtient l'équation

$$(a^4\beta^2 + b^4\alpha^2)\,xy + a^2 b^2 \alpha\beta\,(\alpha x + \beta y) = 0,$$

qui subsiste quand on fait $a = b$, quoique la construction devienne alors illusoire. Mais il est clair qu'on peut la traduire par une relation géométrique — plus générale que cette construction et s'appliquant au cas du cercle — qui dépende toutefois de la direction des axes.

Question 593 (I., T. II, p. 202) de Setnof.

Une *Histoire des Mathématiques* manuscrite de Bernardino Baldi (1553-1617), était, d'après Max. Marie, entre les mains du prince Boncompagni en 1883. Qu'est-elle devenue?

Réponse 593 de Paul Tannery (I., T. III, p. 47).

Sur un manuscrit de Bernardino Baldi. — Le manuscrit de Baldi (que j'ai vu chez le prince Boncompagni) n'est pas, à proprement parler, une *Histoire des Mathématiques*; c'est plutôt une suite de Vies *de mathématiciens*. Quelques-unes de ces *Vies* ont été publiées par Narducci dans le *Bulletin Boncompagni* (1886 et

ques et à leur histoire, est devenue la propriété de ses héritiers. Il serait vivement à désirer qu'elle ne fût pas dispersée, mais acquise en bloc par un gouvernement et placée dans un dépôt facilement accessible.

Question 458 (I., T. II, p. 19) de E. Lemoine.

Les trois côtés d'un triangle ABC sont des nombres entiers. A′ est un point sur CB tel que CA′ est un nombre entier. Peut-on toujours mener par A′ une ou plusieurs transversales coupant AC en B′, AB en C′ et telles que AB′ et AC′ soient des nombres entiers?

Réponse de Paul Tannery (I., T. III, p. 69).

Soient a, b, c les trois côtés BC, AC, AB du triangle; β, γ les segments BA′, A′C de la base AB ($\beta + \gamma = a$); enfin x, y les segments AC′, AB′ déterminés sur les côtés AB, AC par la transversale C′A′B′, on a

$$axy = b\beta x + c\gamma y,$$

a, b, c, β, γ étant supposés entiers, toutes les solutions entières x, y, s'il y en a, s'obtiennent en décomposant, de toutes les manières possibles, $bc\beta\gamma$ en deux facteurs entiers u, v, et en posant :

$$x = \frac{u + c\gamma}{a}, \qquad y = \frac{v + b\beta}{a}.$$

Il peut n'y avoir qu'une seule solution illusoire : $x = c$, $y = b$ (pour $u = c\beta$, $v = b\gamma$).

Exemple : $a = c = 2$, $b = \beta = \gamma = 1$.

QUESTION 615 (T. II, p. 282) de H. Braid.

En lisant les Œuvres des mathématiciens antérieurs à Newton, il semble que plusieurs d'entre eux connaissaient la loi du développement du binôme lorsque l'exposant est entier et positif. Aussi, quand Pascal, pour ne citer que lui, donne, dans son *Traité du triangle arithmétique*, l'usage de ce triangle pour trouver les puissances des binômes et des aponômes, il dit : « S'il est proposé de trouver une puissance *quelconque*, comme la quatrième du degré d'un binôme.... » Pascal développe ensuite sa règle, puis termine par ces mots : « Je ne donne pas la démonstration de tout cela, parce que d'autres en ont déjà traité, comme Hérigone, outre que la chose est évidente par elle-même. » Est-il admissible que Pascal ait affirmé que son triangle pouvait servir à développer une puissance *quelconque* d'un binôme, s'il ne connaissait pas la loi de ce développement? Newton lui-même, d'ailleurs, ne parle pas de l'exposant entier et positif dans sa célèbre lettre du 24 octobre 1676 à Oldenbourg; il n'y traite que le développement en série convergente par la formule du binôme. Malgré mes recherches, je ne trouve cependant aucun auteur antérieur à Newton qui donne *explicitement* la formule du binôme, pour le cas *général* d'un exposant entier et positif. Quelle est la part qui revient à Newton dans la découverte de cette formule célèbre? Quelle est celle qu'il faut attribuer à ses devanciers?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. III, p. 98-99).

Sur la formule du binôme. — Si, dans le développement du binôme $(a+b)^m$, on désigne par C_n^m le coefficient de rang $n+1$, on peut représenter par les deux relations suivantes

$$C_n^m = C_n^{m-1} + C_{n-1}^{m-1}$$

$$C_n^m = \frac{m-n+1}{n} C_{n-1}^m$$

les deux stades bien distincts de la découverte.

Le premier stade (A) est atteint dès Stifel (*Arithmetica integra*,

qui apparaissent en fait, sinon explicitement, comme des nombres figurés d'ordres successifs (naturels, triangles, pyramides, etc.); leur signification relative aux combinaisons ne paraît pas avoir été mise en lumière avant Pascal. Mais, dans le *Traité du triangle arithmétique*, l'indication de l'usage dudit triangle pour trouver les puissances des binômes ne dépasse pas le stade (A), c'est-à-dire ne dépasse pas l'ordre des connaissances qui étaient de droit commun depuis plus d'un siècle.

Au contraire, dans le *Traité des ordres numériques* de Pascal, composé vers l'an 1654 et publié avec le précédent en 1665, se trouvent (prop. XI) deux énoncés de la relation (B), dont l'un appartient à Pascal, tandis que l'autre est de Fermat, qui le possédait dès 1636 (*Œuvres de Fermat*, t. II, p. 70).

Si Fermat ou Pascal, contrairement aux habitudes de leur temps, eussent cherché à représenter explicitement, par une notation générale, le coefficient C_n^m, la relation (B) leur eût permis de le faire immédiatement. Si Newton l'a fait le premier (sous forme d'ailleurs encore incomplète pour nous), il n'a pu présenter comme une innovation la simple transcription d'un résultat déjà connu. Sa véritable part est donc l'extension au cas de l'exposant fractionnaire; j'ai essayé de définir aussi clairement que possible celle de ses devanciers.

QUESTION 696 (I., T. II, p. 419) de A. Goulard.

Dans le tome I de son *Histoire des sciences mathématiques et physiques*, M. Marie parle deux fois du géomètre Zénodore, qu'il fait naître, page 26, en —450, et page 261, vers 290. D'ailleurs M. Marie attribue à ses deux Zénodore, à plus de sept siècles de distance, le même Ouvrage et le même Commentateur. Il y a bien là une inadvertance de l'auteur; faut-il se ranger à

l'avis de Baltzer qui, dans une note au bas de la page 136 de sa *Planimétrie*, dit que Zénodore (autrefois confondu avec Zénodote) a été placé dans le cinquième siècle avant J.-C., mais doit être probablement placé après Archimède?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. III, p. 140).

Sur le géomètre Zénodore. — L'Histoire de M. Marie ne peut valoir comme autorité. (Voir sur Zénodore le premier volume des *Vorlesungen* de M. Cantor, 2ᵉ édition, p. 340 et suiv.). Le Traité de cet auteur grec sur les figures isopérimètres a d'ailleurs été inséré par Théon d'Alexandrie dans son *Commentaire sur le premier Livre de l'Almageste*; comme, dans ce Traité, Archimède est nommément cité et que ses démonstrations sont souvent invoquées, Zénodore a certainemént vécu après Archimède. Il n'y a pas de preuves précises qu'il soit antérieur à la seconde moitié du premier siècle de notre ère, mais il était probablement beaucoup plus voisin du géomètre de Syracuse, c'est-à-dire qu'il pouvait vivre aux environs de l'an 200 avant J.-C.

Il y a eu à la vérité quelquefois une confusion entre lui et un Zénodote mentionné par Proclus sur Euclide (éd. Teubner, 1873, p. 80) et qui doit avoir été sensiblement plus ancien, mais sur lequel on ne sait rien de précis. Toutefois, la véritable origine de l'erreur qui a fait placer Zénodore au cinquième siècle avant J.-C. remonte à Montucla, lequel, d'après un texte grec mal interprété, a attribué à Pythagore l'énoncé des propositions du *Traité des isopérimètres*. Chasles (*Aperçu historique*, 2ᵉ éd., p. 4) répète la même légende insoutenable.

de courbes présentant de l'une à l'autre une certaine continuité, qui néanmoins ne forment pas une surface. » Où peut-on trouver des renseignements sur ces systèmes de courbes ?

Réponse de Paul Tannery (I., T. III, p. 143).

Dans la phrase citée, j'ai voulu simplement faire allusion aux représentations géométriques possibles d'une variable z, dont la différentielle totale est

$$dz = \mathrm{M}\,dx + \mathrm{N}\,dy,$$

M et N étant des fonctions de x et y telles que

$$\frac{d\mathrm{M}}{dy} \neq \frac{d\mathrm{N}}{dx}.$$

Question 712 (I., T. III, p. 9) de M. Jacques Boyer.

Un lecteur de l'*Intermédiaire* pourrait-il me fournir des renseignements biographiques et bibliographiques sur les mathématiciens français *Jacques Chauvet* et *P. Taillefer*, auteur et annotateur d'un ouvrage d'arithmétique qui paraît avoir eu du succès et dont je possède une édition ayant pour titre : *Méthodiques institutions de la vraye et parfaite arithmétique de* Jacques Chauvet, *divisée en six parties, revue, corrigée et amplifiée d'exemples géométriques, extractions des racines quarrées, et cubes, et autres choses appartenant à la géométrie avec les figures et pratiques d'icelles par* P. Taillefer, *professeur ordinaire ès mathématiques de l'Université de Paris.* A Rouen, chez Manassez de Préaulx, devant le portrait des libraires. MDCXXVII. In-12 de VI-266 pages.

Réponse de Paul Tannery (I., T. III, p. 146).

Sur Jacques Chauvet. — Dans le *Répertoire des Ouvrages pédagogiques du XVIe siècle* (fascicule 3 des Mémoires publiés par le

Arithmétique de Jacques Chauvel; Paris, Ch. Roger, 1585, et Paris, 1606; de plus, celle d'un autre ouvrage : *La pratique universelle de Géométrie de Jacques Chauvel, professeur de Mathématiques, contenant l'explication de son cosmomètre, et de tous instruments géométriques, avec les figures*. Item, *La pratique de l'arpenterie*; Paris, H. Thierry, 1585, in-4°.

Question 732 (I., T. III, p. 31) de Cyp. Stephanos.

Étant donné que l'ascension droite Æ du Soleil (et par suite aussi le temps solaire vrai) ne varie pas proportionnellement au temps, on est conduit à définir le temps solaire moyen par le mouvement d'un soleil fictif décrivant l'équateur céleste avec une vitesse angulaire constante $n = \frac{2\pi}{T}$. Mais pour que le temps moyen ainsi institué s'écarte le *moins possible* du temps solaire vrai, il faut que la moyenne des valeurs que prend l'équation du temps E dans l'espace d'une année T soit égale à zéro, c'est-à-dire que l'on ait

$$\int_0^T E dt = 0.$$

Si la définition actuellement admise du temps solaire moyen répondait à la condition précédente, on devrait avoir

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T (Æ - \Theta)\, dt = 0$$

Æ — Θ désignant la réduction à l'équateur. Mais si la valeur I de l'intégrale précédente est différente de zéro, ce n'est plus le soleil moyen m habituellement admis, qui conduirait à un temps solaire moyen satisfaisant à la condition

constante I en ascension droite.

Je demande la valeur de I.

Réponse de Paul Tannery (I., T. III, p. 170).

Soient T la longueur de l'année, E l'équation du temps. L'intégrale $\int_0^T E dt$ est nulle, au moins d'après les conventions admises depuis Flamsteed. Avec le mode de calcul du temps moyen suivant Ptolémée, elle a eu au contraire une valeur constante négative, dont le quotient par T est en valeur absolue $17^m 26^s$ (*voir* mes *Recherches sur l'histoire de l'Astronomie ancienne*, Paris, Gauthier-Villars, 1893, p. 176).

Actuellement, on considère E comme somme de deux termes, l'équation du centre E_1, et la réduction à l'équateur R; on a séparément

$$\int_0^T E_1^{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \int_0^T R dt = 0.$$

En effet : 1° E_1 peut être développé sous forme d'une série telle que

$$E_1 = A_1 \sin m + A_2 \sin 2m + A_3 \sin 3m \ldots,$$

m étant l'anomalie moyenne. On a évidemment $dt = \frac{T}{2\pi} dm$, et pour m les limites o et T correspondent aux valeurs m_0 et $2\pi + m_0$ pour lesquelles l'intégrale $\int A_k \sin Kmdm$ reprend la même valeur;

2° Pour le terme R, la démonstration directe serait plus délicate. Mais on peut recourir à l'artifice suivant : soit $\frac{TK}{2\pi} = \int_0^T R dt.$

de l'écliptique, par e l'excentricité, par L la longitude et par $L - L_0$ l'anomalie vraie :

$$R = \operatorname{arctang}(\omega \operatorname{tang} L) - L,$$

$$dt = \frac{T}{2\pi} \frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{[1 + e\cos(L - L_0)]^2}\, dL,$$

Différentiant K par rapport à ω

$$\frac{dK}{d\omega} = (1-e^2)^{\frac{3}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{\sin l \cos L\, dL}{(\cos^2 L + \omega^2 \sin^2 L)\,[1 + e\cos(L - L_0)]^2}.$$

Or, il est aisé de voir que l'intégrale est nulle ; donc K est constant quel que soit ω ; mais pour $\omega = 0$ il est identiquement nul ; donc il l'est toujours. C. Q. F. D.

Question 538 (I., T. II, p. 148) de E.-N. Barisien.

Je suis parvenu à démontrer le théorème qui fait le sujet de la question 224 (*Intermédiaire des Mathématiciens*, t. I, juillet 1894, p. 116). J'ai trouvé aussi les deux propriétés suivantes qui se rattachent à ce théorème :

1° Le lieu des points du plan d'une ellipse, tels que les podaires de l'ellipse par rapport à ces divers points aient toutes même aire, est un cercle concentrique à l'ellipse ;

2° Le lieu des points du plan d'une ellipse, tels que les podaires de la développée de l'ellipse par rapport à ces divers points aient toutes même aire, est un cercle concentrique à l'ellipse.

Je suis porté à croire que la question 224 et les deux propriétés précédentes sont tout à fait générales et s'appliquent à une courbe quelconque, même transcendante. J'ai, en particulier, vérifié ces propriétés dans le cas de la cycloïde.

Un correspondant pourrait-il en montrer la vérité pour une courbe

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. III, p. 185).

Il est aisé de voir que, pour toute courbe fermée *à centre*, l'aire de la podaire par rapport à un point quelconque A est égale à la somme de l'aire de la podaire par rapport au centre et d'un demi-cercle ayant pour rayon la distance de A au centre. Soit, en effet, en coordonnées polaires, $r = f(\theta)$, l'équation de la podaire du centre rapportée au centre comme pôle. Soient a, α les coordonnées du point A, par lequel je mène un axe parallèle au premier, et que je prends comme nouveau pôle. L'équation de la podaire de A (en r_1, θ) sera

$$r_1 = f(\theta) - a\cos(\theta - \alpha),$$

et l'aire anra pour expression

$$\int_0^{2\pi} r^2 \frac{d\theta}{2} - \int_0^{2\pi} ar\cos(\theta-\alpha)\,d\theta + \int_0^{2\pi} \frac{a^2}{2}\cos^2(\theta-\alpha)\,d\theta.$$

Le premier terme est l'aire de la podaire du centre; le troisième vaut $\frac{1}{2}\pi a^2$; quant au second, il est identiquement nul; puisque, si l'on remplace θ par $\pi + \theta$, r ou $f(\theta)$ est supposé garder la même valeur, et que la différentielle change seulement de signe. La proposition est donc démontrée, mais elle n'a qu'une valeur analytique, comme celle du théorème de la question 224 (*voir* t. I, p. 116). Dans ce dernier, par exemple, si la courbe donnée est un cercle, l'aire du cercle, lieu des pieds des perpendiculaires abaissées sur les normales d'un point autre que le centre donné, doit être doublée pour l'application du théorème.

QUESTION 759 (I., T. III, p. 38) de J. d'Avillez.

J'ai démontré par des considérations indirectes le théorème suivant, que je crois nouveau :

Si $\alpha = \frac{2\pi}{13}$ et $\beta = \frac{2\pi}{18}$, on a

$$(\cos\alpha + \cos 5\alpha)(\cos 2\alpha + \cos 3\alpha)(\cos 4\alpha + \cos 6\alpha)$$
$$= -2\cos\beta\cos 2\beta\cos 3\beta\cos 4\beta = -\frac{1}{8}.$$

Je demande une démonstration directe de ce théorème.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. III, p. 207-208).

Il est aisé d'établir que, si $\beta = \frac{\pi}{2n+1}$, on a

(1) $$\cos\beta\cos 2\beta \ldots \cos(n-1)\beta\cos n\beta = +\frac{1}{2^n},$$

et que si $\alpha = \frac{2\pi}{2m+1}$, on a

(2) $$\cos\alpha\cos 2\alpha \ldots \alpha\cos(m-1)\cos m\alpha = \pm\frac{1}{2^m}.$$

Dans la formule (2) on prend le signe + si m est de la forme $4n$ ou $4n-1$, et le signe — s'il est de la forme $4n-2$ ou $4n-3$.

ar des produits, etc., et l'on trouve également $-\frac{1}{8}$ pour sa aleur.

Les deux formules générales (1) et (2) permettent d'établir un grand nombre de relations analogues à celle qui est proposée dans la question.

QUESTION 361 (I., T. I, p. 214) d'Artemas Martin.

Est-il possible de trouver un parallélépipède rectangle dont les arêtes, la diagonale et les diagonales des faces soient toutes mesurées par des nombres entiers?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. III, p. 227).

Pour prouver l'impossibilité de construire un parallélépipède dont les arêtes soient rationnelles en même temps que les diagonales des faces et les diagonales du solide, la démonstration donnée t. II, p. 174, ne paraît pas satisfaisante. Elle suppose en effet que les éléments considérés soient premiers entre eux deux à deux. Or la nécessité de cette condition n'apparaît point et si elle n'est pas remplie, il est clair que l'on peut, par exemple, supposer les équations

$$A^2 + B^2 = D^2, \quad B^2 + C^2 = E^2, \quad C^2 + A^2 = F^2, \quad D^2 + C^2 = G^2,$$

satisfaites avec les chiffres terminaux 0 pour B, C, E, 1 (ou 9) pour A, D, F, G. Il semble donc que le problème reste posé.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

Question 1.080 (I. T. IV, p. 125) (Modification de la question 816, posée T. III, p. 85). (Ce vol. p. 313.)

Je demande à renouveler dans une autre forme ma question 816, parce que je m'aperçois à la réponse faite (I. T. IV, p. 19) que j'aurais dû commencer par donner les indications fournies par cette réponse.

Il résulte précisément des noms de *galand* (c'est-à-dire nœud de ruban) ou *fleur de jasmin* donnés par Roberval à la courbe $x^3 + y^3 = axy$, comme de ce qu'écrivait Descartes le 23 août 1638 (*l'une des feuilles*) : 1° Que Roberval qui, le premier, avait cherché la figure de la courbe, l'avait trouvée composée de *quatre* boucles ou feuilles symétriques (une dans chaque angle des coordonnées), et qu'il n'avait nullement reconnu l'existence de branches infinies; 2° Que Descartes n'a nullement corrigé Roberval. Or c'est là une des preuves les plus nettes que la convention sur les signes des coordonnées, telle qu'elle est en vigueur aujourd'hui, n'était pas plus dans l'esprit de Descartes qu'elle ne se trouve dans sa *Géométrie*. Comme maintenant je suis convaincu que cette convention ne s'est établie que tacitement, peu à peu, et à la suite de la discussion de cas particuliers, je demande spécialement pour le *folium* de Descartes (c'est-à-dire la courbe à boucle unique et à deux branches infinies)

qui, le premier, lui a reconnu cette forme. En demandant qui le premier lui avait donné ce nom de *folium*, j'espérais faciliter la recherche[1].

QUESTION 961 (I. T. IV, p. 3).

Pendant une période assez longue (vers 1850), le *Magasin Pittoresque* a insére des articles concernant l'histoire des Mathématiques et écrits avec une singulière compétence. Aujourd'hui il n'y a probablement plus de raison de garder pour ces articles le degré de l'anonymat, il serait au contraire intéressant de connaître l'auteur et de distinguer tout ce qui est réellement de lui. Cet auteur ne serait-il pas Michel Charles?

RÉPONSE de H. Brocard (I. T. IV, pp. 156-157).

Le *Magasin Pittoresque* pour 1849 notamment renferme deux articles qui méritent de fixer l'attention. Le premier est intitulé : « Erreurs et préjugés ». Est-ce aux Arabes que nous devons les chiffres qui portent leur nom? Est-ce à Pythagore qu'il faut attribuer la petite table qui renferme les produits des neuf premiers nombres?

Il est développé sous forme de dialogue échangé en Algérie, vers la fin de 1847 entre un officier du génie et un taleb, Mohammed ben Musa, nom d'emprunt connu des mathématiciens.

L'auteur anonyme s'exprime ainsi (p. 1-43) : « On n'était arrivé à rien de bien concluant à ce sujet lorsqu'un savant géomètre, M. Chasles, publia pour la première fois en 1837 dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie*, une traduction de la majeurs partie du passage (de Boèce) qui avait défié jusqu'alors la sagacité de tous

les érudits : il en expliqua complètement le sens. » Et plus loin il ajoute : « Ici se trouve, dans les diverses éditions de Boèce, la Table de multiplication vulgairement attribuée à Pythagore... Cette prétendue *Table de Pythagore* ne figure pas dans un très beau manuscrit du onzième siècle, appartenant à la bibliothèque de Chartres et qui a été soumise par M. Chasles à une étude particulière. Cette circonstance fit naître, dans l'esprit du savant interprète, l'idée que ce n'était peut-être pas de la *Table de multiplication*... que Boèce avait réellement parlé. »

Dans le second article intitulé : « Girard Desargues, de Lyon » (p. 166-168) il est dit : « Les diatribes dont nous venons de parler sont devenues très rares. M. Chasles n'en connaissait que trois, en 1837, époque de la publication de son savant *Aperçu sur le développement des méthodes en Géométrie*. » Et ailleurs : « Puisse un heureux hasard faire retrouver les manuscrits de Millon et les matériaux réunis pour l'entreprise de Richer! disait M. Chasles en citant ces deux passages dans son *Aperçu* en 1837. Ce vœu n'a pas été complètement rempli ; cependant, le savant géomètre qui l'exprimait a eu le bonheur de rencontrer, en 1843, dans une partie de livres provenant d'une bibliothèque particulière de Provins, le manuscrit complet du traité de Desargues sur les coniques. »

Ces extraits, dans lesquels des appréciations aussi flatteuses que méritées accompagnent le nom de M. Chasles, donnent à supposer avec raison que ces articles ne sont pas entièrement de lui. S'il n'en est réellement point l'auteur, ils ont été inspirés par ses écrits, ou bien il peut en avoir fourni les matériaux et alors soit le rédacteur, soit un ami de M. Chasles, soit encore le secrétaire du journal, y aura ajouté quelques hommages personnels : c'est ce qu'il resterait à élucider. Je ne serais d'ailleurs pas étonné que Terquem eût été un de ces collaborateurs anonymes.

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

QUESTION 874 (I. T. III, p. 175) de Gino Loria.

Parmi les courbes planes particulières, il y en a une dont les géomètres

RÉPONSE 874 de Paul Tannery (I. T. IV, p. 88).

Je ne sais pas du tout qui a inventé la strophoïde et lui a donné son nom; en grec strophos (στρόφος), dérivé de στρέφω (tourner, tordre), signifie corde (tressée?) et ligature. Le diminutif strophion (στρόφιον), en latin *strophium*, signifiait spécialement un cordon que les femmes se passaient autour du corps, ou bien autour du cou ou avec lequel elles soutenaient leurs seins (avant l'emploi du corset).

J'ignore le sens qu'a visé spécialement l'inventeur du mot *strophoïde*.

QUESTION 949 (I. T. III, p. 273) de M. Jacques Boyer.

Un correspondant peut-il indiquer le sort de la collection des manuscrits d'Arbogast?

RÉPONSE de Paul Tannery (I. T. IV, p. 141).

Il est établi qu'une partie au moins des manuscrits laissés par Français a été achetée en 1839 par Libri à un libraire de Metz, et il est à peu près certain que la collection formée par Arbogast a été comprise dans ces achats. L'article de Libri, d'octobre 1839, dans le *Journal des Savants* (p. 553-554), cite comme auteur des pièces inédites qu'il vient ainsi d'acquérir, Viète, Descartes, Roberval, *L'Hospital*, *Jean Bernoulli*, *Varignon*, *Euler*, *d'Alembert*, *Lagrange*. Nous savons aujourd'hui que les trois premiers noms ont été mis là pour dissimuler l'origine de pièces volées aux

le *Catalogue des Manuscrits* ... , rédigé sur les notes dressées par Libri, porte les numéros suivants : 1853, lettres d'Euler à Lagrange; 1854, lettres de d'Alembert à Lagrange; 1857, correspondance de Moivre avec Varignon, L'Hospital et Jean Bernoulli, ce qui représente tout ce qu'il y a d'important dans l'annonce.

Mais ces numéros ne sont pas rentrés à la Bibliothèque Nationale, alors de l'acquisition du fonds Libri-Ashburnham, ainsi que quelques autres qui intéressaient la France : il n'ont pas été retrouvés. Très probablement, Libri ne les avait pas livrés à lord Ashburnham; il avait vendu en détail les pièces qu'ils renfermaient. On ne peut donc guère espérer retrouver l'ensemble dans une même collection.

[Cf. 1898, I. T. V, p. 154. Nouvelle réponse sur ce sujet. Ce vol. p. 346.]

Question 970 (I., T. IV, p. 5) de G. de Rocquigny.

Quel est le premier mathématicien *américain* qui a laissé un nom dans l'Histoire des Mathématiques?

Réponse de Paul Tannery (T. IV, p. 162).

Le premier mathématicien américain mentionné par Cajori (*A History of Mathematics*, New-York, 1895) est Benjamin Peirce (1809-1880), le père de C.-S. Peirce.

Question 972 (I., T. IV, p. 5) de G. Eneström.

A la page 41 de ses *Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500* (Leipzig, 1893), M. F. Müller indique

(Einmaleinstafel) erwähnt wird ». A en juger d'après ces mots, Boëtius, dans le Traité cité, aurait inséré la Table ordinaire de multiplication sous le nom de *Mensa Pythagorica*, et il l'aurait attribuée ainsi à Pythagoras. Mais il n'en est rien; en effet, on sait qu'une tablette à calculer (*abacus*) se trouve dans la Géométrie qui porte le nom de Boëtius et que cette tablette y est attribuée aux Pythagoriciens, tandis que l'Arithmétique de Boëtius contient la Table de multiplication, mais sans attribution aux Pythagoriciens. M. Cantor a fait remarquer de plus (*Mathematische Beiträge zum kulturleben der Völker*, 1863, p. 205) que, dans une édition de la Géométrie de Boëtius, publiée à Bâle en 1570, ainsi que dans quelques manuscrits relativement récents, la Table ordinaire de multiplication a été introduite par méprise à la place de l'*abacus*, et que, pour cette raison, la Table de multiplication a été appelée ordinairement *Table de Pythagoras*.

Quel est le premier auteur qui a donné expressément à la Table ordinaire de multiplication le nom de *Table de Pythagoras?*

Réponse de Paul Tannery (I., T. IV, p. 162).

La Table de multiplication à double entrée (et avec les chiffres arabes) figure de fait sous le nom de *mensa Pythagorea* dans toutes les éditions de Boèce, depuis celle de Bâle, 1546 (les antérieures l'omettent sans y rien substituer), jusqu'à celle de Friedlein (Leipzig, Teubner, 1866), où cette Table est remplacée par le tracé de l'*abacus*, substitution dont Mannert (*De numerorum, quos Arabicos vocant, vera origine Pythagorica*, Nuremberg, 1801) a été le premier, je crois, avant Chasles (*Aperçu historique*, 1837), à montrer la nécessité. Il n'y a pas, dès lors, ce me semble, intérêt à chercher quel auteur aurait le premier, après 1546, donné expressément le nom de *Table de Pythagore* à la Table de multiplication, puisque la responsabilité incombe évidemment à *Henricus Glareanus*, qui a procuré l'édition de Bâle chez Henricpetrus.

Mais on peut demander si la même dénomination apparaît avant 1546, ce qui est possible, puisque la plupart des manus-

blanc la place de l'*abacus*, [illegible], ou y substituent la Table de multiplication avec chiffres arabes.

La Table à double entrée se trouve bien déjà, comme le remarque M. Eneström, dans l'*Arithmétique* (authentique) de Boèce, tirée de Nicomaque, et sans attribution à Pythagore, *mais elle est en chiffres romains*, différence qui a son importance historique.

Question 981 (I., T. IV, p. 27) de H.-G.-A. Verkaart.

Trouver toutes les solutions, en nombres entiers, de l'équation

$$x^2 = y^2 + z^2 - \frac{2y^2z}{y+z}.$$

Je ne possède qu'une solution de cette équation, savoir $x = 13$, $y = 15$, $z = 12$. Une construction très simple des triangles qu'elle représente est la suivante :

Soit BCD un triangle rectangle en C, BCD étant le sens des aiguilles d'une montre. Dans le sens DB, je prends DA = BC sur DB, le triangle ABC sera tel que la hauteur passant par A, la bissectrice passant par B et la médiane passant par C, concourent en un même point. Cette construction comprend tous les triangles qui jouissent de cette propriété.

Réponse de Paul Tannery (I., T. IV, p. 165).

Comme l'équation proposée est homogène, on peut poser immédiatement $y + z = 1$ et chercher les solutions rationnelles de la transformée

$$x^2 = 1 - 2y + 2y^3,$$

en appliquant les méthodes de Fermat (voir t. III des *Œuvres de Fermat*, la traduction de l'*Inventum novum*). On en déduira les

médiat

$$x = y = z = 1,$$

puis $x = 13$, $y = 15$, $z = 12$ (solution déjà indiquée), puis $x = 277$, $y = 308$, $z = 35$ et $x = 26447$, $y = 3193$, $z = 26598$....

QUESTION 978 (I., T. IV, p. 26) de Filist.

Adrianus Romanus avait proposé, comme défi aux mathématiciens du monde entier, la résolution d'une certaine équation au 45[me] degré. Viète en donna la solution qui débute par ces mots (voir *Revue de Mathématiques spéciales*, 1894, p. 354) :

« Francisci Vieta ad Problema, quod omnibus Mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus Responsum :

« Si tota terrarum orbe non errat Adrianus Romanus, dum mathematicos totius terrarum orbis unius sui Problematis solutioni vix censet idoneos, non ille saltem Gallias, nec Galliarum Lycia suo dimensus est radio. Cedat Romano Belga, cedat Romanus Belga, vix Sinet Gallus a Romano vel Belga gloriam suam sibi praeripi. Ego qui me mathematicum non profiteor, sed quem, si quando vacat, delectant mathematices studia, Problema Adrianicum ut legi ut solvi, nec me malus abstulit error. Sic trihorio ingens prodii Geometra. Neque vero placet barbarum idioma, id est, Algebricum, Geometrica geometrice tracto, Analytica, analytice. Curabo tamen ut me, sive quasi geometram sive novum analystam, vulgus algebristarum satis exaudiat. »

Je ne comprends pas ce latin complètement; il y a certains membres de phrase qui sont des énigmes pour moi. Je voudrais en avoir si possible la traduction exacte.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. IV, p. 204).

Réponse de François Viète au problème qu'Adrien Romain a proposé de résoudre à tous les mathématiciens de l'univers

l'univers entier capables de résoudre un seul de ses problèmes, il peut se tromper pour l'univers tout entier; en tout cas, son *compas* n'a pas embrassé la France, ni les *Lycées* de France[1]. Que le Belge cède la palme à un Romain ou que le Romain doive la céder à un Belge[2], en tout cas le Français ne se laissera pas ravir sa gloire ni par un Romain, ni par un Belge. Je ne suis pas mathématicien de profession : je consacre seulement mes loisirs à l'étude de la mathématique; j'ai lu l'énoncé d'Adrien; aussitôt je l'ai résolu et cela sans erreur[3]. Me voici donc en trois heures devenu grand géomètre[4]. Au reste, je n'aime point le barbare langage algébrique; j'emploie, pour la Géométrie, les termes géométriques; pour l'Analyse, les termes analytiques[5]. Toutefois, qu'on m'appelle quasi-géomètre ou nouvel analyste, je tâcherai de me faire suffisamment comprendre des algébristes ordinaires. »

Je crois que cette traduction, que j'ai essayé de faire aussi exacte que possible, serait encore plus obscure que le latin, si je n'y joignais quelques éclaircissements se rapportant aux passages numérotés.

1. Il y a là un jeu de mots intraduisible : *radius* signifie *compas* et *navette*; *Lycia* signifie *Lycées* (écoles savantes), et *trame* (haute et basse *lisse*).

2. Jeu de mots sur le nom de Romanus (Van Roomen), qui était, de fait, professeur à Louvain, sa patrie.

3. Viète a parodié un vers de Virgile, églogue VIII, 41 : *Ut vidi, ut perii, ut me malus abstulit error*, écrit dans un tout autre sens.

4. Allusion à la formule finale usuelle dans les problèmes proposés en défi.

5. Viète s'était créé un langage technique spécial, en remontant aux sources grecques; il rejetait notamment le terme arabe d'Algèbre et disait *Analyse*.

Question 1010 (I., T. IV, p. 50) de G. de Rocquigny.

Un même nombre entier peut-il être à la fois pentagonal et somme de deux, trois, quatre et cinq pentagonaux?
Quel est alors le plus petit?

Réponse (I., T. IV, p. 234) de Paul Tannery. *Nombre pentagonal.*

Le nombre 92 est le plus petit pentagone qui soit somme de deux (70 + 22), trois (35 + 35 + 22), quatre (70 + 12 + 5 + 5) et cinq (35 + 35 + 12 + 5 + 5) pentagones.

Question 1098 (I., T. IV, p. 149) de G. de Rocquigny.

La différence de deux cubes entiers consécutifs de même parité n'est jamais un nombre triangulaire.
Mais la différence de deux cubes entiers consécutifs peut être un triangulaire, et l'on demande de résoudre l'équation

$$(x+1)^3 - x^3 = \frac{1}{2} y(y+1)$$

Réponse de Paul Tannery (I., T. IV, p. 263).

Solution de l'équation

$$(x+1)^3 - x^3 = \frac{1}{2} y(y+1). \tag{1}$$

Soit α, β une solution de l'équation

(A) $$x = 3\alpha(\beta - \alpha), \qquad y = 6\beta(\beta - \alpha) + 1,$$

ou encore,

(B) $$x = \beta(3\alpha + 2\beta), \qquad y = 3\alpha(3\alpha + 2\beta) - 2,$$

on obtient des solutions (A) et (B) de l'équation (1). En posant, d'autre part, $\alpha_1 = 5\alpha + 4\beta$, $\beta_1 = 6\alpha + 5\beta$, on obtient une autre solution α_1, β_1, de l'équation (2), et l'on peut en déduire d'autres solutions (A_1) et (B_1) de l'équation (1). Et ainsi de suite.

En partant de la solution immédiate $\alpha = 1$, $\beta = 1$, on aura ainsi successivement :

(A) $$\begin{cases} x = 0, & x_1 = 54, & x_2 = 2970, & \ldots \\ y = 1, & y_1 = 133, & y_2 = 6541, & \ldots \end{cases}$$

(B) $$\begin{cases} x = 5, & x_1 = 539, & x_2 = 56135, & \ldots \\ y = 13, & y_1 = 1321, & y_2 = 202953, & \ldots \end{cases}$$

Pour calculer toutes les solutions du problème, on a

$$y_1 = 1, \quad y_2 = 13, \quad y_3 = 133, \quad \ldots, \quad y_n = 10y_{n-1} - y_{n-2} + 4,$$
$$x_1 = 0, \quad x_2 = 5, \quad x_3 = 54, \quad \ldots, \quad x_n = 10x_{n-1} - x_{n-2} + 4.$$

QUESTION 982 (I., T. IV, p. 27) de H.-G.-A. Verkaart.

Existe-t-il une démonstration élémentaire sans le secours de l'inversion, du théorème suivant?

Soient A et B des demi-cercles qui se touchent et qui sont aussi tangents à un autre demi-cercle O, sur un diamètre duquel ils sont construits; soit C_1 un cercle tangent à A, B et O; C_2 un cercle tangent à A, C_1 et O; C_3 un cercle tangent à A, C_2 et O; et ainsi de suite. Soient h_1, h_2, h_3, ... les perpendiculaires abaissées des centres sur AB; m_1, m_2; m_3, ... les diamè-

[illegible] Ce théorème est démontré au moyen de l'inversion. Dans une note au bas de la page, il est dit : « Ce théorème est dû à Pappus. Voyez *Steiner's gesammelte Werke*, Band I, Secte 47. »

Réponse de Paul Tannery (I., T. IV, p. 279).

La démonstration de ce curieux théorème se trouve complètement donnée par Pappus (L. IV, prop. 13 à 18, p. 209-233 de l'édition gréco-latine de Hultsch, Berlin, Weidmann, 1876). Avec les lemmes préliminaires qu'elle nécessite, cette démonstration est très longue; mais il est facile de l'abréger, tout en lui laissant son caractère élémentaire.

Au reste, Pappus donne le théorème comme ancien; si l'on compare à sa démonstration les *Lemmes* dits d'*Archimède* (prop. 1, 4, 5, 6), il est à peu près certain que l'invention est due à ce dernier, qui avait d'ailleurs appelé « Αρβηλος » (tranchet de cordonnier) la figure formée par les demi-cercles, A, B, O.

Question 1050 (I., T. IV, p. 98) de E.-B. Escott.

Quel est le plus petit nombre entier qui soit, de deux façons différentes, la somme de deux cubes?

$$M = a^3 + b^3 = c^3 + d^3.$$

Réponse de Paul Tannery (I., T. IV, p. 286).

Le plus petit nombre qui soit de deux façons la somme de deux cubes est $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$. Il a été indiqué par Frenicle.

Tome V. — 1898.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

Question 1210 (I., T. V, p. 5).

Dans sa correspondance Descartes s'est occupé du problème suivant :

Dans un triangle ABC, rectangle en A, on inscrit un carré DEGF (D sur AB, E sur AC, F et G sur BC). On joint DC et EB, et l'on donne les segments interceptés sur ces droites par les cercles inscrits dans les triangles rectangles BDF, EGC. On demande les côtés du triangle.

Si l'on prend pour inconnue la tangente de l'angle C, on arrive à une équation du sixième degré, qui a toujours deux racines positives, l'une plus grande, l'autre plus petite que l'unité.

Je désirerais savoir si les quatre autres racines sont toujours imaginaires, et en tout cas quelle est leur interprétation?

Question 1211 (I., T. V, p. 5).

Dans la correspondance de Descartes (à partir de 1637), est mentionnée à diverses reprises, et comme une courbe dont les géomètres se seraient déjà occupés, une spirale qui est la spirale

QUESTION 1346 (I., T. V, p. 197).

Dans une lettre du 23 août 1638, Descartes (édit. Clerselier, t. III, p. 408) affirme que, si l'on accepte les nombres de la forme $2 . 4^n$ (somme de deux carrés seulement), ainsi que ceux des formes $6 . 4^n$ ou $14 . 4^n$ (somme de trois carrés), tout autre nombre, au-dessus de 41, est somme de quatre carrés dont aucun n'est nul. Cette proposition est-elle vraie?

QUESTION 1357 (I., T. V, p. 220).

On sait que le prince Boncompagni avait formé à Rome une très importante collection de manuscrits relatifs à l'Histoire des Mathématiques, dont le catalogue a été publié en deux éditions. Cette collection a été récemment mise en vente. Il serait intéressant de connaître au moins quels sont les principaux acheteurs, particulièrement parmi les Bibliothèques publiques.

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

QESTION 1047 (I., T. IV, p. 98), de Rotciv.

De Montferrier, dans son *Dictionnaire des Sciences mathématiques*, donne comme équation en la lemniscate

L'énoncé que l'on donne ordinairement est parfaitement correct, seulement la solution doit être entendue comme il suit : Supposons la base de l'hémisphère horizontale; en le coupant par un plan passant par le rayon vertical OP, la base sera coupée suivant un diamètre AOA'. Sur AO et AO', comme diamètres, on décrit dans le plan vertical, deux demi-cercles que l'on prend comme sections droites de deux cylindres à génératrices horizontales. Chacun de ces deux cylindres détache deux fenêtres de la surface hémisphérique, et sur un plan vertical parallèle aux génératrices, l'intersection des deux surfaces se projette suivant une *demi*-lemniscate de Gerono : $r^2y^2 = x^2(r^2 - x^2)$ avec $y > 0$.

QUESTION 1023 (I., T. IV[1], p. 73) de Gino Loria.

Poggendorff, dans son précieux *Biographisch-litterarisches Handwörterbuch*, cite un Travail de Louis Carré qui aurait pour titre *Quadrature de la courbe appelée Folium* et qui se trouverait dans les *Mémoires de Paris*, 1706. J'ai reconnu que cette indication est inexacte. Quelque correspondant voudrait-il bien m'indiquer quelle correction il faut y apporter? Cette question se relie à celle (n° 816) qui est posée par M. P. Tannery et sa solution pourrait servir à l'éclaircir.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. V, p. 128). *Sur le folium de Descartes*.

Les indications données par Frenet et reproduites dans la réponse (1897, 238), sont un tissu d'inexactitudes. Frenet parle

1. Voir I., 1897. Juin, T. IV, p. 125, ce volume p. 330, une question 1080 de Paul Tannery, posée et résolue, se rapportant à cette réponse.

que c'est ce dernier qui a proposé l'équation, en janvier 1638 (*Lettres de D.*, édit. Clerselier, III, p. 303). Roberval n'appela point la courbe *feuille*, mais *fleur de jasmin*, et encore plutôt *galand* (nœud de ruban), indiquant en tout cas une forme polypétale (*ibid.*, p. 356 et 376). Elle n'échappe nullement à la méthode des tangentes de Fermat. Descartes pensait, il est vrai, que Fermat ne pouvait appliquer cette méthode aux équations implicites et il choisit cet exemple, sans avoir en rien étudié la courbe, pour défier Fermat; mais celui-ci répondit à ce défi sans aucune peine. Roberval paraît avoir résolu ce problème de son côté, et il nomma la courbe, parce que, le premier, il en chercha la forme, petite gloire que Descartes ne lui contesta point, mais dont il le railla. Ce n'est point Huygens, mais Fermat qui a, le premier, indiqué la quadrature, dans un traité que connut Huygens (*Œuvres de F.*, I, p. 276). Et, à cette époque, vers 1661, Fermat n'appelle plus la courbe *galand*, comme en 1638, mais *curva Schootenii*, Schooten, ami de Descartes, étant alors le premier qui en eût parlé dans un ouvrage imprimé (*Exercitationum mathematicarum libri quinque*, Leyde, Elzevier, 1657).

Le nom de *folium de Descartes* est donc bien postérieur à la mort de Descartes, et il a été donné à une époque où les noms imaginés par Roberval étaient déjà oubliés. La question posée reste donc entière.

QUESTION 1181 (J., T. IV, p. 207) de C. Moreau.

Tout le monde connaît les formules données par Gauss pour déterminer la date de Pâques. Que doit-on faire lorsque l'application de ces formules conduit au 26 avril, alors que, dans tous les ouvrages qui traitent de la matière, il est dit que la date de Pâques ne peut dépasser le 25 avril?

Dans l'exposé de la règle de Gauss, que j'ai donné dans l'*Intermédiaire* (1895, T. II, 81 et plus haut, p. 291), il est expressément spécifié que, si le calcul donne le 26 avril, on doit prendre le 19; que de même, dans certains cas, au lieu du 25 avril, il faut prendre le 18. Les conditions de cette seconde exception sont souvent modifiées, par exemple dans les *Récréations et problèmes mathématiques* de Rouse Ball. Est-ce pour cela que ce dernier auteur affirme qu'après 4200 les formules devront être légèrement changées, tandis que Gauss les a présentées comme absolument générales?

QUESTION 949 (I., T. III, p. 273).

Un correspondant peut-il indiquer le sort de la collection des manuscrits d'Arbogast?

DEUXIÈME RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. V, p. 154).

La remarque de M. Eneström est très juste[1], et peu de temps après la rédaction de ma réponse (*1897, 141*) (ce volume, page 333), j'avais reconnu que, contrairement à ma conjecture, les manuscrits du catalogue Libri-Ashburnham, provenant d'Arbogast, avaient réellement figuré dans la collection du lord

1. A la suite de la réponse de P. Tannery, M. Eneström avait signalé (I., t. IV, p. 275) qu'il avait trouvé dans le Fonds Libri de la Bibliothèque Laurentienne la *Correspondance de Jean Bernouilli avec Varignon, le Marquis de l'Hospital et Maupertuis*, c'est-à-dire une partie des manuscrits laissés par Arbogast.

à la Laurentienne, à Florence. J'avais été trompé par cette circonstance que ces manuscrits n'ont pas été réclamés par la France et que M. Favaro m'avait affirmé que le fonds Libri à Florence ne contenait guère, pour ces derniers siècles, d'autographes intéressants. Tout s'explique si, comme le numéro vu par M. Eneström, ces manuscrits d'Arbogast ne renferment que des copies.

QUESTION 1223 (I., T. V, p. 29) de G. de Rocquigny.

Dans la proportion *harmonique* $\frac{a-b}{b-c}=\frac{a}{c}$, dans la division *harmonique* d'une droite, ..., quelle est l'origine de cette expression : *harmonique*?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. V, p. 164-65).

La proportion harmonique, $\frac{a-b}{a}=\frac{b-c}{c}$, est déjà définie dans Platon (*Timée*, 36*a*), quoique encore non dénommée, dans sa construction de l'échelle diatonique. Les Pythagoriciens, auxquels il empruntait cette proportion, paraissent l'avoir appelée *sous-contraire* (à l'Arithmétique); *voir* Iamblique, sur Nicomaque (édit. Tennulius, p. 155). Le type était donné par le groupe 6, 8, 9, 12 qui définit les rapports numériques de l'octave, de la quinte, de la quarte et du ton, et que la légende fait remonter à Pythagore, sinon aux Babyloniens qui la lui auraient apprise. Dans ce groupe, 9 est la moyenne arithmétique des extrêmes, 8 la moyenne harmonique. Il y a de plus une proportion géométrique, 6 : 8 :: 9 : 12.

Le terme *harmonique*, dans sa signification arithmétique, était

depuis longtemps consacré à l'époque de Nicomaque (premier siècle de notre ère) : il remonte probablement au troisième siècle avant Jésus-Christ.

QUESTION 1225 (I., T. V, p. 29) de G. de Rocquigny.

Où sont les vingt-deux propositions de Fermat annoncées à la page XXXII de l'Introduction de la *Théorie des nombres* d'Ed. Lucas ?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. V, p. 166).

On n'a rien retrouvé dans les papiers d'Ed. Lucas qui contînt, concernant Fermat, des résultats nouveaux ; j'ai en particulier énoncé, dans la question 660 (ce vol. p. 285), une proposition qu'il m'avait communiquée et sur laquelle il avait dû continuer à travailler, puisque, comme l'a fait remarquer M. Goulard (1896, 281), il pensait, à la fin de sa vie, que $2^{67} - 1$ n'était pas premier, tandis qu'à la date de la lettre qu'il m'écrivait, il était de l'opinion contraire, ainsi que je l'ai dit (1896, 188). Or, sur ce point notamment, les recherches que j'avais prié de faire ont été infructueuses. En fait, Ed. Lucas avait eu connaissance, bien avant leur publication, des pièces inédites insérées dans la nouvelle édition des *Œuvres de Fermat* ; il avait donc pu en tirer des énoncés intéressants ; mais le même travail peut être repris aujourd'hui, car malgré ce qu'on pourrait induire de certains passages de ses écrits, Ed. Lucas n'a disposé d'aucun document qui soit maintenant inédit.

service au genre humain; mais de quoi vous servira de trouver trois nombres tels que la différence des carrés de deux ajoutée au cube des trois fasse toujours un carré et que la somme de trois différences ajoutée au même cube fasse un autre carré? » — *Nugæ difficiles.* D'après la connaissance que Voltaire avait des mathématiques, on ne s'étonnera pas de l'extrême indétermination d'un problème qui a dû être proposé au hasard de l'improvisation. Mais la question mériterait peut-être un nouvel examen et il serait intéressant, au moins, de savoir à quelles équations on peut la ramener et de chercher comment il faudrait modifier cet énoncé pour le rendre résoluble et d'en indiquer une solution en nombres entiers.

Réponse de Paul Tannery (I., T. V, p. 202).

L'énoncé proposé par Voltaire me paraît pouvoir être mis en équations sous cette forme, en supposant $x > y > z$:

$$x + y + z = s \qquad x^2 - y^2 + s^3 = \alpha^2 \qquad y^2 - z^2 + s^3 = \beta^2$$
$$x^2 - z^2 + s^3 = \gamma^2 \qquad 2(x^2 - z^2) + s^3 = \delta^2.$$

Il peut se traiter, au moins pour des solutions particulières, avec les méthodes de Diophante et de Fermat, par exemple en supposant $s = 1$, et peut réellement avoir été proposé vers la fin du dix-septième ou le commencement du dix-huitième siècle.

Question 1226 (I., T. V, p. 29) de G. de Rocquigny.

La proposition suivante : « Tout nombre polygonal de p côtés est la somme de p triangulaires *effectifs*, aucun des composants n'étant égal à zéro », est-elle exacte?

Réponse de Paul Tannery (I., T. V, p. 280-1).

En effet, d'après une proposition déjà connue des anciens, tout nombre polygonal de p côtés est somme d'un polygone de $p-1$ côtés et d'un triangle :

$$(1) \qquad \frac{n}{2}[(n-1)(p-2)+2] = \frac{n}{2}[(n-1)(p-3)+2] + \frac{n(n-1)}{2}.$$

Il est clair que, dès lors, tout nombre polygonal peut être décomposé en $p-2$ triangles, dont $p-3$ égaux entre eux

$$(2) \qquad \frac{n}{2}[n(n-1)(p-2)+2] = \frac{n(n+1)}{2} + (p-3)\frac{n(n-1)}{2}.$$

La décomposition effective en p triangles pourra toujours s'effectuer avec l'un des deux lemmes suivants :

I. Tout triangle divisible par 3 est décomposable et trois triangles dont deux égaux :

$$(3) \qquad \frac{3m(3m\pm 1)}{2} = \frac{2m(2m\pm 1)}{2} + \frac{2m(2m\pm 1)}{2} + \frac{m(m\mp 1)}{2}.$$

La formule ne devient illusoire que si $m=1$ (cas du triangle 6).

II. Tout triangle non divisible par 3 est décomposable en trois triangles inégaux :

Question 1227, 1898 (I., T. V, p. 29), de G. de Rocquigny.

La proposition suivante : « Tout carré entier, excepté 1, est *toujours aussi* somme de deux, de trois ou de quatre carrés », est-elle exacte?

Réponse 1227 de Paul Tannery (I., T. V, p. 281).

1° Tout carré pair est évidemment somme de *quatre* carrés égaux.

2° Si un carré est impair et que sa racine ne soit pas carrée, elle sera somme ou bien (A) de deux carrés inégaux, (B) ou de trois carrés, (C) ou de quatre carrés qui ne seront pas tous égaux :

(A) $$(a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2.$$

Comme a est différent de b, le carré sera somme de deux carrés effectifs :

(B) $$(a^2 + b^2 + c^2)^2 = (a^2 + b^2 - b^2)^2 + (2ac)^2 + (2bc)^2.$$

Si a, b, c sont inégaux, on peut les supposer rangés par ordre de grandeur, en sorte qu'en tous cas le premier carré du second membre ne soit pas nul. Le carré proposé sera donc la somme de trois carrés.

(C) $$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2 = (a^2 + b^2 - c^2 - d^2) + (2ac \pm 2bd)^2 + (2bc \pm 2ad)^2$$

On peut toujours supposer a, b, c, d, rangés par ordre de grandeur.

Le premier carré du second membre ne sera donc pas nul; d'autre part, on ne peut avoir $ac = bd$, $bc = ad$, à moins d'avoir $a = b$, $c = d$, et alors le carré proposé serait pair. Donc ce carré

est toujours la somme de trois carrés effectifs (en choisissant convenablement les signes).

3° Si un carré est impair et que sa racine soit carrée, on passera à la racine bicarrée, et ainsi de suite ; le carré impair sera donc toujours somme de *deux* ou *trois* carrés, à moins que les racines carrées ne soient indéfiniment des carrés, ce qui est le cas de l'unité.

TOME VI. — **1899**.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

QUESTION 1499 (I., T. VI, p. 100).

D'un texte latin attribué à Hygin, mais en réalité d'origine et de date inconnues, j'ai tiré la formule suivante, pratiquement assez satisfaisante pour le calcul approximatif de la longeur A d'un arc de cercle, en fonction de la corde C et de la flèche f $\left(f < \frac{C}{2}\right)$

$$A = C + \frac{11}{8}\left(\sqrt{C^2 + 4f^2} - C\right).$$

Je désirerais savoir : 1° Si elle figure parmi les formules approximatives connues ; 2° S'il y en a ou s'il peut y en avoir une meilleure pour le même degré de simplicité.

Cf. réponses de E. B. Escott, I., T. VII, p. 149, et de Hoffbauer, VII, 414, avec objections de *Paul Tannery*, VII, 413-414 et VIII, 260.

[Les objections de *Paul Tannery* ... reproduites plus loin

QUESTION 1524 (I., p. 129).

Dans son *Aperçu historique* (voir p. 162), Chasles a écrit à propos des ovales de Descartes : « Et ni Roberval, *qui avait donné aussi, peu de temps après, la construction de ces ovales, et discuté leurs formes*, ni Huygens, ni Newton, n'en ont point eu la connaissance complète sous le point de vue géométrique. »

Or il n'existe aucun travail (imprimé ou inédit) de Roberval touchant les ovales de Descartes, et je n'ai jamais rencontré aucune indication justifiant l'affirmation de Chasles. Quelqu'un a-t-il eu cette bonne fortune?

[Cf. réponse de A. P. Ericsson, I., VII, 169-170.]

QUESTION 1525 (I., T. VI, p. 129).

Au sujet de la question 1402 (décembre 1898, T. V, p. 267), je demande, en particulier, qui a employé le premier l'expression d'*axes des coordonnées* ou d'*axes coordonnés* (soit en latin, soit dans une langue moderne). On sait que les termes d'*axe* et d'*ordonnée* sont dérivés de la Géométrie grecque.

[Cf. réponse de H. Braid, I., T. VI, p. 262 : Leibniz, dans les *Acta eruditionum*.]

QUESTION 1538 (I., T. VI, p. 147).

Sur un cadran vertical déclinant, par exemple exposé au sud-

mène une ligne horizontale par le point correspondant à 6 heures du matin sur la ligne équinoxiale, point que je marque O. Je marque de même 1, 2, ..., 6, aux points correspondant aux heures suivantes sur la ligne équinoxiale, et je joins ces points à l'intersection de l'horizontale ci-dessus déterminée et de la méridienne du cadran. Je définis *heure inégale* celle qui serait marquée par le cadran en prenant comme lignes horaires le faisceau de droites ainsi tracé. De cette façon, en effet (qui est celle de certains cadrans antiques), l'intervalle de temps entre le lever du Soleil et midi est, pour tous les jours de l'année, divisé en six heures, et non seulement la longueur de ces heures (dites *temporaires*) varie avec les saisons (ce qui était de règle dans l'antiquité), mais encore elles sont inégales entre elles.

Je désirerais avoir : 1° Des formules, soit rigoureuses, soit suffisamment approchées pour exprimer la différence de chacune de ces *heures inégales* avec leur valeur moyenne, en fontion de la latitude du lieu, de la déclinaison du Soleil au jour considéré, et au besoin, de l'orientation du cadran; 2° Les résultats sommaires de la discussion de ces formules. Notamment, dépendent-elles de l'orientation du cadran? Dans l'affirmative, quelle doit être cette orientation pour rendre minima, par exemple, la somme des carrés des différences?

Je serais également heureux d'avoir des renseignements bibliographiques (postérieurs à Delambre) sur les études *scientifiques* consacrées aux cadrans verticaux dans l'antiquité.

[Cf. réponse de H. Brocard, I., T. VII, 204.]

QUESTION 1617 (I., T. VI, p. 198).

On sait que chez les Anciens, l'heure civile était la douzième partie du temps entre le lever et le coucher du Soleil; c'était donc une durée variable avec les saisons. L'heure équinoxale ne servait que pour les Calculs astronomiques, et les astronomes avaient même à transformer l'heure qu'ils observaient, soit sur les cadrans solaires, soit sur les astrolabes, toujours gradués suivant l'usage civil. Au Moyen âge, on commença à distinguer civilement entre l'heure équinoxiale, dite alors *naturelle*, et l'heure variable des Anciens, dite *artificielle*, que donnèrent encore longtemps les instruments astronomiques imités des Arabes. Je désirerais savoir à quelle époque remonte, sur les cadrans solaires fixes, l'introduction de la graduation en heures égales (équinoxiales). Je serais également reconnaissant de toute indication bibliographique utile pour l'histoire de la Gnomonique dans l'antiquité ou au Moyen âge. J'exclus naturellement Montucla et Delambre, *Histoire de l'Astronomie ancienne*; j'exclus aussi l'intéressant Mémoire de M. Rayet, les *Cadrans solaires coniques* (*Annales de Chimie et de Physique*; 1875).

[Cf. réponse de H. Brocard et H. Braid, I., T. VII, 225-316; I., T. VIII, 9, 165].

QUESTION 1647 (I., T. VI, p. 222).

L'établissement d'un thème de *Géomancie* est un petit jeu de combinaisons assez innocent, qu'on peut symboliser comme il suit.

Il s'agit de former *seize* nombres de quatre chiffres, écrits seulement avec les caractères 1 et 2. Les quatre premiers de ces nombres sont choisis arbitrairement. Les quatre suivants s'en

(1)	a_1	b_1	c_1	d_1
(2)	a_2	b_2	c_2	d_2
(3)	a_3	b_3	c_3	d_3
(4)	a_4	b_4	c_4	d_4
(5)	a_1	a_2	a_3	a_4
(6)	b_1	b_2	b_3	b_4
(7)	c_1	c_2	c_3	c_4
(8)	d_1	d_2	d_3	d_4

Si nous écrivons maintenant $(9) = (1, 2)$ pour désigner qu'un *neuvième* nombre est formé avec les deux premiers, en additionnant les chiffres de même ordre, et en en retranchant 2 de chaque somme supérieure à 2, les huit derniers nombres se représentent comme il suit :

$$(9) = (1, 2) \quad (10) = (3, 4) \quad (11) = (5, 6) \quad (12) = (7, 8)$$
$$(13) = (9, 10) \quad (14) = (11, 12) \quad (15) = (13, 14) \quad (16) = (15, 1).$$

Le thème est ainsi achevé, et la divination se fait d'après certaines règles, chaque nombre et chaque place ayant une signification différente. Il est aisé de voir que les 16 nombres du thème ne peuvent être tous différents ; je demande s'il est possible de choisir les quatre premiers de façon que les quinze premiers soient différents.

[Cf. réponse de H. Brocard, T. VII, 249 50.]

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

Question 1266 (I., T. V, p. 79) de Barbette (Liège).

est premier ou composé. A cette question, je réponds que le nombre est composé et se fait du produit de ces deux

898 423 et 112 303

qui sont premiers. »

A l'aide d'une *méthode personnelle*, j'ai ramené la question de savoir si le nombre 100 895 598 169 est premier ou non à la résolution en nombres entiers de l'équation

$$100x^2 + 224x + 326\ 901\ 738\ 193 = y^2.$$

Un lecteur pourrait-il me résoudre cette équation?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VI, p. 15).

Dans une note de mon édition des *Œuvres de Fermat* (t. II, p. 256), j'ai fait remarquer comment il a dû trouver tout naturellement la décomposition du nombre $A = 100\ 895\ 598\ 169$, dans les conditions où la question lui était posée.

Quant à l'équation à laquelle M. Barbette ramène la décomposition, à savoir $100x^2 + 224x + 326\ 901\ 738\ 193 = y^2$, en multipliant tous les termes par 25 et en posant $u = 5y$, $v = 50x + 56$, elle devient $u^2 - v^2 = 81A$. Il s'agit donc de décomposer $81A$ en deux facteurs. Mais comme les solutions où l'un des facteurs serait l'unité ou une puissance de 3 ne conviennent point, on retombe sur la décomposition de A. La méthode proposée ne semble donc réaliser aucun progrès, au moins dans le cas dont il s'agit.

QUESTION 1352 (I., T. V, p. 219) de H. Bourget.

Trouve-t-on dans les ouvrages de Descartes ou dans sa Correspondance des détails sur la machine qu'il avait, dit-on, essayé de fabriquer pour le

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VI, p. 7).

La machine proposée par Descartes, pour la taille des verres de lunettes, est complètement décrite dans sa *Dioptrique*, publiée en 1637 (avec le *Discours de la Méthode*, les *Météores* et la *Géométrie*).

Sur la première idée de cette machine, ou sur sa réalisation pratique, on peut consulter les lettres de Descartes à Ferrier, artisan qu'il avait employé, du 8 octobre 1629 (éd. Clerselier, t. III, lettre 99), du 13 novembre 1629 (III, 101), et celle non datée, probablement de l'automne 1639 (III, 102; nouv. éd., t. II, p. 375); à Constantin Huygens, du 5 octobre 1637 (II, 82), et du 25 janvier 1638 (II, 85); à Florimond de Beaune, du 20 février 1639 (III, 71), et une autre probablement de la fin de 1638 (II, 93; nouv. éd., t. II, p. 452), qui semble adressée au même savant.

QUESTION 1395 (I., T. V, p. 247) de Belga.

Dans l'édition critique des *Arithmétiques* de Diophante, faite par Paul Tannery (d'après des manuscrits du XIIIᵉ et du XVᵉ siècle, qui reproduisent un codex archétype perdu, du VIIIᵉ ou du IXᵉ siècle), lorsqu'une fraction a un dénominateur autre que l'unité, le numérateur est écrit sous le dénominateur et en est séparé par une ligne : $\frac{\iota\eta}{\iota\gamma}$ signifie $\frac{13}{18}$; $\frac{\alpha.\omega\iota\delta}{\rho\kappa\zeta.\varphi\xi\eta}$ signifie $\frac{1270568}{\ldots}$. Il serait intéressant de savoir à quelle époque les mathématiciens

RÉPONSE de Paul Tannery [illegible].

Les questions posées sous ce numéro paraissent le résultat de malentendus.

1° Dans la notion fractionnaire de Diophante, pour $\frac{13}{8}$ par exemple, le numérateur est écrit sur la ligne : $\overset{\eta}{\overline{\iota\gamma}}$ et non pas $\frac{\eta}{\iota\gamma}$.

La barre transversale au-dessous du numérateur n'est nullement essentielle à cette notation ; dans les manuscrits grecs elle surmonte d'ordinaire tous les nombres cardinaux, pour les distinguer des autres mots, ce qui importe, puisque les mêmes lettres servent pour les mots et pour les nombres. Mais cette barre peut très bien manquer, surtout pour des nombres isolés (comme des calculs faits en marge), et elle manque aussi parfois dans la notation fractionnaire ci-dessus ; ce qui caractérise celle-ci, c'est seulement que le dénominateur est écrit dans l'interligne, au-dessus du numérateur, au lieu d'être placé en exposant ou encore écrit à la suite, comme un nombre ordinal, c'est-à-dire avec un signe de finale ; ce sont là, en effet, deux autres modes que l'on trouve fréquemment dans les manuscrits grecs.

En tous cas, la barre en question ne doit certainement pas être considérée comme signe de division.

2° L'auteur de la question paraît supposer que dans le nombre $\alpha.\omega\iota\delta = 10814$, où a signifie 1, le point qui suit remplacerait le zéro, qu'il y aurait donc là une numération de position. Il n'en est rien ; les Grecs coupaient leurs nombres en tranches de quatre ordres : unités, myriades, myriades de myriades, etc. Chaque tranche était écrite comme si elle était composée d'unités, et accompagnée d'ordinaire d'un signe indiquant son rang.

signes sont supprimés et les tranches écrites simplement à la suite l'une de l'autre, séparées par un point. Mais s'il y a là une sorte de numération de position par tranches, le point ne remplace pas le zéro. Si, par exemple, on avait à écrire 11004, on écrirait $\varkappa.\delta$ (*une* myriade, *mille quatre* unités).

Les Grecs ont, à la vérité, eu une numération de position (même avec le zéro); mais uniquement pour la numération sexagésimale. Ainsi, pour $0°10'\,0''25'''$, ils pouvaient écrire $o < o\varkappa\varepsilon$ sans ambiguité (précisément parce que pour les nombres inférieurs à 60, ils n'avaient pas de numération de position). Mais, en fait, pour faciliter la lecture, chaque ordre est d'ordinaire surmonté d'une barre horizontale spéciale.

Cette numération sexagésimale paraît s'être introduite seulement au deuxième siècle avant notre ère. La numération littérale ordinaire des Grecs paraît avoir pris naissance au sud-ouest de l'Asie-Mineure, au quatrième siècle, mais elle ne fut pas généralisée avant le troisième siècle, et ne fut systématisée et étendue aux grands nombres que par Archimède. Ce fut également lui qui paraît avoir le premier vulgarisé l'emploi des fractions ordinaires. Mais ses manuscrits ne représentant qu'une tradition du sixième siècle après notre ère, il est impossible d'affirmer qu'il se servait de telle ou telle notation.

Question 1382 (I., T. V, p. 244) de Besouclein.

Les mots *cercle* et *circonférence* ne semblent-ils pas faire double emploi? Ne pourrait-on supprimer le second d'une manière générale? La chose a été proposée par Duhamel; elle l'est, d'ailleurs, en Géométrie analytique, bien qu'il semble y avoir une tendance à l'y rétablir.

Pourquoi ne pas dire *circonférence de cercle*, circonférence seul étant

Le mot *sphère* désigne à la fois la surface sphérique et le volume limité par cette surface, et personne ne paraît y trouver d'inconvénient; on dit de même *longueur* et *surface* de l'ellipse, etc.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VI, p. 158).

A l'appui des remarques faites sur le peu d'utilité du vocable *circonférence*, on peut ajouter que le mot grec *periphereia*, qui lui a donné naissance par l'intermédiaire du latin, n'avait nullement le même sens, mais signifiait *arc*. *Circonférence* pourrait toutefois être conservé en Trigonométrie pour désigner l'angle de quatre droits ou de 360°, ce que Ptolémée appelle la *périphérie entière*.

QUESTION 1336 (I., T. V, p. 194) de Béel.

Quelle est l'origine et la signification étymologique du mot *Mantisse*, qui désigne la partie décimale d'un logarithme ou plutôt du mot *Mantissen*, par lequel d'anciens auteurs allemands désignent les chiffres de cette partie décimale?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VI, p. 181).

Mantissa est un mot latin qui, d'après le grammairien Festus, signifie *excédent, bon poids*. Son emploi, à la Renaissance, pour signifier la partie fractionnaire d'un nombre, ne semble pas avoir besoin d'autre explication. Au reste, le plus ancien ouvrage où j'ai rencontré ce terme est l'*Algebra* de Wallis. Dans le tome II de ses *Œuvres*, édition de 1693, p. 41, on lit : « Ejusque partes decimales abscissas, *appendicem* voco, sive *mantissam*. »

QUESTION 1435 (I., T. VI, p. 5) de H. Bourget.

Quelle était, au Moyen âge, la signification des carrés magiques?

Que veut dire, par exemple, dans la gravure de Dürer *la Mélancholie*, le carré magique suivant

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

qui est situé dans le coin supérieur de la gravure?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VI, p. 189).

Les carrés magiques des sept premiers nombres qui en fournissent, ont été au seizième siècle attribués aux sept planètes dans l'ordre suivant : 3 Saturne, 4 Jupiter, 5 Mars, 6 Soleil, 7 Vénus, 8 Mercure, 9 Lune (voir AGRIPPA DE NETTESHEIM. *De occulta philosophia*, 1553, p. 149 et suiv.). Mais il est possible que, dans la gravure de la *Mélancholie* d'Albert Dürer, qui est de 1514, le carré magique de 4 (le plus ancien exemple en Occident de ces carrés) symbolise seulement l'étude de ce côté des sciences occultes, comme le pense le critique d'art Heller (*Das leben und das Wirken Albrecht Dürer's*, Leipzig, 1831, t. II, p. 471).

QUESTION 1465 (I., T. VI, p. 51) de E. B. Escott.

Réponse de Paul Tannery (I., T. VI, p. 191).

Si, p et q étant des entiers indéterminés, on pose

$$a = p(p^3 - 2q^3), \qquad b = q(2p^3 - q^3), \qquad c = q(p^3 + q^3),$$

on a

$$S = a + b + c = p(p+q)(p^2 + 2pq - 2q^2)$$
$$a^3 + b^3 + c^3 = p^3(p+q)^3.$$

Soient d^2 le plus grand carré diviseur de S, et $S = Md^2$, on aura les solutions entières

$$x = aM^2d, \qquad y = bM^2d, \qquad z = cM^2d,$$
$$A = Md, \qquad S = p(p+q)M^2d.$$

Les plus simples sont données par les égalités

$$54 + 72 + 90 = 6^3, \qquad 54^3 + 72^3 + 90^3 = 108^3.$$

Question 1241 (I., T. V, p. 51) d'Émile Borel.

Les adjectifs *minimum* et *minima* me semblent devoir être regardés le premier comme un *neutre singulier*, le second comme un *neutre pluriel*, de sorte que l'on devrait dire, sans distinction de genre : *un volume minimum, une aire minimum, des volumes minima, des aires minima*. Or, de *très nombreux auteurs* paraissent regarder *minima* comme le féminin de *minimum* et écrivent, par exemple : *une aire minima, des volumes minimum*. D'autres vont même jusqu'à écrire : *des aires minimas, des volumes mini-*

Comme renseignement historique, je ferai remarquer que Fermat et Descartes, les premiers qui aient écrit en français sur la matière, n'ont jamais dit au singulier *maximum* ou *minimum*, mais bien *maxima* ou *minima* (sous-entendu *quantitas*) ; chez eux, ces mots sont d'ailleurs nettement latins, et ils disent en français : « la plus grande ou la moindre ». Mais il me semble néanmoins prouvé par là que l'emploi moderne de *maxima* ou *minima* comme féminin singulier peut être aussi ancien que son emploi comme pluriel. Dire une aire *maxima* n'est pas d'ailleurs proprement une faute de français, c'est un macaronisme (emploi simultané de deux langues), et plus on remonte vers le seizième siècle, plus les formes de ce genre sont fréquentes dans les écrits scientifiques. Mais celui qui voudrait continuer à les employer devrait être logique, dire, par exemple, des nombres *minimi*, etc. L'adjectif *maximal* ne me semble ni heureux, ni conforme au génie de la langue française. Faudra-t-il d'ailleurs dire au pluriel *maximaux* ou *maximals*? S'il faut créer un néologisme, et, en tenant compte de l'intérêt d'introduire celui de *maximant* ou *minimant*, je préférerais, au lieu de *maximum* et de *minimum*, dire *maximé ou minimé*, soit substantivement, soit adjectivement.

Question 1496 (I., T. VI, p. 99) de Frolov (Genève.)

Dans le § 30 de ses *Recherches géométriques*, Lobatschevsky expose la proposition : *Les perpendiculaires élevées aux milieux des côtés d'un triangle rectiligne seront toutes les trois parallèles, toutes* les fois que l'on en supposera deux parallèles. (Traduction de Houël.)

Pour la prouver, il suppose d'abord que les deux perpendiculaires

ensuite il dit : *puisque la perpendiculaire* HK (celle du milieu) *ne rencontre pas* MG (ou FG)..., *d'où l'on conclut que* HK *doit être parallèle à* DE (*prop.* 16) *et à* MG (*prop.* 18 *et* 25). Il semble qu'il y a ici ce qu'on appelle *pétition de principe*, car, pour prouver que HK ne rencontre pas FG (ou MG), l'auteur admet que HK ne rencontre pas FG.

Un mathématicien, versé dans la Géométrie non euclidienne, peut-il donner une démonstration rigoureuse de la proposition de Lobatschevsky, sans recourir à des considérations philosophiques, toujours contestables et partout déplacées dans la Géométrie? Jusque là, il ne reste qu'à penser que HK ne sera asymptote de DE et FG que dans un seul cas, celui où AC = BC, c'est-à-dire où le triangle ABC est isoscèle et HK passe par son sommet C, tandis que dans tous les autre cas la ligne HK coupera l'une des deux lignes DE ou FG, et, en vertu de la proposition du § 29, elle coupera aussi l'autre ligne, de sorte que les trois perpendiculaires DE, FG, HK ne seront pas asymptotes. ou parallèles dans le sens de Lobatschevsky. Autrement, on arriverait à une contradiction, très préjudiciable à sa doctrine.

Réponse de Paul Tannery (I., T. VI, p. 236).

Pour reconnaître qu'il n'y a aucune « pétition de principe » dans la démonstration, il suffit d'observer qu'on doit supposer prouvé, comme dans Euclide, que si deux perpendiculaires élevées aux milieux des côtés d'un triangle se rencontrent en un point, la troisième passera par le même point. Maintenant, dans la thèse de Lobatchefsky, il reste possible que les trois perpendiculaires ne se rencontrent pas (triangle non inscriptible dans un cercle) et, comme cas particulier, qu'elles soient parallèles (triangle inscriptible dans un horicycle). Le § 30 a pour but d'exclure la possibilité que deux des perpendiculaires soint parallèles entre elles et que la troisième ne les rencontre pas, sans toutefois leur être parallèle. Lobatchefsky procède donc rigoureusement, en supposant que la troisième perpendiculaire ne rencontre aucune des deux autres (autrement le triangle serait

limite commune des droites rencontrant et des droites ne rencontrant pas).

Tome VII. — 1900.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

Question 1786 (I., T. VII, p. 83).

Quel est le premier éditeur responsable de la légende, toujours maintenue dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* (1899, p. 34), que le terme de *nombre d'or* viendrait de ce que le cycle découvert par Méton aurait été trouvé si beau qu'on l'aurait fait graver en lettres d'or sur le temple de Minerve? — On sait que la véritable origine de la désignation vient de ce que, dans les calendriers perpétuels du Moyen âge, on inscrivait en lettres d'or chaque nombre cyclique en regard des dates de toutes les nouvelles lunes pour une année ayant ce nombre.

Question 1849 (I., T. VII, p. 160).

Dans quelles langues les expressions *billion*, *trillion*, etc., représentent-elles actuellement, comme en français, les termes d'une progression géométrique ayant 10^3 pour raison? Dans quelles langues au contraire représentent-elles, comme en allemand, les termes d'une progression suivant la raison 10^6?

Cf. réponses de G. Vacca, I., t. VIII, 170, et H. Brocard, I., t. VIII, 234.

Question 1987 (I., T. VII, p. 404).

Pour compléter la question 1906, de M. Eneström, je remarquerai : 1° que le nom Sacrobosco ne figure pas dans le *Cartulaire de l'Université de Paris*, ce qui ne laisse pas que d'être singulier, si ce personnage a joui de son vivant d'une certaine célébrité; 2° que, s'il a été enterré à Paris, au cloître des Mathurins, son tombeau ne semble avoir été érigé qu'un siècle après sa mort, et que l'auteur de l'épitaphe, qui le qualifia seulement de *computiste*, ne paraît pas en avoir su plus que nous sur son compte. Je demande donc :

1° Si l'on peut fournir une preuve solide que Sacrobosco ait professé à Paris comme maître ès arts et n'ait pas été simplement un religieux non gradué;

2° Si les données fournies sur son compte par les bibliographes anglais (et notamment la transcription en anglais du mot *Sacrobosco*) reposent sur une tradition authentique et non pas seulement sur des conjectures plus ou moins faciles.

Cf. I., t. VIII, 263-5, une réponse de P. Tannery, que l'on trouvera plus loin. — I., t. IX, 275-8, Brocard et E. Lebon, t. X, 82-83 et t. X, 261-2.

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

Question 1482 (I., T. VI, p. 76) de G. Eneström.

Le savant arabe Al-Kindi (mort en 873) a composé un écrit « sur les

Gerbert; Berlin, 1892, p. 8) a supposé que cet écrit se rapporte à l'usage *de l'abacus*. D'autre part, M. Cantor [*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, I (Zweite Auflage), p. 675] a fait observer que cette supposition est sans doute trop hardie. On demande une explication probable du titre de l'écrit cité d'Al-Kindi.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 31-32).

Explication du titre d'un Ouvrage d'Al-Kindi. — On ne peut demander, ainsi que le fait l'auteur de la question, qu'une explication *probable*, puisque l'Ouvrage n'est connu que par son titre et que l'interprétation des mots arabes est assez douteuse. La traduction de Casiri : *De numeris per lineas et grana hordacea multiplicandis liber unus*, diffère, en effet, sensiblement de celle de Suter, reproduite par M. Cantor : *Ueber die Liniem und das Multiplicieren mit der Zahl der Gerstenkörner*. En ce qui me concerne, j'ai toujours pensé qu'il s'agissait d'une question bien connue dans la littérature mathématique arabe, celle du nombre de grains obtenu en doublant successivement à partir de l'unité autant de fois qu'il y a de cases dans un échiquier. Je crois inutile de rappeler la légende orientale à ce sujet.

Mais, en revanche, je pense aussi que même l'absence de tout texte arabe relatif à l'abaque, quand elle serait définitivement constatée, ne nous autoriserait nullement à nier que les Arabes se soient jamais servis de cet instrument (au moins avec les jetons unités). Sur des textes d'un historien grec qui permettent une induction contraire, voir *Revue archéologique*, 1894, mon article sur l'*Étymologie du mot* chiffre. [*Mémoires scientifiques*, t. V, n° 3, p. 22-28.]

[Cette réponse a été déjà insérée *Mémoires scientifiques*, t. V, p. 351.

Question 531 (I., T. II, p. 146) de A. Goulard.

Je serais curieux d'avoir des renseignements sur l'origine (étymologie, premier emploi, sens primitif, etc.) du mot *fonction* en Algèbre.

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 52).

Origine du mot fonction. — Un peu avant la publication dans les *Acta Eruditorum*, juillet 1694, de l'article où Leibnitz introduisit le terme de *fonction*, celui-ci, dans une lettre à Huygens, du 29 juin 1694, parle de « raison donnée entre deux fonctions quelconques », dans le sens actuel de relation ou équation donnée entre deux variables, fonction l'une de l'autre. Il explique d'ailleurs que dans une courbe (algébrique ou transcendante) il appelle fonctions : l'abscisse, l'ordonnée, la tangente, la sous-tangente, la normale, la sous-normale, etc., « et quantité d'autres ». S'il paraît, comme dans les *Acta*, limiter l'emploi du terme à des longueurs de droites définies géométriquement, il n'en est pas moins clair que, algébriquement, la signification est déjà aussi étendue que possible. Ce qui fait cependant défaut, c'est la mise en évidence de la variable indépendante. Sous cette forme primitive, on peut dire que le concept correspond à celui d'une fonction quelconque déterminable (au besoin par différentielles) de deux variables, liées entre elles, comme peuvent l'être les coordonnées d'une courbe (fonctions continues l'une de l'autre).

Question 1501 (I., T. VI, p. 122) de G. Eneström.

En parlant de la courbe logarithmique, Montucla (*Histoire des Mathéma-*

due, à ce que j'ai lu quelque part, à Edmund Gunter, mais je n'ai pu recouvrer son écrit pour savoir quel usage il en faisait. »

D'autre part, M. Cantor, à la p. 223 du t. III (Leipzig, 1894) de ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, fait observer relativement à la même courbe : « Wer diese zuerst betrachtete, wissen wir nicht zu sagen. Huygens gab ihr in Seiner Abhandlung *De la cause de la pesanteur* den Namen, fügte aber hinzu, die Curve sei schon von Anderen beachtet worden. » De notre côté, nous ne savons pas non plus à quels mathématiciens Huygens fait allusion dans le passage cité par M. Cantor.

Dans une note récemment publiée : *Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva, R. A. L. R.* (5) VI, 2, p. 322, 1897, M. Gino Loria, ayant appelé l'attention sur une lettre adressée par Torricelli à M. Ricci, le 24 août 1644, d'où il semble résulter que Torricelli a étudié les propriétés de la courbe logarithmique, ajoute : « Di tal curva si ignora il primo inventore; forse è Torricelli stesso. » Mais, supposé aussi que Torricelli soit l'inventeur de la courbe, l'indication de Huygens n'est pas encore parfaitement justifiée, car la lettre de Torricelli est restée inédite jusqu'en 1864 (*cf.* Gino Loria, *loc. cit.*, p. 318) et, par conséquent, il est douteux que Huygens ait eu connaissance des recherches de Torricelli sur la courbe logarithmique.

On demande quels sont les mathématiciens qui se sont occupés de la courbe logarithmique antérieurement à Huygens, et si Torricelli est le premier inventeur de cette courbe.

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 94-95).

Histoire de la courbe et de la spirale logarithmique. — *Le Briefwechsel von G.-W. Leibniz mit Mathematikern* (Berlin, 1899), renferme une lettre du 8 mars 1673, dans laquelle (p. 83) il annonce une dissertation du P. Pardies (mort peu de temps après) sur la *linea logarithmica*, dont le même Pardies avait déjà dit quelques mots dans ses *Elementa Geometriae*. Collins fait répondre à Leibniz

curva exponentialis.

Donc, dès 1673, le mot est répandu. Mais, en 1690, lorsque Huygens parlait d'*autres* qui avaient déjà considéré la courbe en question, il pouvait aussi faire allusion à Debeaune[1] et à Descartes, puisque la seconde et la troisième courbe proposées par le premier en 1638 sont des logarithmiques, définies par la propriété de la sous-tangente. Si, dans sa lettre du 20 février 1639 (édit. de 1677, III, lettre 71), Descartes ne parle pas de logarithmes (parce que ces nombres n'étaient pas alors reçus en Géométrie), la construction qu'il indique est empruntée à la définition de Napier (emploi de la notion de vitesse, conception des logarithmes comme variant en sens inverse des nombres). On ne peut donc douter qu'il n'ait reconnu la véritable nature de la courbe.

Descartes a également considéré la spirale logarithmique, sans d'ailleurs en revendiquer l'invention; après avoir proposé, le 13 juillet 1638 (*ibid.*, I, p. 335), un problème qui conduit à trouver une spirale dont la tangente fasse un angle constant avec le rayon vecteur, il remarque, le 12 septembre 1638 (*ibid.*, I, p. 353) que, dans la courbe qui jouit de cette propriété, l'arc est proportionnel au rayon. Ces lettres étant destinées à circuler (le cas n'est pas le même pour celle de Debeaune), Roberval a pu répondre à bon droit à Torricelli que la proposition était déjà ancienne (*antiqua*) et que celle de la loxodromie l'était encore plus. Torricelli en effet avait annoncé la rectification de la spirale en question, dans une communication à Roberval du 7 juil-

1. J'écris ainsi (et non De Beaune) d'après la signature autographe que j'ai récemment trouvée sur sept lettres inédites (MS. de Vienne, Hof bibl.,

let 1640, en même temps que la propriété du pôle d'être asymptote. Il a pu très bien dès lors considérer aussi la courbe logarithmique, mais, dans un cas comme dans l'autre, l'antériorité de Descartes est incontestable.

Question 1634 (I., T. VI, p. 219) de Archibald (Berlin).

Le limaçon de Pascal est produit comme une épicycloïde et dessiné avec exactitude dans *Alberti Dureri institutionum geometricarum*, Lutetia, 1532, p. 37 (les éditions postérieures ont été publiées en 1533, 1535 et 1606, cf. XI, 13) ; Maclaurin, *Geometria organica*, 1720, p. 98 et suiv., traite de même cette courbe ; il ne mentionne pas qu'elle fût connue antérieurement. Quelques-uns de vos lecteurs voudraient-ils me donner les références qu'ils connaissent sur cette courbe, avant 1720?

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 106).

Le nom de *limaçon de M. Paschal* (il faut entendre non pas Blaise Pascal, mais son père Étienne) apparaît imprimé pour la première fois dans le tome VI des *Anciens Mémoires de l'Académie des Sciences* (de 1666 à 1699), p. 23 de l'édition de 1780. Ce tome comprend les Œuvres de Roberval, mais le passage en question se trouve dans une rédaction de ses leçons depuis 1636, rédaction faite avant 1644 par un de ses élèves, Du Verdus. La courbe vient après le cas général de la conchoïde du cercle, et Du Verdus donne comme d'Étienne Pascal son application à la trisection de l'angle, qui fut probablement l'occasion de l'invention ; puis, comme de Roberval, le tracé de la tangente, la quadrature et la propriété de la courbe comme podaire d'un cercle.

QUESTION 1648 (I., T. VI, p. 223) de Rudis.

[Nous ne reproduisons qu'un extrait de cette question.] Dans *l'Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1899, à propos du calendrier je vois, à la page 30, attribuer à l'année julienne 1899, comme nombre d'or, 19, et comme épacte, 29. Dans son *Astronomie populaire*, livre XXXIII, chap. XXXVI, Arago donne 18 comme épacte correspondant invariablement au nombre d'or 19, et il explique que l'épacte 29 est la première de celles qui ne peuvent jamais se rencontrer, parce qu'elle correspond à la vingtième année du cycle, c'est-à-dire à la première du cycle consécutif, et que, pour rétablir la coïncidence remarquée par Méton, on doit compter 30 au lieu de 29, après quoi tout recommence. S'agit-il encore là d'une particularité essentielle à l'année 1899 et quelle en est la la raison?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 107). *Épactes.*

A la réponse de M. Cornu (1899, 228), il peut être intéressant d'ajouter que ce que dit Arago dans son *Astronomie populaire* n'est pas exact, même pour le système des épactes grégoriennes. Car les auteurs de la réforme du calendrier ont prévu que la correspondance établie à compter de 1582, entre les nombres d'or et les épactes, ne pourrait subsister indéfiniment; et l'année 1900 a précisément été déterminée comme date du second changement de cette correspondance, ou de la seconde *métemptose*, la première ayant eu lieu en 1700, et la troisième devant avoir lieu en 2200. Par suite de ce changement, l'épacte de 1900 est 29 et non 30, et toutes les épactes suivantes se trouveront de même inférieures d'une unité aux nombres déterminés suivant la correspondance indiquée par Arago.

QUESTION 1535 (I., T. VI, p. 146) de A. Goldenberg.

Les côtés de trois carrés inscrits dans un triangle étant donnés, je demande

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 204).

Il est aisé de voir que le problème a, en général, huit solutions; d'un autre côté, en supposant deux des côtés des carrés égaux, on arrive facilement à une équation du quatrième degré, laquelle est irréductible, sauf pour des valeurs particulières attribuées aux données. Le problème ne peut donc se résoudre avec la règle et le compas.

Question 1585 (I., T. VI, p. 175) de Jean Baptiste.

Le mot *involution* se rencontre-t-il avant Desargues?
Comment s'explique-t-il étymologiquement?

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 210).

Comme le font aujourd'hui certains puristes allemands, Desargues affectait de n'employer que des mots de sa langue maternelle. Le mot *involution* est donc plus ancien que lui; Littré en cite des exemples remontant au quatorzième siècle (involution de boyaux, involution de procès), exemples qui attestent le sens d'*embrouillement*, lequel découle naturellement de l'étymologie. Quant à la signification mathématique, technique, il n'y a aucun doute qu'elle ne soit due à Desargues; mais, pour bien se rendre compte du choix du mot étant donné le sens noté plus haut, il faudrait se familiariser avec la nomenclature très complexe de l'auteur du *Brouillon projet*, nomenclature dont aucun autre

deux points de chacune des couples soient de mesme ou *meslez* ou *demeslez* aux deux points de chacune des autres couples, et que les rectangles ainsi relatifs des pièces d'entre ces points soient entre eux comme leurs gemeaux, pris de mesme ordre, sont entre eux (c'est-à-dire *si l'on a* $\frac{HC \times HG}{BC \times BG} = \frac{HD \times HF}{BD \times BF}$, etc.); une telle disposition de trois couples de points en une droite est icy nommée involusion. » (*Œuvres de Desargues*, t. I, p. 119.)

Desargues entend par *points mêlés*, le cas où, par exemple, le segment BH empiète partiellement sur le segment CG; par *points démêlés*, le cas où les deux segments sont extérieurs l'un à l'autre ou bien où, au contraire, l'un est intérieur à l'autre.

QUESTION 1642 (I., T. VI, p. 221) de G. de Rocquigny.

p, étant premier, quelle est la plus petite valeur impair de p qui rende $2^p - p^2$ un nombre composé et peut-on savoir d'après la valeur de p si le nombre $2^p - p^2$ est ou non premier?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 247).

Le nombre $2^p - p^2$ est composé pour $p = 11$ et $p = 13$; car $1927 = 41 \times 47$ et $8023 = 71 \times 113$.

Le même nombre est premier pour toutes les valeurs *impaires* inférieures de p.

Un nombre premier q étant donné, il est aisé de déterminer les formes que doit avoir p (impair premier ou non) pour que $2^p - p^2$ soit divisible par q. Ainsi pour $q = 7$, p doit avoir une des formes $42k + 23$, $42k + 25$, $42k + 31$

QUESTION 1655 (I., T. VI, p. 242) de G. Couturier.

Je lis dans Ozanam (préface des *Récréations mathématiques et physiques*, Paris, 1750 : « Je m'étonne de ce que du tems des empereurs Dioclétien et Constantin les loix défendirent les mathématiques, comme des connaissances dangereuses en condamnant les mathématiciens et les sorciers comme également criminels et pernicieux à la société civile, selon ce qui paroît par le titre 18 du livre 9 du Code de Justinien. »

Voici le texte de Justinien :

« Artem geometriœ discere atque exercere publice interest. Ars autem mathematica damnabilis est et interdicta omnino ».

Dans les Notes de Cujas (XVIe s.), au Code de Justinien, on trouve :

« Ars autem mathematica, — id est genethliaca ».

Ozanam me semble avoir mal compris les mots « ars mathematica ». Je désirerais connaître le vrai sens de ces mots, et la distinction que les législateurs ont voulu faire entre *ars mathematica* et *ars geometriae*.

Doit-on prendre exclusivement pour ars mathematica le sens « Astrologie » ?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 252-53).

Il est clair que l'interdiction du Code Justinien vise l'Astrologie judiciaire, mais elle pouvait atteindre l'Astronomie qui n'en était pas bien distincte. La confusion a subsisté pendant tout le Moyen âge, d'autant plus que tous les astronomes pratiquaient la judiciaire, à l'exemple de Ptolémée, et que la *Syntaxe mathématique* (entendez *astronomique*) du Maître contient des problèmes qui n'ont d'application qu'en Astrologie. En tout cas, l'interdiction n'allait pas plus loin ; car la *Mathématique* (au singulier) a exclusivement désigné, dans l'antiquité, l'Astronomie ou l'Astrologie. Déjà Hipparque affecte de se dire *mathématicien*, pour éviter les noms, déjà diffamés, d'*astrologue* ou d'*astronome*.

(Tacite, Suétone), *mathematicus* est devenu à son tour synonyme d'*astrologue*, et ceux que nous appellerions aujourd'hui *mathématiciens* prennent le titre de *philosophes*.

QUESTION 1659 (I., T. VI, p. 243) de C. Wargny (Valparaiso).

Dans l'*arithmétique* de Bourdon, p. 218, on trouve la proposition VI : « Si un nombre entier divisible par 5, est la somme de deux carrés, le *cinquième* de ce nombre est aussi la somme de deux carrés. »

Si je l'applique à $45 = 3^2 + 6^2$; $45 : 5 = 9$, et 9 n'est pas la somme de deux carrés. Où est l'erreur ?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 255).

La proposition de Bourdon aurait dû être ainsi conçue : « Si un nombre entier, divisible par 5, est la somme de deux carrés, le cinquième de ce nombre est aussi la somme de deux carrés, dont l'un peut être nul. »

Pour la décomposition effective, il faut excepter le cas où le quotient est un carré, où n'entrent comme facteurs premiers que 2 ou ceux de la forme $4n+3$. L'auteur de la question aurait pu prendre, en effet, comme exemple $20 = 4^2 + 2^2 = 5.4$.

QUESTION 1670 (I., T. VI, p. 247) de Ch. Berdelle.

J'ai lu autrefois dans une petite arithmétique populaire le procédé suivant pour avoir le produit de deux *chiffres*[1] supérieurs à 5 : baissez à chacune de vos mains deux nombres de doigts respectivement égaux aux compléments à dix les deux facteurs, puis, à dix fois le nombre total de doigts levés, ajoutez le produit des deux nombres de doigts laissés ; la somme sera le produit demandé. J'ai oublié le nom et l'auteur de cette arithméti-

Ce procédé, qui repose sur l'identité

$$ab = (10 - a)(10 - b) + 10(a - 5 + b - 5),$$

est indiqué dans l'*Essenz der Rechenkunst* de Beha-Eddin, conteur arabe du seizième siècle, traduit en allemand par Nesselmann en 1843. Il a, d'autre part, été décrit comme employé en Valachie, par D. Pick (*Hoffmann's Zeitsch. für math. und naturw. unterricht*, t. IV, p. 57), en 1874.

Voir Moritz Cantor, *Geschichte der Mathematik*, t. I, p. 492, 404, 739.

QUESTION 1703 (I., T. VII, p. 2) de A. P. Ericsson.

A quelle époque trouve-t-on la première fois une formule d'algèbre vérifiée empiriquement dans des cas simples, étendue à un cas quelconque en prouvant que, si elle est vraie pour les n premiers cas, elle est vraie par le fait même pour le $(n+1)^{\text{ième}}$.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 321).

Moritz Cantor, dans ses *Vorlesungen*, indique Pascal comme ayant le premier (*Traité du triangle arithmétique*, Conséquence XII) employé le procédé de démonstration dont il s'agit (extension à la valeur $n+1$ d'une formule supposée vraie pour la valeur n). En fait, c'est à la composition des coefficients du binome que Pascal a appliqué ce procédé.

QUESTION 1719 (I., T. VII, p. 6) de H. Braid.

A qui est due cette proposition classique : Dans un quadrilatère inscriptible, le rapport des diagonales est égal à celui de la somme des rectangles.

qui aboutissent à leurs extrémités. Je sais qu'on l'attribue parfois à Ptolémée, mais c'est par erreur, car seul le théorème du rectangle des diagonales du quadrilatère inscriptible se trouve dans l'*Almageste* (Liv. I, chap. IX). La démonstration de Ptolémée est celle que l'on trouve encore dans les *Éléments* de Blanchet.

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 323).

La formule sur le rapport des diagonales d'un quadrilatère inscrit doit être postérieure à Viète, qui ne paraît pas la connaître quand il donne (*Adjuncta capitula*, p. 230 de l'éd. Elzevier) l'expression du carré de chaque diagonale en fonction rationnelle des côtés. On déduit d'ailleurs aisément la formule classique de la relation de Viète et de celle de Ptolémée (ou plutôt de Ménélaus).

Question 1732 (I., T. VII, p. 9) de G. Friocourt.

Comment démontre-t-on la formule

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 0,4a + 0,96b,$$

approchée avec une erreur relative inférieure à $\frac{1}{25}$ quand a est inférieur à b?

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 327).

En général, si l'on suppose $x < 1$, et que l'on prenne pour approximation

$$\sqrt{1 + x^2} = \alpha + \beta x$$

décroît jusqu'à la valeur négative $1-\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$, pour $x=\frac{\beta}{\alpha}$, puis augmente jusqu'à la valeur positive $1-\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{2}}$ pour $x=1$.

Si l'on veut que la limite de la valeur absolue de l'erreur soit

$$1-\alpha=\frac{1}{n^2},$$

il faut donc que l'on ait

$$\sqrt{\alpha^2+\beta^2}-1<\frac{1}{n^2},\quad \text{d'où}\quad \beta<\frac{2}{n}=2\sqrt{1-\alpha}$$

et aussi

$$1-\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{2}}<\frac{1}{n^2};\quad \text{d'où}\quad \beta>\alpha(\sqrt{2}-1)=\frac{n^2-1}{n^2}(\sqrt{2}-1).$$

On en conclut $n<1-\sqrt{2}+\sqrt{4+2\sqrt{2}}$, d'où pour n la plus grande valeur entière $n=5$, et, par suite,

$$\alpha=0,96,\qquad \beta=0,4.$$

Question 1711 (I., T. VII, p. 4) de C. Couturier.

L'équation

$$2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)=16m^2+a^4+b^4+c^4$$

admet la solution entière $a=6$, $b=c=5$ et $m=12$. En connaît-on d'autres solutions? On est amené à cette équation en cherchant les triangles dont les côtés et la surface sont exprimés par des nombres entiers.

liés par la relation $pq = rs$, et en posant

$$a = p^2 - q^2 + r^2 - s^2, \quad b = p^2 + q^2, \quad c = r^2 + s^2.$$

on a alors

$$m = apq = ars.$$

QUESTION 1794 (avril 1900, T. VII, p. 116) de M. Hulmann.

Un correspondant pourrait-il me donner quelque indication sur l'ouvrage suivant : *Chronologie de Ptolémée*, par Halma, édité à Paris, 1819; et me dire, notamment, s'il existe encore dans le commerce de la librairie, ou s'il est épuisé?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 345).

La *Chronologie de Ptolémée* de Halma (Paris, A. Bobée, 1819) est un volume grand in-4° carré, d'environ 500 pages, comportant trois parties et jusqu'à huit paginations différentes.

La première partie (83 pages) comprend des dissertations assez mauvaises de Halma sur la Chronologie, et la troisième (244 pages) une traduction de divers Mémoires d'Ideler, qui seuls donnent du prix au volume. La seconde partie (154 pages) comprend, avec traduction française médiocre, le texte grec (mal établi) du *Canon des règnes* et des *Phases des fixes* de Ptolémée, ainsi que l'*Introduction aux phénomènes* de Geminus.

Le volume est épuisé en librairie, mais il n'est pas rare de le

Question 1677 (I., T. VII, p. 193) de G. de Rocquigny.

La proposition suivante est-elle exacte? « Si n est impair et plus grand que l'unité, la somme des deux triangulaires

$$\frac{(3^n-2)(3^n-1)}{2}+\frac{3^n(3^n+1)}{2}$$

est toujours un nombre composé. »

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 352).

La somme des deux triangulaires dont les côtés sont 3^n-2 et 3^n est égale à $3^{2n}-3^n+1$, et si n est impair et égal à $2m+1$, on a identiquement

$$3^{4m+2}-3^{2m+1}+1=[(3^m+1)3^{m+1}+1][(3^m-1)3^{m+1}+1].$$

Question 1644 (I., T. VI, p. 221) de E. N. Barisien.

On sait que le limaçon de Pascal est un ovale de Descartes. Je désire savoir si la définition des foyers de l'ellipse que les rayons vecteurs sont des fonctions rationnelles, etc., est applicable au limaçon.

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 361).

La propriété que le rayon vecteur issu d'un foyer est une fonction rationnelle des coordonnées est applicable à la courbe

$$\rho=a\cos\omega\pm b,$$

ceux-ci ont trois foyers en général, mais dans le limaçon de Pascal deux de ces foyers sont confondus en un seul, au pôle; l'autre foyer est sur l'axe, à une distance du pôle égale à $\frac{a^2-b^2}{2a}$, à l'intérieur de la bouche pour le limaçon proprement dit $(b < a)$, à l'extérieur de la courbe dans le limaçon sans nœud $(b > a)$; enfin, dans le cardioïde $(b = a)$, les trois foyers sont confondus au pôle. En coordonnées bipolaires focales l'équation du limaçon est

$$au - bv = \frac{a^2-b^2}{2}.$$

Dans son *Aperçu historique* (2e édit., p. 352), Chasles commet une erreur en disant que, lorsque deux foyers d'un ovale cartésien se confondent, la courbe a toujours un nœud.

[Voir plus haut question 1634 d'Archibald, réponse de Tannery, p. 372.]

Question 1783 (I., T. VII, p. 83) de H. Brocard.

Les limites du dix-neuvième siècle. — A l'occasion d'une discussion qui dure depuis huit ans dans le *Journal de Hoffmann*, au sujet de l'*an zéro* et de la date à laquelle finira le dix-neuvième siècle, l'éditeur a signalé (t. XXXI, p. 18; 1900) l'existence d'une lettre de Gauss où il est dit que notre siècle a dû commencer le 1er janvier 1800, et qu'il n'y a que les hommes vétilleux pour affirmer qu'il a commencé le 1er janvier 1801.

Pourrait-on retrouver le texte de cette lettre?

Réponse de Paul Tannery (I., T. VII, p. 383).

Je n'ai pas la date exacte de la lettre de Gauss, mais c'est une des lettres à Bolyai qui ont été publiées en 1899, et elle doit

« Der letzte December, der wenigstens der letze Tag sein wird, wo wir Siebzehnhundert nennen (wenngleich mikrologische Ausleger das Ende des Jahrhunderts noch ein Jahr weiter hinaussetzen)... »

QUESTION 1843 (I., T. VII, p. 159) de Jean Baptiste.

On rencontre dans les auteurs *monome* et *monôme*, *binome* et *binôme*, etc. L'accent circonflexe sur la finale est-il justifié par l'étymologie? Faut-il dire *binomial* ou *binominal*, *polynomial* ou *polynominal*?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. VII, p. 389).

Les Grecs avaient une expression classique, signifiant *de deux noms*, pour désigner la somme d'un terme rationnel et d'un terme irrationnel. Cette expression a été traduite, au Moyen âge, sous la forme latine *binomium*, dont le mot *binome* est la transcription, quoiqu'il ait pris un sens différent. Les mots semblables ont été forgés par analogie, mais pour *monome* et *polynome*, avec juxtaposition fautive d'une racine grecque à la racine latine. J'ignore qui a mis ces deux mots en circulation, et il serait intéressant de le savoir. Au dix-septième siècle, on a dit, plus régulièrement, au lieu de *polynome*, *multinomium* en latin, *multinomie* en français. En tout cas, l'accent circonflexe sur la finale n'est nullement justifié par l'étymologie, et la prononciation correspondante ne l'est guère davantage. Enfin, comme *binome* peut être pris adjectivement, je ne vois point qu'il soit utile de dire, soit *binomial*, soit *binominal*; la seconde forme paraît plus régulière, mais les deux peuvent se défendre.

QUESTION 1499 (I., T. VI, p. 100) de Paul Tannery.

D'un texte latin attribué à Hygin, mais en réalité d'origine et de date inconnues, j'ai tiré la formule suivante, pratiquement assez satisfaisante pour le calcul approximatif de la longueur A d'un arc de cercle, en fonction de la corde c et de la flèche f $\left(f < \frac{c}{2}\right)$

$$A = c + \frac{11}{8}\left(\sqrt{c^2 + 4f^2} - c\right).$$

Je désirerais savoir : 1° Si elle figure parmi les formules approximatives connues ; 2° S'il y en a ou s'il peut y en avoir une meilleure pour le même degré de simplicité.

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. VII, p. 413).

La réponse de M. Escott est entachée de fautes de calcul, et ne satisfait point la question que j'ai posée. En désignant, comme il le fait, par 2A la valeur approximative donnée, par la formule que j'ai indiquée, pour l'arc de cercle de rayon 1, corde c, flèche f, demi-angle au centre x, cette formule revient à poser

$$A = \frac{11}{4}\sin\frac{x}{2} - \frac{3}{8}\sin x,$$

et l'on trouve en développant

$$A = x + \frac{x^3}{192} + \frac{37x^5}{15360} + \dots$$

approximation évidemment beaucoup plus satisfaisante, pour les petites valeurs de x, que celle des formules indiquées (1900,

une formule aussi simple en f et c (le rayon n'étant pas donné numériquement) et plus satisfaisante *pour tout l'ensemble du quadrant* $\left(\text{jusqu'à } x = \frac{\pi}{2}\right)$. Or, à première vue, les formules indiquées par M. Escott, et autres semblables, doivent être écartées pour x voisin de $\frac{\pi}{2}$.

[Cf. questions VI, 100, plus haut, p. 352.]

Tome VIII. — 1901.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

Question 2197 (T. VIII., p. 252).

Soient

$$A_1 = 0, \qquad A_2 = 0, \qquad \ldots, \qquad A_n = 0$$
$$B_1 = 0, \qquad B_2 = 0, \qquad \ldots, \qquad B_n = 0$$

les équations de $2n$ droites. Une affirmation de Descartes dans sa *Géométrie* revient à dire que l'équation de toute courbe de degré n peut se mettre sous la forme

$$A_1 A_2 \ldots A_n + \lambda B_1 B_2 \ldots B_n = 0,$$

effective d'une équation de courbe du plus bas degré possible ne satisfaisant pas à la condition indiquée : 1° En supposant que les droites sont toutes *réelles*; 2° En supposant qu'elles peuvent être, soit rejetées à l'infini, soit imaginaires.

[Cf. réponse de Aubry, T. VIII, p. 336; voir répliques de Paul Tannery, T. IX, p. 83, et de Aubry, X, 108.]

QUESTION 2223 (T. VIII, p. 276).

Dans la *S. M.* (IV, p. 92) est mentionnée, à la date du 15 décembre 1875, la communication à une note du comte Léopold Hugo, sur la *Géométrie pan-imaginaire à* $\frac{l}{m}$ *dimensions*. Dans les *C. R.* de 1875 (T. LXXXI, p. 1262) se trouve une indication analogue, qui ne contient d'ailleurs pas davantage le moindre détail sur la conception de Léopold Hugo. Je désirerais savoir, si elle a quelque valeur, et en général, si quelque mathématicien a émis, dans le même sens, une idée viable; ce dont je suis, pour ma part, assez porté à douter.

QUESTION 2224 (T. VIII, p. 276).

On admet d'ordinaire implicitement qu'un segment de droite AB est égal au segment BA, ou, autrement, que l'égalité de

déterminé). Je ne vois point pourquoi on ne distinguerait de tout autre le postulat sur lequel j'appelle l'attention. J mets bien qu'il rentre dans ce qu'on nomme le *principe d'ho généité de l'espace*; mais la question est précisément, me sem t-il, de savoir quels sont au juste les postulats distincts composent cette notion assez vague d'homogénéité.

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

QUESTION 1903 (I., T. VII, p. 266) de G. Eneström.

Nonobstant les recherches de plusieurs savants, par exemple Bon pagni (*Almanacco; Giorn. degli eruditi e curiosi*, t. III, p. 208-222; et Steinschneider (*Ueber das Wort Almanach*, *B. M.*, p. 13-16; 1888) gine du mot *Almanach* est encore douteuse, et l'on n'a pu indiquer jus aucun auteur qui s'en soit servi notoirement avant Prophatius Ju (1300). Il est vrai que Boncompagni a signalé un passage d'un écrit de de la Mirandola d'où il semble résulter que le mot *Almanach* a été em antérieurement à l'année 1300 par Guido Bonatti, et M. Steinschne appelé l'attention sur deux manuscrits (ms. Lund n° 644 à Oxford Cambr. Univ. n° 1935), dont les titres nous font croire que ce mot en usage au treizième siècle, mais ses conclusions ne sont encore qu blématiques.

Un autre indice (non signalé autant que je sache) de l'emploi du m *manach* au treizième siècle, se trouve dans l'édition de l'ouvrage *Op tium* (écrit vers 1267) de Roger Bacon (1214-1294) publiée en 18 J. S. Brewer; en effet, le chap. XI de cette édition contient le passag vant : « Sed hæ tabulæ vocantur Almanach vel Tallignum (!), in semel sunt omnes motus cœlorum certificati a principio mundi us finem, sine quotidiano labore. » Le mot *Tallignum* est sans dou mauvaise lecture pour *Taccuinum*, c'est-à-dire *Calendrier*. On deman nouvelle recherche sur l'usage du mot *Almanach* antérieurement à P tius Judæus.

Réponse de Paul Tannery (T. VIII, p. 31).

Le manuscrit 1767 de l'Université de Cambridge porte, au folio 57 verso, la mention : *Tabula ad sciendum in quo loco sit Sol in iniciis mensium, accepta ab almanac anni 1299*. Cette mention, de date certaine, est la plus ancienne que j'aie rencontrée dans un texte latin. Mais il ne faut pas oublier que le mot ἀλμενιχιακά se trouve dans la lettre de Porphyre à Anòbo (Eusèbe, *Prép. év.*, t. III, 4, 1). A quelle époque qu'il soit arrivé dans l'Occident latin, le mot *almanach* est donc d'origine, non pas arabe, mais égyptienne.

Question 1994 (I., T. VII, p. 406) de H. Brocard.

Au mot *Géométrie* du *Dictionnaire d'Archéologie égyptienne* (Paris, Imprimerie Nationale, 1875), M. P. Pierret s'exprime ainsi :

Le British Museum vient d'acquérir un Papyrus qui semble bien répondre à cet ordre d'idées (il s'agit d'une assertion de Diodore de Sicile). C'est, dit M. Birch, tout à la fois un traité de géométrie, de mesurage et d'arithmétique. On attend impatiemment la publication de ce document, qui, pour la première fois, nous permettra d'apprécier la manière dont les Égyptiens traitaient les Sciences exactes. »

Je demande à titre de renseignement, si ce papyrus a été publié, comme cela est probable, et dans quel recueil il a été traduit ou analysé.

Réponse de Paul Tannery (T. VIII, p. 127-128).

Le papyrus dont parlait en 1875 M. Pierret est le papyrus Rhind, qui a été publié, traduit en allemand et commenté par Eisenlohr en 1877 (*Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter*, Leipzig, Hinrich) et qui est longuement analysé dans le pre-

Question 2028 (T. VIII, p. 38) de G. de Rocquigny.

A qui doit-on les locutions : *nombres pairement pairs*, *pairement impairs*, *impairement pairs*, *impairement impairs*, les nombres étant classés pour le module 4 ?

Dans quel ouvrage ces expressions ont-elles paru pour la première fois ? Les nombres $4M + 2$ sont dits *impairement pairs* par Lucas et *pairement impairs* par Bachet (A. Labosne). Qui a raison ?

Réponse de Paul Tannery (T. VIII, p. 237).

Les expressions *pairement pair*, etc., se trouvent déjà dans Euclide (VII, déf.). Elles signifient simplement pour lui que le nombre peut être considéré comme produit d'un facteur pair (impair) par un facteur pair (impair). Il distingue donc en fait les nombres pairs en nombres :

A. *Seulement pairement pairs*, c'est-à-dire de la forme 2^n.

B. *A la fois pairement pairs et pairement impairs*, c'est-à-dire de la forme $2^n(2p+1)$ $(n > 1)$.

C. *Seulement pairement impairs*, c'est-à-dire de la forme $4p+2$.

Il n'emploie pas l'expression *impairement pair*, qui pour lui serait synonyme de *pairement impair* ; du moins la définition de l'*impairement pair* paraît interpolée. L'*impairement impair* (impair non premier) est défini, mais n'apparaît point dans les propositions.

Nicomaque et par suite Boèce, ainsi que toute la tradition du Moyen âge, suivent une nomenclature un peu différente. Ils appellent respectivement *pairement pairs* et *pairement impairs* les

QUESTION 2039 (T. VIII, p. 58) de H. Brocard.

Les sciences chez les Arabes. — Les historiens sont d'accord pour attribuer aux Arabes une influence réelle et décisive sur le progrès des mathématiques (Géométrie, Algèbre, Trigonométrie), de l'Astronomie, de la Chimie, et d'autres sciences. Comment se fait-il que cette influence ait cessé depuis si longtemps de se manifester?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. VIII, p. 244-45).

Il n'est point tout à fait exact que les historiens soient d'accord pour attribuer aux Arabes une influence *réelle et décisive* sur le progrès des sciences [*voir* en particulier Hankel, *Zur Geschichte Mathematik*, 1874, p. 223 et suiv. (Leipzig, Teubner), qui donne une Note très juste]. En tout cas, ce qu'on appelle la *science arabe* a exclusivement fleuri sous la protection de souverains orientaux, entichés d'Astrologie (ce qui réclamait toutes les mathématiques) et ayant grand besoin de médecins en raison de leur vie voluptueuse. Le personnel savant a été recruté dans les races conquises (Syriens, Iraniens, etc.), et même parmi les sujets infidèles (juifs, chrétiens, sabéens). Au contraire, le mouvement scientifique a toujours été antipathique au clergé musulman, et les Arabes proprement dits y sont restés réfractaires, aussi bien que les races turques qui, peu à peu, sont devenues de plus en plus considérables dans l'ancien Empire arabe, par rapport aux vieilles populations. Seuls, quelques princes mongols ou mongolisés, comme Houlagou et Oloug-Beg, ont repris la tradition des Abbassides et provoqué des renaissances bril-

Quelle est l'origine du mot *moment* en mécanique? Quel auteur l'a employé le premier? Dans quel ouvrage?

Réponse de Paul Tannery (T. VIII, p. 263).

Les Grecs appelaient ῥοπή la tendance des graves à descendre (d'où chez eux ἰσορροπία, équilibre). Cette tendance, dans le cas de suspension des graves, est donnée comme proportionnelle tant au poids qu'au bras du levier, aussi bien dans les *Mécaniques* dites d'*Aristote* que dans le Commentaire d'Eutocius sur l'*Équilibre des plans* d'Archimède, tandis qu'Archimède lui-même ne met pas ce concept en évidence. La traduction d'Eutocius par Commandin, en 1506, introduisit, comme équivalent du mot grec, le terme latin *momentum* comme expression technique. Mais le développement de la notion, en dehors du cas des forces parallèles, est dû à Galilée, qui l'étendit d'abord à la théorie des machines simples (dans les *Mécaniques*, leçons rédigées vers 1593 et publiées pour la première fois, traduites en français, par Mersenne en 1634), puis la généralisa pleinement en introduisant en même temps, le premier, un principe équivalent de fait à celui des vitesses virtuelles, dans son *Discorso intorno alle cose che stanno in sù l'acqua*, etc. (1612), ouvrage dont l'importance théorique a été trop négligée.

Question 1906 (T. VII, p. 268) de G. Eneström.

S'appuyant sur une indication de G. J. Vossius (*De Universæ mathesios natura et constitutione*, p. 179; Amsterdam, 1650), on fixe d'ordinaire l'année de la mort de Sacrobosco à 1256 (*voir* par exemple Cantor, *Vorlesungen*

über Geschichte der mathematik, t. II, 1, p. 80; Leipzig, 1892). Mais M. P. Tannery a fait observer récemment (voir *le Traité du quadrant de Maître* ROBERT ANGLÈS, p. 23; Paris, 1897) que le vers d'où Vossius a tiré cette date ne se rapporte pas à la mort de Sacrobosco, mais à l'achèvement de son *Computus*. Du reste, M. Tannery est porté à interpréter le vers assez obscur

M Xristi bis C quarto deno quater anno

comme indiquant 1244 et non 1256. Est-ce qu'il y a quelques renseignements authentiques sur l'année de la mort de Sacrobosco?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. VIII, p. 263-265).

Au sujet du vers assez obscur qui donne la date du *Computus*, l'auteur de la réponse (1901, 199) donne le renseignement utile que l'interprétation 1256 remonte à Élie Vinet, mais il n'aurait pas dû l'appeler *Santon* (l'épithète *Santon* signifiant *né en Saintonge*). D'autre part, il trouve étrange que l'interprétation 1244 n'ait été proposée par aucun des savants qu'il cite, et dont il aurait aisément pu grossir la liste; c'est qu'il n'a pas observé comment, en pareille matière, l'un copie l'autre, et malheureusement bien d'autres inadvertances ou erreurs plus graves ont été de même propagées par l'autorité de G.-I. Vossius, dont l'Ouvrage sur les Mathématiques devrait singulièrement entacher la réputation, si ce n'était point un travail sénile et posthume (*cp.* NESSELMANN, *Die Algebra der Griechen*, p. 10).

En tout cas, ce n'est point moi, comme la rédaction de M. Eneström le laisserait croire, qui ai le premier proposé l'interprétation 1244. Dans l'*Histoire littéraire de France* (t. XIX, p. 2; 1838) que je citais, Petit-Radel déclarait la question posée, et,

Au reste, en 1897, j'admettais encore avec Petit-Radel, sur la foi de Vossius (ou Vinet?), que le vers en question était, avec deux autres, gravé sur le tombeau de Sacrobosco au cloître des Mathurins, tandis qu'une autre face du tombeau aurait porté les quatre vers sans date de l'épitaphe publiée par Riccioli et autres. Mais je crois maintenant pouvoir fournir une preuve du contraire [*cp.* ma question 1987 (1900, 404) (ce volume p. 367)].

Dans son Histoire de l'Université de Paris, le consciencieux Boulay (IV, à l'*Index rerum*, *v. Joannes de Sacrobusto*) dit : « Universitas Parisiensis ejus funeri justa impendit et publico luctu posuit in Claustro Maturinorum, ubi sepultus est anno 1340. Ejus tumulo, qui hodie adhuc visitur, inscriptum est astrolabium cum hoc Epitaphio... (suivent les quatre vers sans date)... Lelandus putat eum floruisse superiore seculo anno 1240; sed credo reponendum 1340. »

Ce passage ne peut évidemment s'expliquer que si Boulay avait entre les mains un document, aujourd'hui perdu, daté de 1340, et que si le tombeau ne présentait aucune date contradictoire. Il faut d'ailleurs entendre sans doute qu'en 1340 l'Université fit placer aux Mathurins (lieu ordinaire de ses réunions) une pierre tombale (plutôt qu'un tombeau proprement dit) dans le cloître, en l'honneur du maître dont les Ouvrages étaient désormais classiques et dont la tradition marquait là la sépulture.

J'ajoute encore que Wallis, dans son *Algebra* (éd. de 1693, p. 12) affirme expressément qu'un manuscrit d'Oxford contenait une rédaction du *Computus* de Sacrobosco datée de 1235. Si Leland (mort en 1552), a eu connaissance de deux rédactions (1235 et 1244), il n'a certainement pas mal placé en 1240 la *floraison* de Sacrobosco, sur lequel il a été le premier à donner

une Notice. Son grand Ouvrage *de Rebus britannicis* n'a, il est vrai, été imprimé qu'en 1715, mais Boulay a dû avoir connaissance de son opinion par le *Catalogus* de Bâle (1557).

Enfin j'ai examiné, il y a déjà longtemps, chez le prince Boncompagni, les *Vies des mathématiciens* de Baldi; mais il n'y a rien à tirer de la courte Notice qui y est consacrée à Sacrobosco, pas plus que de la plupart des autres Vies inédites de l'auteur italien.

[Cf. T. IX, 275-277, H. Brocard, importante communication.]

QUESTION 1923 (T. VII, p. 308) de H. Bosmans.

Cantor dit, dans ses *Vorselungen über Geschichte der mathematik* (2ᵉ éd., t. II, p. 605), que Viète publia en 1594 le *Responsum ad Problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus*. J'ai, d'autre part, sous les yeux une édition de 1595 (Parisiis, apud Jamettum Mettayer, Typographum Regium. In-4° de 4 p. non ch.; 26 p. ch. 1-13 au rᵒ seul; 6 p. non ch.). Y a-t-il eu deux éditions successives de cet ouvrage en 1594 et en 1595?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. VIII, p. 265).

Le *Responsum* de Viète au problème d'Adrien Romain n'a bien été publié qu'en 1595 (vers le milieu de l'année). Mais c'est en octobre 1594 que le problème fut proposé à Viète et résolu immédiatement par lui. Voir *François Viète*, par Frédéric Ritter, Paris, 1895 (Dépôt de la *Revue occidentale*).

QUESTION 2049 (T. VIII, p. 62) de E. Vigarié.

RÉPONSE de Paul Tannery (T. VIII, p. 288).

En dehors d'un *Lehrbuch der Chronologie*, réédité à Berlin en 1883, et qui reste un des meilleurs Ouvrages sur la matière, Ideler a publié nombre de Mémoires chronologiques, surtout dans la *Monatliche Correspondenz* de Zach. Dans sa *Chronologie de Ptolémée*, Paris, 1819 (*voir* I. M., 1900, 245), Halma a traduit les *Remarques de M. Ideler sur les levers et couchers des étoiles d'après Ptolémée* (20 p. in-4°); les *Recherches historiques sur les observations astronomiques des anciens* (183 p., Ouvrage publié par Ideler en 1806, à Leipzig); le *Mémoire sur l'ère des Arabes* de 1813 (17 p.) et le *Mémoire sur les formes de l'année julienne usitées chez les Orientaux*, de 1817 (35 p.). C'est à l'ensemble de cette publication que Francœur me paraît renvoyer.

QUESTION 2097 (T. VIII, p. 133) de H. Brocard.

D'après la formule du rayon de courbure $\frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}$, ce rayon ne peut changer de signe qu'en passant par l'infini pour $y''=0$. Il n'est pourtant pas exact que le rayon de courbure soit toujours infini de part et d'autre d'un point d'inflexion, comme cela arrive dans la sinusoïde et la tangentoïde. Mais si la courbe a par exemple la forme d'une coupe évasée à branchet paraboliques ou à branches hyperboliques, le rayon de courbure sera infini au point d'inflexion pour la région de l'arc médian, mais il sera fini à distance finie pour tout point des arcs paraboliques ou hyperboliques. Il résulterait donc de là que la développée d'une courbe algébrique pourrait admettre des points d'arrêt. Le cas se présenterait par exemple pour la courbe

$$y=\frac{x}{a}\sqrt{x^2-a^2}.$$

ÉPONSE de Paul Tannery (T. VIII, p. 298-9).

oient OX l'axe de symétrie de la courbe; A le sommet; B, B′ points d'inflexion; DBD′, EB′E′ les normales Δ, Δ′ en ces ts, où le rayon de courbure est infini; ces deux normales les asymptotes de la développée. Soient enfin BC, B′C′ deux arcs paraboliques. (Le lecteur est prié de faire la fi- e.)

ela posé, la développée me paraît naturellement formée des nents suivants :

Deux branches hyperboliques *ab*, *ab′*, asymptotes aux tes Δ, Δ′ avec rebroussement en *a* sur OX;

Deux branches hyperboliques *cd*, *c′d′*, asymptotes aux tes Δ, Δ′, mais partant de deux points *c*, *c′* de rebrousse- t, correspondant à deux minima du rayon de courbure des paraboliques BC, B′C′;

Deux branches paraboliques *ce*, *c′e′* partant des points de rebroussement ci-dessus définis.

our la courbe proposée dans l'énoncé, il y a effectivement minimum de rayon de courbure aux points *c*, *c′*, tandis que ayon de courbure est infini des deux côtés de la courbe aux ts B, B′.

UESTION 2128 (T. VIII, p. 186) de Lucien Lévy.

ago énonce que la semaine était inconnue des Grecs et qu'elle n'a pé- é chez eux que dans le troisième siècle de notre ère. Il ne se porte

Cette question est amplement débattue dans l'*Astrologie grecque* de Bouché-Leclercq (Paris, Leroux, p. 477-486; 1899). Il conclut que la semaine astrologique (c'est-à-dire la période de sept jours dénommés d'après les sept planètes dans l'ordre traditionnel) a été inventée au plus tôt dans le second siècle avant notre ère. Elle s'est répandue au cours du premier, comme superstition populaire, en particulier dans le monde romain. Varron semble encore l'ignorer, mais des écrivains du temps d'Auguste la connaissent déjà. Le premier auteur grec qui en parle, Dion Cassius, au troisième siècle de notre ère, affirme qu'elle est relativement récente, qu'elle vient d'Égypte, que les Romains l'ont déjà adoptée comme une coutume nationale et qu'elle s'implante chez tous les peuples. Dès le cinquième siècle avant notre ère, les Grecs (Héraclite, fr. 4A Diels) connaissent une semaine non périodique (le quartier de la Lune, compté pour sept jours), peut-être empruntée aux Chaldéens. Dès le troisième siècle au moins, ils ont aussi évidemment connu, sans l'adopter, la semaine juive, périodique, mais non planétaire. Il est à peu près assuré désormais que l'Égypte pharaonique n'a pas eu de semaine périodique; l'assyriologie n'est relativement pas assez avancée pour prononcer la même affirmation touchant les anciens Chaldéens; mais aucun document n'autorise jusqu'à présent la thèse contraire.

Question 1951 (T. VII, p. 334) de Nester.

La propriété mentionnée à la question 1644 (1899, 221) et qui est celle-ci : (« On sait que le limaçon de Pascal est un ovale de Descartes. Je désire sa-

voir si la définition des foyers de l'ellipse que les rayons vecteurs sont des fonctions rationnelles, etc., est applicable au limaçon. ») A-t-elle lieu pour les ovales de Cassini et pour la lemniscate de Bernoulli?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. VIII, p. 316).

Si l'équation d'une courbe est exprimée en coordonnées bipolaires u, v, la distance des pôles étant c, et la projection sur l'axe du rayon vecteur u étant x, on a

$$2cx = v^2 - u^2 - c^2.$$

Il suit de là que si u^2 et v^2 sont fonctions rationnelles l'une de l'autre, x sera fonction rationnelle, soit de u, soit de v, et que les pôles seront deux foyers. C'est le cas pour les ovales de Descartes, de Cassini, etc.

Au contraire, pour que u et v soient rationnels en x, il faut et il suffit que l'on pose

$$v = \frac{1}{2}\left[c\varphi(x) + \frac{c+2x}{\varphi(x)}\right],$$

$$u = \frac{1}{2}\left[c\varphi(x) + \frac{c+2x}{\varphi(x)}\right],$$

$\varphi(x)$ étant une fonction rationnelle de x, et que l'on élimine x entre ces deux équations. Mais les ovales précitées ne peuvent s'obtenir de cette façon.

QUESTIONS DE PAUL TANNERY

Question 2262 (T. IX, p. 5).

(*Voir* question 508, t. II, p. 93; réimprimée t. VIII, p. 308.)

J'ai rencontré l'indication bibliographique suivante : Dasypodius, *Dictionarium mathematicum*, in-8°, Argentorati, 1575. Je désirerais avoir des renseignements sur cet Ouvrage qui serait le plus ancien dictionnaire mathématique connu.

[Cf. T. IX., p. 112, réponse de G. Eneström.]

Question 2300 (T. IX, p. 67).

Dans les colonies ou dans les pays de protectorat français d'Extrême-Orient ont cours, encore actuellement, des années spéciales intéressantes au point de vue de l'histoire de l'Astronomie.

L'*Annuaire du Bureau des Longitudes* ne pourrait-il pas donner sur ces années au moins les renseignements qu'il fournit pour celles des musulmans ou des juifs?

Question 2376 (T. IX, p. 170-171).

Fermat (*Œuvres*, t. I, p. 397), dans un texte resté inédit jusqu'à ces derniers temps et qui ne paraît jamais avoir appelé l'attention des mathématiciens a posé le problème suivant :

De combien de manières peut-on décomposer le rapport $\frac{n+1}{n}$ *en un produit de* k *rapports de la même forme?*

Il a noté, comme à proposer à tous les mathématiciens de son temps, le cas : $n = 8$; $k = 10$.

Le problème général ne semble pas susceptible d'une solution analytique ; sur des nombres particuliers, il peut être résolu par un tâtonnement méthodique, puisque le nombre des décompositions est évidemment limité. Par exemple, pour l'exemple choisi par Fermat, ces décompositions sont comprises entre celle qui donne les facteurs les plus voisins en valeur numérique :

$$\frac{9}{8} = \frac{90}{89} \times \frac{89}{88} \times \frac{88}{87} \times \frac{87}{86} \times \frac{86}{85} \times \frac{85}{84} \times \frac{84}{83} \times \frac{83}{82} \times \frac{82}{81} \times \frac{81}{80},$$

et celle qui donne les facteurs les plus éloignés :

$$\frac{9}{8} = \frac{9+1}{9} \times \frac{9^2+1}{9^2} \times \frac{9^4+1}{9^4} \times \frac{9^8+1}{9^8} \times \frac{9^{16}+1}{9^{16}} \times \frac{9^{32}+1}{9^{32}} \times \frac{9^{64}+1}{9^{64}} \times \frac{9^{128}+1}{9^{128}} \times \frac{9^{256}+1}{9^{256}} \times \frac{9^{512}}{9^{512}-1}.$$

Mais déjà, dans ce cas, la longueur des calculs est excessive.

Dans ces conditions, il me semble que ce serait un *sujet d'étude* neuf et intéressant que de rechercher les propositions générales qui sont applicables à ce mode de décompositions, et d'examiner en particulier les cas correspondant aux valeurs les plus faibles de k.

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

QUESTION 2073 (T. VIII, p. 108) de H. Braid.

bri quatuor; de meteoroscopiis libri sex; nunc primum studio et diligentia, JOACHIMI RHETICI *in lucem editi.* 4°, Cracoviæ, 1507. Y a-t-il quelque probabilité que ce dernier renseignement soit exact? Si les savants auteurs se trompent, comment ont-ils été induits en erreur?

RÉPONSE de Paul Tannery (I. T. IX, p. 76).

La date d'édition, 1507, donnée par Houzeau et Lancaster, est évidemment erronée, puisque l'éditeur prétendu, Rhéticus, a vécu de 1514 à 1577. Mais on peut supposer une faute d'impression; 1507 serait, par exemple, une transposition de 1570. Dans ce cas, il n'y a pas d'impossibilité à ce que cette édition de Cracovie ait été réellement publiée, quoique l'Ouvrage soit certainement introuvable en France et paraisse l'être également en Allemagne. On sait en effet qu'à partir de 1542, Rhéticus posséda le manuscrit de Werner (mort en 1528) et, qu'avant son décès, il avait eu à Cracovie des relations assez étroites pour que ses propres papiers y fussent déposés (chez un imprimeur?). D'autre part, si en fait les cinq livres *de Meteoroscopiis*, avaient déjà été édités par Werner lui-même à Nuremberg en 1522, leur mention, comme publiés pour la première fois dans le volume de Cracovie, confirme plutôt qu'elle n'infirme la véracité de l'indication de Houzeau et Lancaster. Malheureusement ces auteurs ne marquent point leurs sources, ce qu'on devrait toujours faire en bibliographie.

QUESTION 2221 (T. VIII, p. 275) de H. Braid.

Manitius a publié en 1894 chez Teubner, à Leipzig, une nouvelle édition des Commentaires d'Hipparque sur Eudoxe et Aratus. Dans la préface l'au-

teur annonce qu'il prépare une étude sur les écrits d'Hipparque. Cette étude a-t-elle paru ? Dans la négative, je demande si l'on possède encore soit en grec, soit dans une traduction arabe, des écrits manuscrits et inédits d'Hipparque ? Je ne parle naturellement pas de fragments tels que ceux qui nous ont été conservés par Strabon et Ptolémée. (*Voir* par exemple : *Die Geographische Fragmenten des Hipparchs*..., von Hugo Berger. Leipzig, Teubner ; 1869, in-8°.)

RÉPONSE de Paul Tannery (mars 1902, T. IX, p. 85).

Manitius n'a pas encore fait paraître l'étude qu'il a annoncée sur les écrits d'Hipparque. En dehors des commentaires sur les Phénomènes d'Aratus, il n'existe en grec aucun écrit de l'astronome bithynien ; les Arabes ne semblent avoir eu sous son nom que des décrits astrologiques, entre autres un *De secretis astrorum*, probablement apocryphes. Il en existe des débris dans un texte latin (*voir* FABRICIUS, *Bibl. gr.*, éd. Harles, t. IV, p. 31), et peut-être dans des textes grecs. Mais à cet égard il faut attendre le dépouillement des manuscrits astrologiques, que poursuivent M. de Cumont et ses collaborateurs.

QUESTION 2232 (T. VIII, p. 279) de Guimaraes.

On lit dans le Livre de DUTENS, *Origine des découvertes attribuées aux modernes*, 3° édition, p. 249 ; Londres, 1736 :

« Nunes (*Nonius*) est de la même opinion, et dans l'*Histoire de l'Algèbre* il regrette que les anciens nous aient caché la méthode dont ils faisaient usage et dit *qu'il ne faut pas penser que la plupart des propositions d'Euclide et d'Archimède aient été trouvées par ces grands hommes de la même manière qu'ils nous les ont transmises eux-mêmes.* »

on ne trouve pas la phrase latine dont Dutens fait mention, ce qui est évident, le Livre ayant été écrit en espagnol.

Probablement on a fait une traduction ou un résumé, en latin, du Livre de Nunes, et c'est à cette traduction que Dutens se rapporte.

Un correspondant peut-il me donner quelque indication sur cette brochure latine?

Réponse de Paul Tannery (I., T. IX, p. 85). — *Sur un Ouvrage de Nonius.*

Le fait que Dutens ait donné une phrase latine comme tirée de l'Algèbre de Nonius (qu'il marque expressément comme publiée en espagnol) ne me semble pas suffisant pour prouver qu'il disposait d'une traduction latine de cette Algèbre. Dutens a pu lui-même traduire la phrase en question, pour éviter de faire une citation en espagnol. De son temps, on n'y regardait pas de si près.

Question 2241 (T. VIII, p. 309) de H. Brocard.

Quelles solutions entières ou rationnelles admet l'équation

$$x^3 + 3x^2y + 6xy^2 + 2y^3 = 1,$$

signalée par M. E. Landau (rép. 1360, 1901, 147)?

Réponse de Paul Tannery (I., T. IX, p. 283-4).

Cette équation est susceptible d'une infinité de solutions rationnelles. Posons, en effet,

après division par y (solution $y = 0$, $x = 1$), l'équation devient

$$(2) \qquad (z^3 + 3z + 2)y^2 - 3(z^2 + 1)y + 3z = 0.$$

Pour que y soit rationnel, il faut et il suffit que le déterminant de l'équation (2) soit un carré α^2, et l'on a une double solution

$$y = \frac{3(z^2 + 1) \pm \alpha}{2(z^3 + 3z + 2)},$$

avec la condition

$$(3) \qquad 9 - 24z - 18z^2 - 3z^4 = \alpha^2.$$

Mais d'après la méthode de Fermat, on peut, après la solution immédiate de l'équation (3), avoir :

$$z = 0, \qquad \alpha = +3, \qquad y = \frac{3}{2}, \qquad x = -\frac{1}{2},$$

en obtenir une infinité d'autres.

Pour la première, on posera

$$\alpha = 3 - 4z - \frac{17}{3}z^2,$$

d'où

$$z = -\frac{102}{79}, \qquad \alpha = \pm\frac{8001}{6241},$$

et la double solution

$$y_1 = -\frac{572118}{496219}, \qquad x_1 = \frac{329653}{496219},$$

$$y'_1 = -\frac{1656393}{[illegible]}, \qquad x'_1 = \frac{1502635}{[illegible]},$$

en disposant les coefficients de sorte qu'il ne subsiste que les termes en u^3 et u^4. Et ainsi de suite.

Question 1905 (T. VII, p. 267) de G. Eneström.

Dans le Mémoire *Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15 Jahrhundert* (Zwickau, 1887), M. Wappler a publié (p. 11-30) un Traité manuscrit d'Algèbre de la fin du quinzième siècle, qui est identique (Cf. *B. M.*, p. 52; 1899) à un Cours professé en 1486 par Johannes Widmann à l'Université de Leipzig. Dans ce Traité, l'auteur parle (Wappler, *loc. cit.*, p. 27) d'un « Apporisma conversum » et il ajoute : « Hoc apporisma invenit *Ysak filius Salomonis ut dicitur in geometria* ». En rapportant ce passage dans ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (2e édit., t. II, p. 247), M. Cantor a fait observer que le procédé dont il s'agit concorde exactement avec une méthode exposée sous le nom de *regula sermonis* dans le *Liber augmenti et diminutionis... quem Abraham compilavit* publiée par Libri, dans l'*Histoire des Sciences mathématiques en Italie* (t. I, p. 304-371). D'autre part, comme il n'y a aucun lieu de croire que ce dernier Traité soit la source citée dans le Cours de Widmann, il serait intéressant de savoir s'il existe quelque Traité de Géométrie composé avant la fin du quinzième siècle et attribué à un auteur Isak ben Salomo. M. Cantor a appelé l'attention (*loc. cit.*, p. 247) sur deux auteurs portant ce nom, savoir Isak ben Salomo Israëli (mort vers 950) et Isak ben Salomo ben Zadik ibn Alchadib (mort peu de temps après 1429), mais (cf. Steinschneider, *B. M.*, p. 25; 1895) le premier n'a guère composé aucun écrit mathématique et, parmi les Ouvrages du dernier mentionné par M. Steinschneider dans la *B. M.*, p. 3-7, 37-38; 1899, il n'y a aucun Traité de Géométrie.

Quel est l'auteur Isak ben Salomo cité dans le cours de Widmann?

Réponse de Paul Tannery (I., T. IX, p. 300).

La question me paraîtrait aujourd'hui devoir être posée différemment et comme suit : Widmann, dans un écrit de 1486, cite comme auteur d'une règle un *Isak filius Salominis*, *ut dicitur in*

géométrie, que Widmann aurait vue, mais qu'il était mentionné au sujet de cette règle dans un Traité de Géométrie connu à l'époque de Widmann (et peut-être composé par lui). C'est ce Traité qu'il s'agirait de retrouver, s'il n'est pas définitivement perdu.

D'autre part, la règle en question se trouve, sous le nom de *Iob filius Salominis*, dans un *Liber augmenti et diminutionis* (c'est-à-dire d'algèbre) publié par Libri. Le probable est donc qu'il y a eu quelque part une erreur dans la transcription du nom, et que ce *Iob* et cet *Isak* sont un même personnage. Contrairement aux indications de Libri, Suter (*Abh. z. Gesch. der Math.*, 1900, p. 216) admet aujourd'hui que le *Liber augmenti et diminutionis* a été composé par un Arabe, non par un Juif, et dans la *B. M.* (t. II, p. 45) j'ai, d'après un manuscrit de Paris, indiqué pour *Iob* (Iacob?) *filius Salominis* le surnom de divisor (el Faradi?) qui prouve bien qu'il s'agit d'un Arabe (probablement d'Espagne).

[Cf. t. X, 159.]

QUESTION 2269 (I., T. IX, p. 7) de G. de Rocquigny.

Si

$$b^2 + c^2 = a^2 \qquad \text{et} \qquad \beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$$

peut-on avoir

$$a^2 + \alpha^2 = A^2 ?$$

RÉPONSE de Paul Tannery (T. IX, p. 308-309).

La réponse publiée (I., T. IX, p. 189) ne donne pas toutes les solutions ni le moyen de déterminer les plus petites. Pour

d'abord qu'il n'en contienne qu'un, soit

$$r = \varphi^2 + \psi^2, \qquad \text{d'où} \qquad r^2 = (\varphi^2 - \psi^2)^2 + (2\varphi\psi)^2.$$

Pour que chacun des carrés composants soit décomposable à son tour en deux carrés, il faut maintenant et il suffit que l'un des deux nombres φ et ψ, et en même temps l'un des deux autres $\varphi + \psi$ et $\varphi - \psi$, contienne un facteur premier de la forme $4n + 1$. On peut dès lors procéder méthodiquement à la recherche des nombres premiers r satisfaisant à la condition posée; on trouvera ainsi, par exemple, qu'il y en a 34 inférieurs à 1000 sur 80 de la même forme, et que le plus petit (correspondant à $\psi = 5$, $\varphi + \psi = 13$) est 89. Et en effet

$$89^2 = \underbrace{64^2 + 48^2}_{80^2} + \underbrace{36^2 + 15^2}_{39^2}.$$

Mais on a des nombres plus petits si A contient au moins deux facteurs premiers de la forme $4n + 1$. Dans ce cas, en effet, il y a toujours deux décompositions possibles si ces facteurs sont différents ; elles se réduisent à une seule si les facteurs sont égaux.

Soit, en effet,

$$A = mrs, \qquad \text{avec} \qquad r = p^2 + q^2,$$
$$s = p_1^2 + q_1^2.$$

Posons

$$p^2 - q^2 = u, \qquad 2pq = v,$$
$$p_1^2 - q_1^2 = u_1, \qquad 2p_1q = v_1.$$

Ce qui entraîne

$$r^2 = u^2 + v^2 \qquad \text{et} \qquad s^2 = u_1^2 + v_1^2.$$

On aura

$$A^2 = \underbrace{m^2u^2u_1^2 + m^2v^2u_1^2}_{m^2r^2u_1^2} + \underbrace{m^2u^2v_1^2 + m^2v^2v_1^2}_{m^2r^2v_1^2}$$

et aussi

$$A^2 = \underbrace{m^2u^2u_1^2 + m^2u^2v_1^2}_{m^2s^2u^2} + \underbrace{m^2v^2u_1^2 + m^2v^2v_1^2}_{m^2s^2v^2}.$$

Les valeurs minimées de A sont : 25 pour deux facteurs égaux ($r = s = 5$) et 65 pour deux facteurs inégaux ($r = 13$, $s = 5$) :

$$25^2 = \underbrace{9^2 + 12^2}_{15^2} + \underbrace{12^2 + 16^2}_{20^2}$$

et

$$65^2 = \underbrace{48^2 + 20^2}_{52^2} + \underbrace{36^2 + 15^2}_{39^2} = \underbrace{48^2 + 36^2}_{60^2} + \underbrace{20^2 + 15^2}_{25^2}.$$

QUESTION 2361 (I., T. IX, p. 143) de G. Maupin.

La première édition de la *Géométrie* de Port-Royal est-elle de 1657 ou de 1667 ? N'a-t-elle pas circulé en manuscrit avant 1657 ?

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. IX, p. 323-4).

La première édition de la *Géométrie* dite de *Port-Royal* est de 1667 (à Paris, chez Charles Souvreux). La seconde (chez Guillaume Desprex) est de 1683. L'une et l'autre portent simplement le titre : *Nouveaux éléments de Géométrie*, *contenant*, *etc.*, sans autre allusion à Port-Royal que ces mots de Préface :

« On voit assez par là qu'il n'estoit pas difficile à l'auteur de

… lequel se donne comme n'ayant fait que prendre l'Ouvrage des mains de l'auteur, pour le donner au public.

L'auteur serait Antoine Arnaud (ce dont témoigne déjà Leibniz); c'est également Arnaud qui prit la plus grande part à la rédaction de la *Logique* de Port-Royal, parue en 1662. Celle de la *Géométrie* put être commencée vers la même époque, mais en tout cas après 1657. Le passage de la Préface reproduit ci-dessus ne peut en tout cas être invoqué comme preuve que le manuscrit ait circulé avant l'impression.

Je serai personnellement très aise de connaître la circonstance sur laquelle repose la conjecture de l'auteur de la question.

Question 2406 (I., T. IX, p. 206) de H. Braid.

On sait qu'au sujet du Traité de Viète : *De æquationum recognitione et emendatione* (Paris, Laquehay, 1615), il existe encore quelque incertitude sur le départ qu'il faut faire entre ce qui appartient en propre à Viète et ce qu'on doit attribuer à Anderson, son éditeur.

Le manuscrit de la Bibliothèque Nationale de Paris [nouv. acq. lat., 1644 (Libri, 1201)] fournit-il quelques éclaircissements sur ce sujet?

Réponse de Paul Tannery (I., T. IX, p. 329).

J'ai collationné, il y a déjà longtemps, le manuscrit Bibl. Nat. lat. n. a. 1644, avec l'édition de 1646 pour les deux Traités qu'il contient. Les différences sont exclusivement d'ordre typographique; les plus importantes concernent les notations de Viète, généralement beaucoup moins abrégées dans le manuscrit

que dans l'édition. J'ai donné quelques détails à cet égard dans le *B. D.* (1896, p. 209-210); j'y ai également dit que le manuscrit est une copie ancienne (pas plus de la main d'Anderson que de celle de Viète). Cette copie est passablement incorrecte et plusieurs fautes grossières (par exemple, *vocum* au lieu de *vitium*, p. 134, l. 12 en rem., de l'édition de 1646) se retrouvent dans le texte imprimé. Si l'on regarde comme vrai le récit d'Anderson, il faut admettre que cette copie représente sa rédaction définitive, d'après les brouillons de Viète. Il est difficile d'aboutir à une conclusion plus précise. Je ferai remarquer en tout cas que le manuscrit contient en marge, de plusieurs mains différentes, des corrections et des annotations qui n'ont pas passé dans le texte imprimé; quelques-unes paraissent de l'écriture d'Anderson, qui est connue par des notes sur l'exemplaire du Diophante de Bachet qui est à la Sorbonne. Enfin le manuscrit précité contient, au commencement, un court fragment sur la solution de l'équation du troisième degré, que je crois aussi d'Anderson; à la fin, au contraire, un brouillon de Viète pour un théorème de l'*Harmonicon cœleste*. Quant aux écrits attribués à Viète dans le manuscrit lat. n. a. 1643 (qui est d'une autre main que le 1644), ils me paraissent suspects à divers titres.

QUESTION DE PAUL TANNERY

[illegible] une équation

(1) $$F(x, y, v) = 0,$$

et la relation

(2) $$y^2 + (v - x)^2 = s^2.$$

En éliminant y entre (1) et (2), on aura une équation (3) entre x, v, s. On prend la dérivée (4) par rapport à x, en considérant v et s comme constantes. On élimine ensuite v et s entre les équations (1), (2), (4), et l'on arrive à une équation (5) entre x et y.

Peut-on trouver une signification géométrique intéressante de l'équation (5)?

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

QUESTION 2372 (I., T. IX, p. 145) de N. J. Hatzidakis (Athènes),

Plusieurs langues, d'origine différente, conservent encore des restes, plus ou moins nombreux, du système *vigésimal* : tel est le français [quatre-vingts, quinze-vingts, etc.], le danois [fyrretyve, tresindstyve, firsindstyve, halvfems-(indstyve), etc. tyve = vingt], l'albanais, etc. On trouve en outre, dans l'*Histoire* de Cantor, que les indigènes de la Nouvelle-Zélande (New-Sçaland) ont le nombre 11 pour base du système numérique.

Je voudrais des renseignements sur les points ci-dessous :

1° Pourrait-on expliquer le phénomène de l'existence du système vigésimal dans des langues *tout à fait* différentes (français, danois, albanais) autrement que par l'hypothèse très vraisemblable d'ailleurs, que les systèmes

doigts de l'homme, qui, n'ayant pas assurément alors de chaussure, avait *sous ses yeux toujours* ses vingt doigts, et que ce n'est que depuis que le pied a été couvert et pour ainsi dire négligé, que le système décimal (dix doigts de la main) a paru ?

2° Les restes du système vigésimal en français, n'étant pas d'origine romane ni allemande, pourraient être d'origine celtique. Dans les langues celtiques d'aujourd'hui : le *breton*, le *gaélique*, etc., les retrouve-t-on ?

3° De même, comme le système vigésimal en danois n'est pas probablement d'origine *germanique* (aucune langue germanique ne s'en sert, ni même le norvégien, identique *au fond* avec le danois), de quelle origine est-il ?

Même demande pour l'albanais.

4° Comment expliquer le système *undécimal*, unique au monde, des originaires de la Nouvelle-Zélande ? Est-ce que l'on a compté d'abord les *cinq doigts de l'une des mains, ensuite la tête et après les cinq doigts de l'autre main?*

Réponse de Paul Tannery (I., T. X, p. 29-30).

Sur le prétendu système de numération undécimale des Néo-Zélandais, je me contenterai de faire remarquer, après Hankel (*Zur Gesch. de Math.*, 1874, p. 19), que la donnée de Pott (*Die quinäre und vigesimale Zählmethode*, 1847, p. 75) est trop peu garantie pour mériter confiance.

Quant aux restes d'un système vigésimal, ils apparaissent bien aujourd'hui dans le bas-breton comme en français. Mais ceci ne peut prouver que ce système aurait une origine celtique; car il faudrait retrouver des textes bretons anciens qui contiennent les locutions dont il s'agit, et il est peu vraisemblable qu'on en puisse trouver. Dans l'état actuel de nos connaissances, on peut tout aussi bien admettre que ces locutions ont été introduites par les Danois en Normandie, et qu'elles ont passé de là aux Français d'une part, aux Bretons de l'autre.

systèmes numéraux de *tous* les peuples ont été d'abord vigésimaux. La fausseté de cette hypothèse résulte immédiatement de ce que les peuples, sauvages actuellement, qui ne dépassent pas 10 ou 20 en comptant, qui n'ont donc pas, à proprement parler, de système de numération, passeront directement, par l'influence des peuples civilisés, au système décimal. Le phénomène dont résultent les traces en question peut d'ailleurs tenir à diverses causes, en dehors de celle qu'indique M. Hatzidakis, et il se peut qu'il ait apparu en divers points sous l'action de ces causes, sans avoir aucunement été général. Le degré de civilisation qui amène le besoin d'un système de numération a pu exister chez des peuples marchant pieds nus, tandis que des sauvages peuvent vivre chaussés, comme les Esquimaux.

En particulier, pour la France, les locutions dont il s'agit ne me paraissent point suffisantes pour prouver l'existence ancienne d'un système vigésimal régulier. Il est à noter, en particulier, que s'il y a un exemple de *trois-vingts* (pour 60) au douzième siècle, il n'y en a pas pour *deux-vingts*. Les mots *quarante* et *soixante* étaient d'ailleurs usités dès le onzième siècle.

Je considère comme très possible que ces locutions aient une origine scripturaire, et non véritablement populaire. Il est en effet plus facile d'écrire $\overset{\text{XX}}{\text{IV}}$ (c'est ainsi que dans les anciens manuscrits on trouve écrit *quatre-vingts*) que d'écrire LXXX (cela expliquerait aussi pourquoi on n'a jamais dit *cinq-vingts*). Un motif qui a pu beaucoup contribuer à répandre cette façon d'écrire et de parler se trouve dans la division de la *livre* en *vingt sols*. Je suis même persuadé que c'est la pratique de cette division qui a fait maintenir les dernières traces

représente immédiatement pour nous trois francs et douze sous, tandis que *septante deux* représentait trois francs, cinquante centimes, plus deux sous, ce qui est plus complexe.

QUESTION 2473 (T. IX, p. 296) de H. BOSMANS.

L'*Expositio... quadraturarum circuli... P. Gregorii a S[to] Vincentio*, par Ainscom renferme (p. 108) un fragment d'une Lettre de Descartes qui n'est pas reproduit dans l'édition des *Lettres de Descartes* par Clerselier. Quel est le destinataire de cette lettre? Les éditeurs de la *Correspondance d'Huygens* (t. I, p. 457 et 458, en note) nomment Adrien Auzout; mais la chose paraît assez peu vraisemblable, vu la manière dont Ainscom se sert de cette lettre pour combattre Auzout (*Deductio*, p. 108).

RÉPONSE de Paul Tannery (T. X, p. 96). — *Sur le fragment de Lettre de Descartes conservé par Ainscom.*

Ce fragment a été recueilli sous le n° 583 de la *Correspondance* de Descartes, dans la nouvelle édition que je publie avec M. Charles Adam (p. 464-465 du Tome V qui paraîtra prochainement). On ne sait rien au sujet de cette Lettre, sinon ce qu'en a dit Ainscom. Elle a été écrite de Suède, c'est-à-dire du commencement d'octobre 1649 à la fin de janvier 1650. Dans l'éclaircissement de la nouvelle édition sur ce fragment, j'ai émis la conjecture que le destinataire était Schooten; celui-ci aurait, par courtoisie, envoyé à Grégoire de Saint-Vincent le passage qui le concernait. Dans une Lettre à Schooten du 9 avril 1849 (éd. Clerselier, t. III, p. 618), Descartes, répondant à une question de son correspondant, avait exprimé, sur l'Ouvrage du jésuite d'Anvers, le fond de sa pensée, en fait très dé-

ture du cercle de Saint-Vincent, et agacé par l'attitude des géomètres de Paris vis-à-vis de lui-même, il a très bien pu, sans contradiction, écrire le fragment en question à Schooten, en répondant à une nouvelle Lettre (perdue) de ce dernier, qui a au moins dû lui écrire en lui envoyant un exemplaire de l'édition latine de la *Géométrie*. Voilà les fondements de ma conjecture, mais je suis prêt à accueillir toute autre qui serait meilleure.

Question 2239 (T. VIII, p. 308) de H. Brocard.

Quels renseignements pourrait-on donner sur la date et le lieu de naissance et de décès de Joseph Chauvet, Champenois, lecteur et professeur ès mathématiques en l'Université de Paris; auteur (en 1585) de *La Pratique universelle de Géométrie* et de *La Pratique universelle de l'Arpenterie?*

Réponse de Paul Tannery (I., T. X, p. 163).

Dans le *Répertoire des Ouvrages pédagogiques du seizième siècle* (Paris, 1886) se trouvent indiqués les Traités qui suivent :

Méthodiques institutions de la vraie et parfaite Arithmétique, de Jacques Chauvet (Paris, Roger, 1585 et 1606).

La pratique universelle de Géométrie, de Jacques Chauvet, professeur de Mathématiques, contenant l'explication de son cosmomètre et de tous instruments géométriques, avec les figures. *Item*, la *Pratique de l'Arpenterie* (Paris, H. Thierry, 1585).

D'après ces indications, il n'y aurait qu'un seul Chauvet, et son prénom serait Jacques, et non Joseph.

Méthodiques institutions de la vraie et parfaite arithmétique de Jacques Chauvet, Paris, Ch. Roger, 1585, in-8°; Bibl. Nat.

QUESTION 2493 (I., T. IX, p. 320) de H. Brocard.

Dans l'Ouvrage intitulé : *Matériaux pour servir à l'histoire comparée des Sciences mathématiques chez les Grecs et les Orientaux* (Paris, F. Didot, 1845), M. L.-P.-E.-A. Sedillot dit (p. 367-368) que, dans le fragment d'algèbre extrait du manuscrit arabe 1104, f° 28, de la Bibliothèque royale, les équations cubiques sont résolues géométriquement.

« L'auteur de cet Ouvrage ne se nomme point, mais, comme il le dédie à un grand juge, il ne serait pas tout à fait impossible, d'après cette circonstance, d'avoir la date approchée de sa composition. »

Depuis la publication de ces lignes est-on parvenu à déterminer l'auteur et la date de ce fragment?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. X, p. 171).

Le fragment mentionné par Sédillot en 1845 a été publié par Woepcke à la suite de l'*Algèbre d'Omar Alkhayamî* (Paris, 1851), et les questions qui se rapportent à ce fragment y ont été éclaircies.

QUESTION 2415 (I. T. IX, p. 227) de Paulmier.

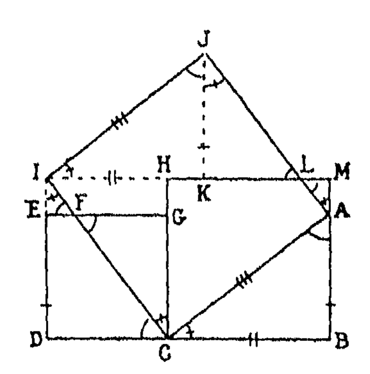
Y a-t-il un système de numération dans lequel le nombre figuré 1121 soit un cube parfait?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. X, p. 168). — *Analyse indéterminée.*

Or, il est évident que cette équation est impossible, sauf pour $x = 0$, parce que le premier membre est compris entre les deux cubes entiers consécutifs x^3 et $(x+1)^3$.

Question 2496 (I., T. IX, p. 321) de P. F. Teilhet.

Voici une esquisse de démonstration du Théorème dit *de Pythagore*. L'ensemble des deux carrés construits sur les côtés de l'angle droit est divisé par la construction même en éléments qui se superposent à des éléments correspondant au carré construit sur l'hypoténuse :



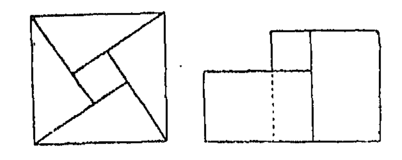
Le quadrilatère		ACHL	est une partie commune	
Le triangle		ABC	se superpose au triangle	JKI
—		ALM	—	IFE
—	ainsi obtenu	CDI	—	IHC
—	—	CFG	—	JLK

Cette construction a-t-elle été publiée ? Existe-t-il d'autres démonstrations analogues n'utilisant que les théorèmes connus sur les cas d'égalité des triangles, sans faire (*voir* 2303, **1902**, 68) intervenir la notion de surface équivalente ? Ne pourrait-on pas se servir de la démonstration précédente pour faciliter l'

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 172-173).

Comme analogues à la démonstration indiquée, et même plus simples, je puis citer :

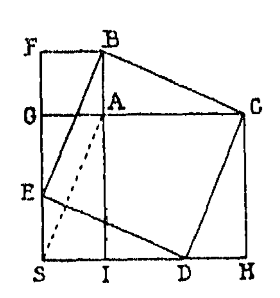
1° Celle du *Vija-ganita* de l'hindou Bhâskara, qui consiste seulement en ces deux figures, avec le mot : *Regarde!*



La seconde figure, somme des deux carrés des côtés, offre évidemment les mêmes surfaces que la première, carré de l'hypoténuse ; seulement, ces surfaces sont autrement disposées et les triangles de la première assemblés en rectangles.

2° Celle que donne Schooten dans ses *Exercitationis mathematicæ* (Leyde, 1657), p. 111. La démonstraiion de la page 59 est beaucoup moins élégante.

L'excès de la figure totale sur le carré de l'hypoténuse est

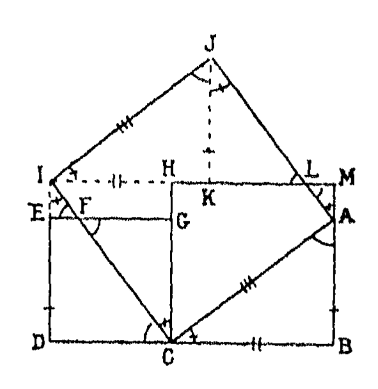


formé des trois triangles égaux entre eux BFE, ESD, DHC. L'excès de la même figure sur la somme des carrés des côtés est formé des trois triangles AGS, SIA, ABC, égaux entre eux et

$x = 0$, parce que le premier membre est compris entre les deux cubes entiers consécutifs x^3 et $(x+1)^3$.

Question 2496 (I., T. IX, p. 321) de P. F. Teilhet.

Voici une esquisse de démonstration du Théorème dit *de Pythagore*. L'ensemble des deux carrés construits sur les côtés de l'angle droit est divisé par la construction même en éléments qui se superposent à des éléments correspondant au carré construit sur l'hypoténuse :



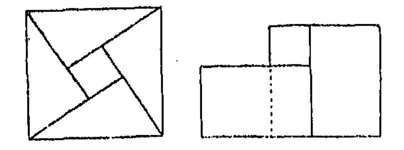
Le quadrilatère		ACHL	est une partie commune		
Le triangle		ABC	se superpose au triangle		JKI
—		ALM	—	—	IFE
—	ainsi obtenu	CDI	—	—	IHC
—	—	CFG	—	—	JLK

Cette construction a-t-elle été publiée ? Existe-t-il d'autres démonstrations analogues n'utilisant que les théorèmes connus sur les cas d'égalité des triangles, sans faire (*voir* 2303, **1902**, 68) intervenir la notion de surface équivalente ? Ne pourrait-on pas se servir de la démonstration précédente pour faciliter l'exposé de certains théorèmes sur les surfaces qui sont généralement placés dans les Cours avant la démonstration ordinaire du théorème du carré de l'

RÉPONSE de Paul Tannery (I., T. II, p. 172-173).

Comme analogues à la démonstration indiquée, et même plus simples, je puis citer :

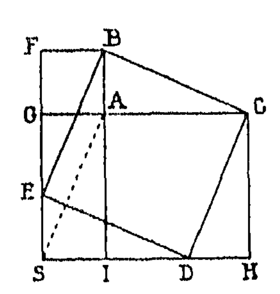
1° Celle du *Vija-ganita* de l'hindou Bhâskara, qui consiste seulement en ces deux figures, avec le mot : *Regarde!*



La seconde figure, somme des deux carrés des côtés, offre évidemment les mêmes surfaces que la première, carré de l'hypoténuse; seulement, ces surfaces sont autrement disposées et les triangles de la première assemblés en rectangles.

2° Celle que donne Schooten dans ses *Exercitationis mathematicæ* (Leyde, 1657), p. 111. La démonstraiion de la page 59 est beaucoup moins élégante.

L'excès de la figure totale sur le carré de l'hypoténuse est



formé des trois triangles égaux entre eux BFE, ESD, DHC. L'excès de la même figure sur la somme des carrés des côtés est formé des trois triangles AGS, SIA, ABC, égaux entre eux et

RÉPONSES DE PAUL TANNERY

Question 2794 (I., T. XI, p. 139-40) de A.-P. Ericsson.

On sait qu'Adalbold d'Utrecht adressa vers 999 au pape Gerbert Lettre *de ratione inveniendi crassitudinem sphaerae*[1]. L'auteur y soun Gerbert sa méthode pour évaluer le volume de la sphère en fonctio diamètre : elle consiste à prendre les $\frac{11}{21}$ du cube de ce diamètre. Co ses contemporains, Adalbold fait $\pi = \frac{22}{7}$: sa méthode revient donc à ploi de la formule $V = \frac{1}{6}\pi D^3$.

Pour arriver au but il affirme et *démontre* comme suit, en quelques que le volume de la sphère représente les deux tiers du volume du cyl circonscrit :

Ex hac enim forma (le cylindre) *non medietatem, ne in modum troc utraque parte acueretur, sed tertiam partem... tollere debemus ut spha undique expoliamus*[2].

Il semble peu probable qu'un homme comme Adalbold, *vir sui tem summus*[3], écrivant à son maître Gerbert, *Gerberto summo et pontifici losopho*, n'ait pas eu par devers lui une preuve, passable à ses yeux, de sertion qu'il émettait; d'autant plus que cette assertion forme la principale d'une découverte présentée comme *personnelle : Quare m esse videatur... non erit onerosum dicere.*

---

1. *Voir* Pez, *Thesaurus Anecdotum*, t. III; Migne, *Cursus Patrol* t. CXL; Gerbert, édition Olleris, p. 471. *Voir* aussi Cantor, *Vorlesu* 2e édition, t. I, p. 814.

2. Sur le sens exact de *trochus*, *voir* S. Jérome, *De Arte gymna* lib. III, cap. 8.

3. Waitz, *Monumenta Germaniæ*, Hist. Script., IV, p. 679.

que d'Archimède : on ne peut reconnaître cette dernière dans les mots *ne in modum trochi*... D'ailleurs, bien qu'il fasse usage de la valeur $\pi = \frac{22}{7}$, Adalbold *connaissait-il* le théorème d'Archimède relatif au rapport entre le cylindre et la sphère inscrite? Cela paraît très incertain. Gerbert, qui fut son maître, parle bien dans sa Géométrie de l'évaluation de la surface sphérique : *sphaerae aream colligere*, mais non de l'évaluation du volume. Il est assez naturel de juger ici des connaissances de l'élève par celles de son maître.

Cela étant, la question suivante se pose d'elle-même à propos du texte ci-dessus :

Quel est le raisonnement qui se cache sous le motif *vague et agéométrique* (MONTUCLA) mis en avant par Adalbold?

RÉPONSE de Paul Tannery (T. XI, p. 254-55).

La question suppose qu'au commencement du onzième siècle quelqu'un, dans l'Occident latin, était capable de faire un *raisonnement* géométrique. Je crois avoir péremptoirement établi le contraire (*voir* une *Correspondance d'écolâtres du onzième siècle* : Not. et Extr. des Mss., t. XXXVI, 1900), [plus haut, n° 10]; à cette date, nos pères n'avaient aucun modèle pour une démonstration géométrique, ne se doutaient pas de ce qu'elle pouvait être et étaient certainement moins avancés que les Grecs avant Pythagore. Ils considéraient et ne pouvaient considérer que comme *empiriques* les règles de calcul pratique transmises par les écrits des arpenteurs romains.

Celle qu'applique Adalbold d'Utrecht dans sa Lettre à Gerbert $\left(\text{calculer le volume d'une spère de diamère D en prenant } \frac{11}{21} D^3\right)$ se retrouve effectivement dans ces écrits (voir *Un nouveau texte des Traités d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus*, Not. et Extr. des

dans la *Géométrie* attribuée à Gerbert (éd. Olleris, 82 : *Circu*
incrassare si vis, etc.), bien que l'auteur de la question ne l'y
pas retrouvée. Quoique cette *Géométrie* ne soit pas en fait
Gerbert, il n'est donc pas douteux qu'Adalbold n'ait appris c
règle par une tradition écrite.

Il ne *démontre* nullement et ne cherche nullement à *démon*
que le volume de la sphère représente les deux tiers du vol
du cylindre circonscrit ; mais, après avoir posé la règle $V = \frac{11}{21}$
il fait la remarque qu'il en est ainsi, et c'est en cela seulen
que consiste l'originalité de sa Lettre ; cela prouve uniquen
ce que j'ai essayé de faire ressortir dans ma publication préc
à savoir qu'à cette époque les connaissances en Calcul éta
relativement beaucoup plus développées que les connaissa
en Géométrie.

Comment d'ailleurs Adalbold est-il conduit à cette remar
De la façon la plus simple : il a exposé que, pour le cercl
surface est $\frac{11}{14}D^2$; ce qu'il faut retrancher du carré pour
le cercle est donc proportionnellement beaucoup moins q
qu'il faut retrancher du cube pour avoir la sphère (presq
moitié). C'est ce qu'il veut chercher à expliquer ; s'il retra
du cube les $\frac{3}{14}$, il voit très bien intuitivement qu'il reste b
coup plus que la sphère, à savoir ce que nous appelons le *cy*
circonscrit ; n'ayant pas ce mot, il emploie celui de *forma*
(figure de boisseau). Puis, partant du volume de ce boisse
constate qu'il faut en retrancher le tiers pour avoir le vo

donné un résultat trop faible, mais il ne faut pas y chercher un indice pouvant faire croire qu'il se proposât de montrer qu'il fallait nécessairement en retrancher précisément le tiers, ni plus ni moins. A cet égard il n'a aucun *motif*, autre que la règle pratique qu'il connaît.

Je ne suis au reste nullement convaincu qu'Adalbold eût même été capable de prouver réellement que la sphère est supérieure en volume à la moitié du cylindre circonscrit, car précisément son langage me ferait supposer une erreur intuitive. Mais ceci n'a pas d'importance historique.

[Cette réponse 2794 a été reproduite t. V, p. 352-353 lorsque nous pensions les reproduire par ordre de matières.]

Question 2795 (I., T. XI, p. 141) du Dr Prompt.

On trouve dans Virgile un certain nombre de passages que renferment, au point de vue mathématique, les absurdités les plus évidentes. Les corrections sont très simples et très faciles. Il est donc naturel de supposer que l'on se trouve en présence d'erreurs introduites par les copistes. Cela a-t-il été signalé et étudié?

Pour fixer les idées, je poserai la question pour deux de ces fautes seulement. L'une est au Livre IV des *Géorgiques ;* elle doit être très ancienne, car elle existait déjà à l'époque de Columelle :

> Bis gravides cogunt fetus, duo tempora messis,
> Taygete simul os terris ostendit honestum
> Plias, et Oceani spretos pede reppulit amnis,
> Aut eadem *sidus fugiens* ubi Piscis aquosi
> Tristior hibernas cœlo descendit in undas.

Les Pléiades ne peuvent pas fuir devant les Poissons; elles les suivent au contraire, puisqu'elles sont à l'ouest de cette constellation; d'ailleurs le coucher des Pléiades nous reporte en *novembre*; c'est beaucoup trop

cher des Poissons, qui a lieu en octobre, et la correction se présente ainsi :

Aut tandem fugiens...
Tristius hibernas.....

L'autre faute est dans la huitième églogue :

Sparge, marite, nuces; tibi deserit Hesperus Œtam.

L'étoile du soir ne peut pas s'éloigner d'une montagne; elle ne peut que s'en rapprocher. De plus, celui qui parle est sur le mont Ménale, en Arcadie; il voit à l'est la Thessalie où se trouve le mont Œta. La correction est facile; c'est :

Tangit tibi Vesper Olympum.

Le mont Olympe d'Elide est en effet à l'ouest du mont Ménale.

Au reste, il y a un autre passage de la huitième églogue qui prouve qu'on se trouve en présence d'un texte altéré; c'est :

Certent et cycnis ululæ

Il n'y a rien de plus stupide que de faire du cygne un oiseau chanteur; d'ailleurs le cygne ne parle que le jour, et l'on ne peut pas le comparer à un oiseau de nuit.

Mais tout le passage est imité de Théocrite, et ici la correction est infaillible; c'est :

Certent lusciniis ululæ;

elle est donnée par Théocrite, qui dit :

κὴξ ὀρθῶν τοὶ σκῶπες ἀηδόσι γαρύσιντο

Le rossignol est, en effet, parmi les oiseaux qui ont une voix mélodique, le seul qui se fasse entendre la nuit.

Réponse 2795 (octobre 1904, I., T. XI, p. 255-6) de Paul Tannery. — *Difficultés astronomiques que présente l'explication de certains passages de Virgile.*

quité. Mais il est certain qu'il ne s'agit pas d'y remédier par des corrections arbitraires, en supposant, de la part des copistes, des altérations tout à fait différentes de celles qu'ils ont pu commettre.

En particulier, pour les vers 231-235 des *Géorgiques*, IV (ici transcrits), la question a été étudiée à fond par Denis Peteau, dans l'*Auctarium doctrinae temporum* (1630, p. 95 et suiv.) et il est parfaitement établi que Virgile y a bien prétendu indiquer le lever du matin, puis le coucher du soir des Pléiades, limites déjà indiquées par Aristote pour le travail des abeilles. Pline (XI, 46), insiste d'ailleurs sur l'existence d'un miel particulier, recueilli plus tard que les autres, entre l'équinoxe d'automne et le coucher des Pléiades, qu'il fixe au 11 novembre.

Il est incontestable dès lors que l'interprétation obvie du vers 234, à savoir que les Pléiades, à leur coucher, fuiraient la constellation du Poisson (dans ce cas, le Poisson Austral), non le signe des Poissons, n'est guère soutenable. On est donc en présence de deux alternatives : ou Virgile s'est trompé, par suite d'une confusion quelconque; ou il s'est exprimé d'une façon obscure et il faut chercher un autre sens que le sens obvie; si, par exemple, l'on remarque que Virgile dit *sidus hibernum* pour signifier simplement le temps de l'hiver, on peut très bien admettre que, dans le vers précité, il a voulu exprimer l'idée que les Pléiades se cachent pendant trois mois environ pour fuir la mauvaise saison, la période où le Soleil parcourt les signes soumis à l'influence pluvieuse du Poisson Austral (*sidus Piscis aquosi*).

Quant au vers Eclog. VIII, 30 : *tibi deserit Eesperus Œtam* : il a de même été expliqué de diverses façons plus ou moins satis-

Enfin, pour la légende qui fait du cygne un oiseau chanteur, si elle est absolument fausse, elle est tellement courante pour Virgile (le cygne de Mantoue) et pour les poètes de son temps qu'on ne peut songer à la bannir de leurs œuvres.

En résumé, pour la critique des textes anciens qui intéressent les sciences, même mathématiques ou astronomiques, on ne peut être dispensé d'observer les règles consacrées ; il ne suffit pas, pour prouver qu'un texte est altéré, de montrer qu'il contient une invraisemblance, il faut encore expliquer comment l'altération a pu se produire.

Question 2509 (janvier 1903, T. X, p. 12) de E. Lemoine.

Pourrait-on m'indiquer une Table, une formule, un moyen facile de
déterminer la correspondance des dates de l'ané atique anciène avec les
dates de l'ère crétiène et réciproquement ?

J'ai eu assez souvent le désir et la curiosité, en lisant certains auteurs
anciens come Pausanias qui relataient des faits istoriques anciens, de pou-
voir transformer leurs dates reportées à l'ané atique suivant la Cronologie
usuèle, car lorsque je lisais que tel fait avait eu lieu le 13 du mois de
boédrémion de la 68e olimpiade, j'aurais voulu rétablir une correspon-
dance avec la Cronologie à laquèle je suis abitué. J'ai été étoné de ne pas
trouver la solution de cète dificulté dans l'*Annuaire du Bureau des Longi-
tudes*, mine si précieuse et si abondante de renseignements dont la con-
naissance peut intéresser les savants.

Une Table assez peu étendue n'indiquant par exemple que la date pré-
cise (en ère vulgaire) du premier jour de la première ané de chaque olim-
piade depuis la première, l'an 776 avant J. C., jusqu'à l'an 2000 par exem-
ple, Table acompagnée de quelques lignes d'explication de l'ané atique
et la Cronologie grecque, serait évidemment fort utile aux istoriens, aux
numismates, à ceux qui s'ocupent d'épigrafie, etc., et augmenterait encore
le rayon d'action scientifique de l'admirable outil de travail que constitue
l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*.

Réponse de Paul Tannery (T. XII, p. 40-42).

Il est actuellement impossible d'établir une correspondance effective entre le calendrier attique et le calendrier julien ou le grégorien.

Théoriquement, le calendrier attique était soumis aux deux conditions suivantes : 1° le jour des Athéniens commençant au soir, chaque mois aurait dû commencer au premier soir où une nouvelle lune devenait visible (néoménie vraie); 2° l'année aurait dû commencer à la première néoménie vraie après le solstice d'été.

En pratique, au sixième et au cinquième siècles avant notre ère, les Athéniens faisaient alternativement les mois pleins (de 30 jours) et caves (de 29). Lorsque le désaccord avec la Lune s'accentuait, ils y remédiaient en intercalant des jours supplémentaires, très probablement sans règles fixes. Il est probable que cette intercalation se faisait en transformant en mois cave un mois plein; mais nous ignorons même si régulièrement tel mois attique devait être plein ou cave. Quant à l'accord avec le Soleil, les Athéniens paraissent avoir suivi une période de huit ans (octaétéride) d'après laquelle ils intercalaient un mois (entre le sixième et le septième de leur année) chaque troisième, sixième et huitième année de cette période. Quand le désaccord apparaissait, ils supprimaient une intercalation, cela également sans règles fixes.

En 432, Méton proposa sa période de dix-neuf ans; mais on ignore comment il répartissait, dans cette période, soit les mois intercalaires, soit les jours intercalaires. On ne sait pas davantage si ou quand les Athéniens adoptèrent réellement le cycle de Méton au lieu de l'octaétéride, ni comment ils se comportè-

sur le degré de concordance avec le Soleil), plus une incertitude de quelques jours (ignorance sur le degré d'accord avec la Lune). Pour trois ou quatre dates seulement de ce calendrier attique, il y a une correspondance exactement établie avec le calendrier Julien (d'après des éclipses et des témoignages fournis par Ptolémée). De plus, d'après certaines inscriptions relatives à des calculs d'intérêt ou à la durée des prytanies[1], on peut déterminer si certaines années ont été effectivement intercalaires, et parfois de combien de jours exactement telle année a été composée. Mais les données ainsi réunies sont tout à fait insuffisantes pour établir une concordance rigoureuse, même pour une courte période.

Il faut ajouter qu'un grand nombre de dates, pour les temps d'Alexandre et de ses successeurs, quoique données en style attique par les auteurs anciens, sont en réalité des dates du calendrier macédonien, qui était lunisolaire comme celui des Athéniens, mais dans lequel les intercalations se faisaient autrement, en sorte que tel mois macédonien peut, suivant les années, correspondre à tel mois attique, au précédent ou au suivant. Les auteurs qui nous ont transmis les dates en question, ayant suivi des correspondances fixes, mais différentes entre les mois attiques et les mois macédoniens, ont ajouté de nouvelles certitudes chronologiques à celles qu'offrait par lui-même le calendrier attique.

Enfin, les Byzantins, à partir du treizième siècle, se sont avisés de reprendre les noms des mois attiques, dont ils ne

1. L'année était divisée en dix prytanies, dont la durée était, autant que possible, égalisée; pendant chacune d'elles, les magistrats, appelés prytanes, étaient tirés d'une tribu déterminée.

mois attiques désignent simplement des mois romains (par exemple, hécatombéon, premier mois attique = janvier), et cela d'après des systèmes différents suivant les différents auteurs. Des dates de ce genre se retrouvent jusque dans les souscriptions de manuscrits du seizième siècle.

En résumé, il n'y a actuellement rien à faire pour l'établissement d'une correspondance générale et exacte entre le calendrier attique et le calendrier Julien. Toute tentative dans ce sens ne ferait qu'augmenter la confusion, comme il arrive toutes les fois qu'on pose comme certain ou suffisamment approché ce qui est tout à fait incertain.

ADDITIONS

Les numéros 4, 18 et 22 du tome VI de ces Mémoires : (4, *Une lettre inédite de Campanella;* 18, *Une lettre de Reneri à Mersenne;* 22, *Lettres inédites adressées au Père Mersenne*), ne contiennent pas les textes signalés; ils ne sont que des indications et renvoient à la Correspondance du Père Mersenne, dont Paul Tannery avait projeté une édition que nous nous efforçons de réaliser.

Je me décide à publier ces trois articles en addition dans ce volume pour ne pas laisser perdre les commentaires de Paul Tannery qui n'auraient peut-être pas trouvé place dans la correspondance de Mersenne.

Dans le plan qu'il avait conçu, et que lui seul peut-être eût pu mener à bien, les correspondants de Mersenne auraient été groupés par région. Un seul groupe, celui des savants Bordelais, a été publié en partie avec un préambule qui fait connaître la raison d'être et les avantages de cette classification. Obligés dans notre édition de Mersenne (voir plus haut p. 186) de nous résigner, M. de Waard et moi, à l'ordre chronologique, j'ai voulu que ne fût pas perdue cette page où mon mari a affirmé avec tant de force et de justesse l'importance de la vie régionale et des savants secondaires que l'histoire générale a laissés de côté. C'est pourquoi je reproduis (n° 24) cet article des *Annales internationales d'Histoire.*

UNE LETTRE INÉDITE DE CAMPANELLA

La lettre qui suit se trouve autographe à la Bibliothèque nationale de Paris, MS. fr. n. a. 6205, page 186. On connaissait déjà le fait que Campanella, encore détenu à Naples, s'était cependant créé des relations en France (comme aussi en Allemagne) et qu'il avait notamment fait présenter à la Faculté de Théologie de Paris (en novembre 1622) un de ses ouvrages manuscrits[1]. Mais on ignorait, je crois, cette circonstance que la seconde rédaction de la première partie de sa Métaphysique[2] circulât également à Paris et qu'elle y eût excité assez d'intérêt pour que le P. Mersenne ait eu l'idée de la faire imprimer, projet qui au reste ne devait pas aboutir. Je n'ai pu trouver aucun renseignement précis sur le comte de Château-Villain, qui aurait été en France le principal dépositaire des écrits de Campanella ; il doit avoir été le

dernier représentant d'une branche d'Avaugour, qui posséda le comté en question, avant son acquisition par le maréchal de Vitry. J'ignore également quel est l'*Illustrissimus Ligonensis* mentionné dans la lettre de Campanella : peut-être faut-il lire *Lingonensis*; Château-Villain étant dans le diocèse de Langres, Campanella a pu se servir de cette expression pour désigner son principal correspondant.

Adm(odum) R(everendo) P(atri) fratri Marino Merseno ordinis Minim(orum) Theologo doctissimo S(alutem) P(lurimam).

Heri accessit ad me Adm. R. P. fr. Antonius Rengolius quæritans an tres epistolas Adm. R(everen)dæ Paternitatis tuae præteritis mensibus acceperim. Miratus sum atque unà gavisus : scripseram enim ad Ill(ustrissim)um Comitem Castellivillani, qui mihi nunciaverat quemdam Patrem ex ordine S. Francisci Paulani onus suscepisse edendorum Metaphysicorum meorum, ut renunciaret quis esset ille Pater, ut possim meis epistolis sollicitare et monere quæ oportuisset. Sed nec ab ipso Comite, nec a Patre Paulano deinde epistolium recepi ullum, et quidem mirabar valde contristabarque simul. Nunc laetor quidem quod non amicorum et patronorum socordia sed itineris iniuria aut tabellariorum infidelitate ita accidisse intelligo. Obsecro igitur Præstantiam tuam venerabilem ut dignetur scribere fideliori tramite, qualiter P. Rengolius edixerit, et, si adhuc prælo non data est prima Metaphys. pars, exspectetis a me correctiorem illam et secundam tertiamque. Similiter et alios commentarios, quos indidem ad Academiam Sorbonicam et ad Ill(ustrissim)um Ligonensem pridem transmisi, puto te habere vel ut obtineas a Comite patrono meo te etiam atque

S. Francisco continua ...

Neapoli die 20 7^{bris} 1624.

Frater Thomas Campanella
ordinis prædicatorum.

Rescribe statim et
p(er) ord(inis)[2] tabellarios.

Meo nomine Comiti Castelvillani
salutem dices, omniaque quæ
ad te scribo communicabis.

Adresse. Al Molto R^{do} pro fra Marino
Merseno Theologo dell' $ord.^{e}$ di
S. $Franc^{co}$. di Paolo p. osser.
in Francia.

1. Ici un mot griffonné illisible, peut-être rayé.
2. Peut-être ord(inarios).

(Extrait de *Archiv für Geschichte de Philosophie,* VIII,
Band 3, Heft 1895.)

N° 23. — 1896.

UNE LETTRE DE RENERI A MERSENNE

Dans sa préface de *La Vie de Monsieur Descartes* (1691), Baillet écrit (p. XXVI) :

« Les RR. PP. Minimes de la Place Royale ont bien voulu permettre de leur côté que l'on consultât les lettres manuscrites de divers Sçavans de l'Europe au Père Mersenne, qui se gardent en plusieurs volumes dans leur Bibliothèque, et que l'on en recueillit tout ce qu'on pourroit raporter à M. Descartes. »

De fait, dans ses deux Volumes, Baillet cite, avec plus ou moins de précision, diverses de ces lettres ; elles se retrouvent toutes aujourd'hui en original, sauf trois exceptions, dans les trois tomes de la Correspondance de Mersenne, entrés à la Bibliothèque Nationale de Paris avec le fonds Libri-Ashburnham et classés sous les n^{os} franç. nouv. acq. 6204, 6205, 6206. Voici au reste le relevé des citations de Baillet dont il s'agit, avec l'indication du volume manuscrit[1] et de la page où se trouvent

pour Mersenne faite pour Bannius (da-
tée d'Harlem, février 1638) .... C, 300-303.

2. Bannius à Mersenne, du 17 avril 1639 (Baillet, II, 17) .... C, 338-339.

3. Beeckmann à Mersenne, du 7 octobre 1631 (Baillet, I, 52, II, 451) .... C, 173-174.

4. Chanut à Mersenne, du 21 mars 1648 (Baillet, II, 346) .... A, 362-365 (manque).

5. Desargues à Mersenne, du 4 avril 1638 (Baillet, I, 339, 350, 389) .... A, 252-255 (manque).

6. Huebnerus à Mersenne, du 19/29 août 1641 (Baillet, II, 138, l'appelle *Huetner*) .... C, 228-231.

7. Huygens père à Mersenne, du 7 avril 1642 (Baillet, II, 157, dit *Chr. Huyghens*) ... C, 3-4.

8. Huygens père à Mersenne, du 16 août 1644 (Baillet, II, 248, dit *Chr. Huyghens*) ... C, 9-12.

9. Huygens père à Mersenne, du 21 août 1646 (Baillet, II, 292, 299, dit *Chr. Huyghens*) .... C, 13-16.

10. Huygens père à Mersenne du 12 sept. 1646 (Baillet, II, 297, dit *Chr. Huyghens*) ... C, 5-8.

11. Huygens père à Mersenne, du 6 avril 1648 (Baillet, II, 299, 380, dit *Chr. Huyghens*) .... C, 31-34.

12. Kircher à Mersenne (Baillet, II, 284.) Lettre datée de Rome, le 10 mars 1648) .. A, 105-108.

13. Letenneur à Mersenne, 1648 (Baillet, II, 375 : *Le Tanneur*). Faisait partie du tome IV, aujourd'hui perdu.

14. Maignan à Mersenne, du 17 juillet 1648 (Baillet, II, 379) .... A, 512-513.
15. Meliand à Mersenne, du 10 juillet 1644 (Baillet, II, 217 : *Mélian*) .... B, 414-415.
16. Reneri à Mersenne (Baillet, II, 12 à 14). C, 101-102.
17. Rivet à Mersenne, du 29 avril 1638 (Baillet, II, 49, 69)..................... C, 188-191.
18. C. Thibaut à Mersenne, du 3 juin 1648 (Baillet, II, 300, 325)................ A, 161-164.
19. Verdus à Mersenne (Baillet, II, 346). Billet sans date, écrit de Paris.......... B, 446-447.

Deux renvois de Baillet montrent que la pagination actuelle des tomes manuscrits était déjà marquée de son temps. Le catalogue des lettres, en tête du tome A (catalogue dressé sous la Révolution, semble-t-il) signale la lettre 4 (de Chanut) comme ayant été imprimée et manquant. La letre de Desargues (5), qui présentait un très grand intérêt pour l'histoire des mathématiques, ne doit au contraire avoir été détachée du volume que par Libri[1]. Comme, d'autre part, on ignore comment les trois tomes étaient tombés entre les mains du célèbre bibliomane, tout indice manque, pour rechercher le quatrième, qu'il a déclaré perdu.

La confusion faite par Baillet entre Christiaan Huygens et son père Constantyn est des plus étranges et elle entache presque tout ce qu'il dit de l'un et de l'autre. En tout cas, des cinq lettres ci-dessus mentionnées de Constantyn à Mersenne, les éditeurs de la *Correspondance de Huygens* ont publié (*Œuvres com-*

6 avril 1648 (p. 564). Il n'en reste donc que deux inédites (nos n°s 7 et 9).

J'ai, d'autre part (*Bulletin des Sciences Mathématiques*, février 1895, pages 34-37), [voir *Mémoires Scientifiques*, T. VI, n° 15, p. 285], publié le billet de Verdus, où l'on voit que cet élève de Roberval, peu satisfait des explications de son maître sur l'algèbre de Descartes, s'était adressé à un autre professeur, Chauveau. La mention que Baillet fait de cette lettre semblerait certainement indiquer un sujet tout autre.

Ces deux exemples semblent prouver que l'on ne doit pas se fier absolument à Baillet quand il fait usage de lettres manuscrites; cependant, malgré les erreurs incontestables qu'il a commises en écrivant la Vie de Descartes, et quoiqu'il ait travaillé trop vite, on ne peut nier qu'il ne se soit, en général, montré historien consciencieux et de bon jugement, que les nombreuses analyses qu'il donne des lettres imprimées de Descartes ne soient très suffisamment exactes.

C'est qu'il y a, en somme, une grande différence entre le travail sur des pièces manuscrites, et celui sur des œuvres imprimées. Dans le second cas, il est aisé de relire à plusieurs reprises; dans le premier, on est porté à se contenter d'une lecture plus ou moins rapide et de notes prises sous la première impression.

Il y a donc, je crois, toujours intérêt à publier les pièces restées manuscrites qui ont servi aux historiens, que cette publication doive d'ailleurs infirmer ou au contraire confirmer ce qu'ils ont écrit. Je choisis aujourd'hui comme exemple, la lettre ci-après de Reneri[1] à Mersenne.

1. Sur ce premier disciple de Descartes, voir Monchamp, *Histoire du Cartésianisme en Belgique*, Bruxelles, Hayez, 1886.

Cette lettre n'est pas datée ; elle doit nécessairement être placée entre l'apparition du *Discours de la Méthode* (juin 1637), et la mort de Reneri (mars 1639). Baillet, qui l'a longuement analysée, la suppose implicitement de l'automne de 1638. Cette date est admissible à la rigueur, mais on pourrait la reculer d'un an. Reneri était en tout cas, depuis 1636, professeur de philosophie à Utrecht.

Il ne semble pas, au reste, avoir jamais correspondu réellement avec Mersenne ; car on n'a pas d'autre lettre de lui au Minime, et celle-ci a été remise, comme recommandation, à un jeune Hollandais allant à Paris. C'est plutôt à Gassend, comme on sait, que Reneri adressait ses lettres en France.

J'ai à peine besoin d'ajouter que je publie littéralement et telle quelle cette lettre, dont le latin est assez peu élégant et qui semble écrite assez à la hâte ; notamment plusieurs mots y paraissent omis.

Reuerende pater, Etsi diuturno silentio videar amicitiae olim feliciter cum Reverentia tua contractae leges violasse, conscientia tamen mihi fida testis est me hucusque et tuas et clarissimi D. Gassendi dotes ac virtutes cum eruditione omnigena conjunctas saepe coluisse et grata quadam recordatione oculis mentis meae objecisse. Sed professionis qua fungor onera nimia hactenus effecere, ut suavissimo cum doctis viris litterario colloquio frui non potuerim. Hebdomadatim sex mihi lectiones publicae habendae fuerunt, in quibus pro insita animi generositate operam dedi ut philosophiae vulgaris errores refutarem, eorumque loco, quantum per dotes mihi à Deo Opt. Max. datas licuit, aliquid novum, et ut mihi persuadeo, melius reponerem. Publicis his lectionibus duodecim privatae ac domesticae ut plurimum accesserunt. Inter tot ac tantas occupationes quid animi, quid temporis superesse potuit colendis pro dignitate exterorum virtutibus?

tes intelligenda, resumerem amicitiae cum exteris officia. Sed liceat quaeso mihi, tua et clarissimi D. Gassendi pace, per trimestre adhuc feriari ab obsequiis litterariis, quibus vobis sum obstrictus. Tum ad officium redibo et suavitate ac eruditione litterariorum vestrorum colloquiorum animum reficiam. Si de privatis meis studiis ac occupationibus certior esse cupis, praeter diligentiam singularem quam impendo Geometriae D. *de Cartes*, totus sum in observationibus faciendis circa plantas et animalia. Et quò facilius eas facere possim, oculos novos arte mihi paravi, quibus fretus ea in seminibus, in germinibus, in foliis floribusque deprehendo quae nemo veterum ob microscopiorum ignorationem observare potuit. In hoc studio tanta cum voluptate versor, ut non modo amicorum, sed saepe mei ipsius obliviscar. Praesertim verò voluptatem meam auget conversatio cum D. *de Cartes*, qua felici quodam sydere fruitus[1] sum et subinde adhuc fruor[2]. Is est mea lux, meus sol, et quod Virgilius in bucolicis dixit, idem possum de ipso dicere : *Erit ille mihi semper Deus*, nempe Dei nomine intelligendo eminentissimum inter omnes mortales quoad virtutem et eruditionem. Et ipsa S. Scriptura ab hac locutione non abhorret, dum de magistratibus loquens et principibus viris dixit : *Ego dixi : Dii estis*. Libenter ex Reverentia tua intelligerem quo loco sit specimen quod nuper emisit, tamquam scintillam suae eruditionis. Ego sic judico : propter novitatem et nonnullam obscuritatem à nimia brevitate ortam, futurum ut initio multi offendantur ac reclament, sed biennium non elabetur quin de clamosis illis dici poterit cum Virgilio : *Conticuere omnes, intentique ora tenebant*. Ac licet phopheta non sim, nec prophetae filius, tamen ausus sum pronuntiare futurum deinceps ut nulla philosophia naturalis, nec ulla philosophandi ratio praeter illam D. *de Cartes*, obtineat apud verè homines, id est ratione recta rectos. Praeter illas meas occupationes geometricas ac physicas, optica quoque nonnullam temporis mei partem occupat. In experimentis

la lettre, si les archives de l'Université d'Utrecht conservent trace de la décision prise.

1. A Deventer, où, contairement à ce que dit Baillet, Descartes passa près de deux ans ; il y était dès l'été de 1632.

2. Même quand Descartes se retire à Egmond (nov. 1637), Reneri y va d'Utrecht, par exemple en août 1638.

opticis talia, ac ideo penè incredibilia deprehendo, supra ea quae mihi apud alios videre contigit, ut nemini facilè palmam hac in re concesserim. Sed magis id ab ardore quodam singulari proficiscitur quam ab ingenii subtilitate, quae mihi communis cum multis et minor quam in multis praeclaris viris quos vestra civitas, eruditionis omnimodae emporium, habet. Haec cursim de rebus meis Reverentiae tuae significare volui per hunc optimae indolis juvenem, cui si favore tuo et directione in ignota regione adfueris, mihi ipsi beneficium praestiteris. Hîc mihi dictum est à Senatore principis Auriaci et ordinum Brabantiae Revenrentiam tuam librum de *Veritate* eximium edidisse. Quaeso effice ut ad nostros bibliopolas et liber iste et reliqua tua opera perveniant. Musica tua opera et Miscellaneae quaestiones hîc in pretio sunt. Perge ut coepisti et inprimis observationes tuas, quibus abundas, publicae luci publico bono da, et vale ob eo qui et tuae Reverentiae et Clarissimi Gassendi est et erit.

Eximius cultor,

Henricus Reneri.

(Adresse) Reuerendo admodum patri Mersenno
ordinis Minoritarum,
p(ar) amys que Dieu garde.
Parisiis.

Si l'on compare ce texte à l'analyse de Baillet, on remarquera que l'historien de Descartes y a ajouté divers développements que l'on croirait, à ne lire que ce qu'il dit, tirés de la lettre de Reneri. C'est là le très grave défaut de sa manière. On ne sait jamais au juste ce qu'il trouve ou ne trouve pas dans les sources qu'il indique.

En particulier, le *Senator principis Auriaci et ordinum Braban-*

On notera aussi que le vers de l'Enéide : *Conticuere omnes, etc.* est cité à titre de prédiction et ne correspond nullement, comme le dit Baillet, II, 49, à la phrase de Descartes : *neantmoins ils se taisent et sont muets comme des poissons* (Clerselier, III, 192).

J'ajouserai sur la lettre de Reneri une dernière observation. Ses recherches microscopiques ont, sans aucun doute, été encouragées, sinon suggérées par Descartes ; celui-ci s'était incontestablement occupé, non seulement de la construction des lunettes d'approche, mais aussi de celles des microscopes, des lunettes à puce, comme on disait alors. Il est même remarquable que, tandis que pour les premières, il n'a pas abouti à un perfectionnement pratique, les formes pour microscope, établies par son artisan Ferrier, étaient encore très renommées en 1662 (voir *Correspondance de Huygens*, IV, p. 18, la lettre de Thevenot de janvier 1662). Il serait d'autant plus intéressant de rechercher si dans les ouvrages de Descartes, il y a des traces d'observations microscopiques.

1. Ce livre n'a paru qu'en 1638. Mais le *Senator* a pu tenir prématurément une annonce pour un fait accompli. — En tout cas, il me paraît improbable qu'il y ait eu confusion avec la traduction française de l'ouvrage d'Herbert Cherbury, comme le croit Baillet.

(Extrait de *Archiv für Geschichte de Philosophie*, X, Band I, Heft 1896.)

N° 24. — 1900.

LETTRES INÉDITES

ADRESSÉES AU PÈRE MERSENNE

PRÉAMBULE

Si l'on veut approfondir l'histoire des sciences, il ne suffit pas de s'attacher aux grandes œuvres et aux grands noms, ou du moins il faudrait reconstituer le milieu intellectuel dans lequel ces œuvres ont été conçues, pour apprécier quelles idées étaient déjà véritablement « dans l'air » et ont trouvé par suite un accueil plus ou moins unanimement favorable; quelles autres, au contraire, plus complètement originales, ont été tout d'abord incomprises et, comme telles, soit négligées, soit combattues plus ou moins longtemps. Depuis la constitution des sociétés savantes et le développement de la presse scientifique, les moyens d'information, relatifs à cette question, se sont multipliés; mais pour la période antérieure, on n'a guère, comme ressources, que les correspondances qui ont été conservées, et dont la majeure partie est jusqu'à présent restée inédite.

thèque nationale de Paris, [illegible] du Père Mersenne, lequel remplit trois gros volumes (français nouv. acq. 6204, 6205, 6206). Il y a là un véritable trésor de renseignements inédits sur les sujets les plus divers; mais depuis une douzaine d'années que ce trésor est à la disposition des travailleurs, il n'a guère été utilisé, sauf pour les lettres signées de noms illustres. Or en fait, les lettres au P. Mersenne émanaient, pour la plupart, de correspondants qui n'ont guère dépassé l'emploi « d'utilités » ou même de simples « comparses », quoique plusieurs, dans des circonstances plus favorables, auraient pu sans doute s'élever aux troisièmes ou même aux seconds rôles. Mais c'est précisément dans cette couche intellectuelle que nous pouvons le mieux trouver, pour l'histoire des idées, le complément indispensable à l'étude des ouvrages capitaux.

C'est à ce titre que j'ai proposé de joindre aux Mémoires présentés au Congrès, une série de lettres inédites à Mersenne. Mon but est d'ailleurs de donner un spécimen moyen de la correspondance reçue par le Minime; je n'ai donc pas choisi spécialement des lettres en raison de leur intérêt pour telle ou telle question; j'ai réuni celles qui venaient d'une même région de la France, en fait la région bordelaise. Il m'a semblé que des publications partielles de ce genre, intéressant l'histoire locale, en même temps que l'histoire générale, pourraient être simultanément entreprises avec fruit par divers travailleurs, sans présenter les mêmes difficultés que la publication intégrale de cette énorme correspondance[2].

1. Voir plus haut, tome VI, n° 21, p. 373.

2. Si, par exemple, j'ai choisi la région bordelaise, c'est que mon excellent ami M. Hochart a bien voulu se charger pour moi des recherches indispensables

Je n'ai à ajouter que quelques mots sur les règles que j'ai adoptées pour la publication des lettres ci-après; l'orthographe a été scrupuleusement observée (même les fautes évidentes, qui peuvent être intéressantes, ont été conservées). Toutefois j'ai fait la distinction de l'*i* et du *j*, et celle de l'*u* et du *v*, distinction qui n'existe point de fait dans les originaux, où les formes différentes pour ces lettres, se rapportant à leur position comme initiales, médianes, ou finales, sont simplement graphiques, non orthographiques. Au contraire, je ne me suis pas astreint à respecter la ponctuation qui, en général, est très irrégulièrement mise et qui suit des errements trop différents des nôtres. Pour les accents, j'ai adopté la règle, plus ou moins régulièrement suivie au dix-septième siècle, d'accentuer l'*é* fermé final, soit seul, soit suivi de l'*e* muet, soit des lettres *es*. Je n'ai ajouté d'autres accents que là où ils se trouvent réellement dans les manuscrits[1]. J'ai introduit les signes d'apostrophe, très souvent omis; pour les cédilles j'ai suivi les autographes. Enfin j'ai résolu les abréviations non habituelles.

Paul TANNERY.

sur la personnalité des correspondants de Mersenne; en particulier il a débrouillé la généalogie de la famille d'Espagnet, reconstitué l'histoire de François du Verdus et a réuni sur Thomas Martel les documents que j'ai utilisés.

[A la région bordelaise appartient encore une volumineuse et très intéressante correspondance que je réserve pour une autre occasion. Il n'y a pas moins d'une trentaine de lettres de 1640 à 1644 de Deschamps, médecin de Bergerac, auxquelles sont jointes deux lettres d'un apothicaire de la même ville Brun, tous les deux furent en relation avec Trichet et Jean Rey. Deschamps n'est pas du reste seulement un médecin ou un physicien. C'est un mathématicien de valeur réelle et qui sur un autre théâtre et avec d'autres facilités pour le travail aurait pu jouer un rôle important. *Note relevée sur le ms. de mon mari*].

1. Par suite, je n'ai pas accentué en général l'*e* ouvert final, suivi d'un *s*, comme

A

Pierre Trichet à Mersenne.

Pierre Trichet, avocat à Bordeaux, mort en 1644, est le père de Raphaël Du Fresne ou Trichet du Fresne (avril 1611-4 juin 1661), érudit assez connu, lequel se trouvait déjà à Paris en 1631, lorsque les deux lettres ci-après furent écrites, le 9 janvier et le 27 avril. Pierre Trichet a laissé en manuscrit quelques poésies latines, mais rien, que l'on sache, du Traité historique qu'il projetait sur les instruments de musique, et qui paraît avoir été l'occasion de ses relations avec Mersenne. D'autre part, c'est par les Trichet, semble-t-il bien, que Mersenne, à une date postérieure, connut les *Essays* du périgourdin Jean Rey, assez connu dans l'histoire de la chimie[1].

I. — (Bibl. nat. fr. n. a. 6206, p. 91.)

Mon reverend pere, Estant de retour de la ville de Xainctes, ou je m'estois retiré a cause de la contagion qui estoit a Bourdeaux, j'ay trouvé despuis peu de jours chez le maistre de la poste une lettre de vostre part qui s'addressoit a moi, dattée en derniere datte du 15 d'octobre dernier, de laquelle je receus un indicible plaisir, et ne suis que marri de n'avoir assés de doctrine et suffisance pour respondre pertinement aux questions que vous me proposés, lesquelles estant toutes philosophiques et mathematiques meriteroient d'estre aussi traittées philosophiquement et mathematiquement, ce que mon incapacité [de][2] ne me permettant, je ne veux pas m'y arrester beaucoup.

1. A sa réédition des *Essays* en 1777, Gobet a ajouté une lettre de Jean Rey, datée du Bugue, 21 mars 1643, et une autre de Brun, apothicaire, de Bergerac, le 22 avril 1640. Ces deux lettres sont les seules du Recueil de la Correspondance de Mersenne, qui aient été imprimées avant 1888, date à laquelle ce Recueil est entré à la Bibliothèque nationale.

Pour la premiere, scavoir en quel moment se faict le son dans un tuiau d'orgue, ou bien des que le vent touche la languette, ou bien lorsqu'il est parvenu aux extremités du tuiau, je respons avec Galen[1] et dis que tout ainsi qu'en la voix humaine les cartilages servent d'instrument pour former la voix, laquelle se faict premierement au gosier en la partie que les Grecs appellent larins, puis se dilate et s'augmente dans le palais de la bouche jusques a ce qu'elle soit parvenue au bord des levres; que de mesme au tuiau d'orgue il semble que le son se face immediatement lorsqu'il vient a frapper la languette, se dilatant par apres dans l'estendue de tout le tuiau. Que le son ne se face pas plus tost que cela, l'exemple de l'aspre artere au gosier le monstre assés, laquelle seule se remplit d'air externe pour faire enfler les poulmons, et iceux ayant attiré l'air le rejettent par aprés par la mesme artere, et en le rejettant il vient a passer par le larinx sur lequel repose la luette, et a mesme instant se vient a former la voix : neantmoings il est vrai qu'elle a besoing des autres ressorts de la bouche, et d'autres adminicules pour estre bien articulée et parfaicte.

La seconde question proposée est pourquoi deux tuiaux qui ne sont pas justes a l'octave ou a l'unisson se font trembler : sur quoi j'ay a vous respondre que vous presupposés comme veritable une chose qui est grandement doubteuse, qu'il faudroit avoir premierement esprouvé avant d'y adjouster foi, et puis, si cela arrive infailliblement, c'est lors qu'il en faudroit recercher la cause. Que si quelqu'un en a faict l'experience, il est a craindre que les tuiaux estoint mal posés et qu'ils ont tremblé par quelque autre accident. Cela veux-je bien croire que lorsque l'octave et l'unisson ne sont pas en leur juste proportion, que le son qui en résulte est comme chancelant a cause de son inesgalité.

Quant a la troisieme question, qui est de scavoir combien le son d'un instrument de musique qui faict la double ou triple octave en bas est entendu de plus loing et plus tardivement que le son qui est a la double ou a la triple octave en haut, j'advoue franchement que cette question me semble difficile et de haute levée, et que je me deffie fort de la pouvoir resoudre : toutesfois il faut que je vous die ce que j'en pense. Pour trouver ... demandés, il ne faut a mon advis que cercher la difference

distance se peut ouir le premier son, on pourra aisément, par la difference qu'il y a d'icelui a l'autre suivant et opposé, dire combien loing on se peut reculer pour ouir cettui-ci. La supputation et l'essai qu'il en faudra faire vous sera tres facile, si vous jugés que j'aye bien rencontré : sinon je vous quitte le dé comme estant mieux versé que moi en cet estude.

Peut estre aussi que mon fils, qui est de par de la, pourra satisfaire sur le subject de cette question, s'il veut tant soit peu l'examiner. Mais que dis-je? qui doubte que vous ne la puissiés resoudre, s'il vous vient a gré, puisque vous estes venu a bout d'autres choses plus subtiles? et que vous en promettés encore de plus grandes, comme de trouver le moyen de faire des orgues qui prononcent aussi bien les paroles et les discours que les hommes, de laquelle promesse vous estes obligé de vous acquitter.

Quant a moi, tout ce que je pretends en mon livre est seulement de traitter historiquement des instruments de musique sans m'amuser a des recerches qui surpassent la capacité de mon esprit. Sur quoi voulant avoir vostre jugement, je m'estois mis en chemin pour vous aller voir a Paris, durant que la contagion affligeoit la ville de Bourdeaux : mais apres m'estre arresté a Xainctes pour quelques affaires, survint la rigueur de l'hyver qui m'empescha et destourna de passer outre, joint que la contagion ayant cessé a Bourdeaux, il a esté expedient que je m'en retournasse : neantmoins si je peux mettre ordre a mes affaires, j'espère vous aller voir dans quelques mois. Cependant, je serai bien aise de voir en lumiere les livres de musique que vous promettés et principalement celui des instruments de musique, n'ayant encore pu recouvrer vostre Traitté de l'Harmonie Universelle, combien que j'aye employé plusieurs personnes pour me l'apporter. Voila tout ce que j'aye a vous escrire pour le present, sauf a vous dire que mon fils vous desduira l'ordre et la methode de mon livre, et a vous asseurer que je suis et serai toute ma vie,

Mon Reverend Pere,

Vostre tres humble et affectionné serviteur,

TRICHET.

De Bourdeaux, ce 9 janvier 1631.

(*Adresse*)

Au Reverend pere Mersenne religieux au couvent des Minimes de la place

II. — (Bibl. nat. fr. n. a. 6206, p. 356.)

Mon Reverend Pere, J'ay prins tant de plaisir a la lecture de vostre lettre et au recit des questions que vous y avés desduit, que je m'estois proposé de vous faire responce tout a l'instant : mais ayant esté obligé par courtoisie d'aller aux champs, j'ay tardé sans y penser plus que je ne devois a vous escrire. Or m'arrestant a ce qui merite plus d'estre examiné et laissant a part le reste, je vous dirai touchant l'ame de la viole que sans elle l'instrument ne resonneroit jamais si bien : d'autant que comme l'ame dans un corps organisé sert pour lui causer le mouvement et faire agir tous les sens, que de mesme dans la viole, l'ame sert pour communiquer le son de la table superieure a l'inferieure, et fait mesme chose qu'une branche d'arbre opposée a la violence du vent, laquelle par ce rencontre le faict siffler plus qu'il ne feroit.

Quant a la question pourquoi nous ne formons point de voix quand nous soufflons de toute nostre force, c'est qu'il ne se faict point de collision d'air a l'issue du souffle dans la concavité de la bouche, d'autant qu'il sort librement sans aucun empeschement, tout ainsi que faict le vent qui sort des soufflets qu'on tient en main.

L'autre question, scavoir combien aigue ou grave est la voix de ceux qui parlent si bas qu'ils ne peuvent estre entendus, me semble pareille a cette autre question qu'on pourroit faire avec mesme raison, scavoir quelles sont les voix et les accords que font deux muets qui veulent ensemble chanter en musique.

La question suivante m'aggrée davantage, scavoir en quel estat est le larynx tant lorsqu'on chante l'aigu que lorsqu'on chante le grave. Je ne scai pas ce que vous avez leu touchant cela, ni ce qu'en disent les anatomistes : mais voici ce que j'en pense : c'est que le larynx servant a former les unes et les autres voix, s'amplifie et se dilate lorsqu'on chante a voix grave, mais venant a chanter a l'aigu se restrecit.

Quant a l'exemple que vous m'envoyés pour satisfaire a ma requisition, ce n'est pas a mon advis ce que je vous ay demandé : ains voulois voir un exemple en musique figurée par chiffres ou se trouvassent les syncopes et les dissonances meslées avec les consonances. Mon fils m'a enfin envoyé vostre docte Traité de l'Harmonie Universelle, lequel j'ai leu avidement

du public que pour votre consolation en particulier, a qui tant de belles inventions ne peuvent apporter que de l'honneur, de quoi j'aurai subjet de me resjouir comme estant,

Mon Reverend Pere,

Vostre tres humble et affectionné serviteur,

TRICHET.

Bourdeaux, ce 27 avril 1631.

B

J. Lacombe à Mersenne.

Le R. P. Lacombe, de Toulouse, était confrère en religion de Mersenne. Les deux lettres ci-après qu'il lui écrivit de Blaye, le 30 juin et le 18 août 1640, furent, entre Descartes et Mersenne, l'objet d'un échange d'observations (Lettres de Descartes des 15 septembre, 30 septembre et 28 octobre 1640). Une troisième lettre de Lacombe semble avoir été communiquée en original par Mersenne à Descartes et, par suite, se trouver perdue aujourd'hui.

Des extraits des deux lettres conservées ont été imprimés, avec quelques observations, par M. Charles Adam et moi dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes (*Correspondance*, tome III, Léopold Cerf, 1899; pages 182, 197, 198, 219, 220, 221).

III. — (Bibl. nat. fr. n. a. 6204, p. 392.)

A Blaye, ce 30e Juin 1640.

MON REVEREND PERE TRES HUMBLE SALUT EN J. C.

Je sens bon et mauvaix gré au R. P. Augier de ce qu'il vous a parlé de

time et que j'honore si particulierement que je fais la vostre, mauvaix de ce qu'il vous a trompé me representant a vous tout autre que je ne suis. Je ne suis ny homme d'estude ny homme de travail pour avoir faict de grandes speculations et si j'avois commencé a tracer quelque traicté de philosophie, ce n'estoit pas pour mon propre genie, mais pour satisfare a Monsieur le Duc de S. Simon et l'Evesque de Bazas qui m'avoient prié de mettre par escrit diverses choses de philosophie que j'avois avancé dans la conversation, qui n'estoit pas si conforme a la doctrine commune ny aux principes d'Aristote, ce que j'avois faict a dessein pour rendre la conversation plus agreable et pour treuver moyen de dire quelque chose devant un Prelat qui scait incomparablement mieux que moy la philosophie des Peripateticiens. Comme j'avois entrepris ce travail a leur sollicitation, je l'ay discontinué des qu'ils ont cessé de m'en parler. Je vous dis cecy pour vous détromper sur les impressions qu'on vous peut avoir donné de moy et afin que vous n'attendiez de moy rien de grand ni d'extraordinaire. Neanmoins puisque vous voulez que j'use de franchise envers vous et que vous demendez que je vous escrive mes sentiments sur quelques difficultez, je ne douteray point de publier mes ignorances devant vous. Ces difficultez me sont aussi bien difficultez qu'a vous et je desirerois bien de recevoir vos lumieres sur ces subjects. Je ne suis point les principes d'Aristote que je treuve pour la pluspart peu intelligibles et peu conformes au sens commun de ceux qui ne se laissent pas conduire a l'aveugle et qui veulent aprendre la doctrine par lumiere et non par foy. Ainsi vous ne devez treuver estrange si mes sentiments ne s'accordent pas avec sa doctrine.

La rarefaction, si on la veut admettre en toute sorte de corps, ne peut commodement a mon avis estre expliquée qu'en disant que les indivisibles de la matiere sont indifferens de leur nature, aussi bien que les esprits, a occuper un plus grand ou plus petit espace et qu'en la rarefaction ils en occupent un plus grand, en la condensation un plus petit. Que si, comme il n'est pas aussi necessaire de l'estendre davantage, on restraint la rarefaction a l'eau et a l'air, je crois que pour l'ordinaire elle se faict par le

gne pas a la nature, mais seulement la penetration d'une matiere semblable (car je ne tiens pas qu'il n'y ait qu'une seule matiere commune): ainsi en la mixtion les elements entrent l'un dans l'autre. La rarefaction donc en ceste occasion se faira en ce que le feu sortira de l'eau et occupera quelque espace particuliere. Les mesmes principes qui servent a l'explication de la rarefaction, servent aussi pour la condensation. J'estime que l'eau et l'air ne different que par le plus grand ou moindre meslange de feu. L'eau glacée a peu ou point de feu, l'eau liquide en a davantage, l'air encor davantage; quand donc le feu se retire de l'eau, elle se glace et quand il se retire en partie de l'air, en une certaine proportion l'air devient eau. Ce n'est donc pas la plus grande ou moindre rarefaction seule qui faict la distinction de l'eau et de l'air, et ainsi il n'est pas necessaire que l'air condensé dans une harquebuze se convertisse en eau parce qu'il retient tout son feu.

Ceste doctrine, comme vous voyez, presuppose que le feu est distinct de l'air ou que ce n'est pas seulement un air rarefié; ses effects et la vivacité de son mouvement ou de son action tesmoigne a mon advis assez ceste difference.

Pour la lumiere, c'est la chose du monde ou mon esprit trouve moins de lumiere. Je vous diray neanmoins comme a tastons ce que j'en pense. Je crois que nous devons faire deux differences de lumière, la primitive ou substantielle, et la seconde ou accidentelle. La première est ou la mesme substance du feu, ou bien certes une autre substance plus subtile qui accompagne d'ordinaire le feu et par la participation de laquelle se font toutes les couleurs. La seconde est l'image de la première et telle est, comme je crois, celle que nous voyons dans l'air, qui n'est autre chose que l'image de ceste lumiere primitive qui est au soleil, image, dis je, ou mediate ou immediate, c'est à dire ou image ou image d'image. Les escailles du poisson, le bois pourry, le ver luisant, etc. sont illuminez par la lumiere substantielle, quoy que leur esclat soit offusqué durant le jour par un plus grand. Cela presupposé, il est aisé d'expliquer comme la lumiere se porte en un instant, ou au moins dans un temps imperceptible, du ciel a la terre, puisque la cause, des qu'elle est, peut produire son effect, d'ou s'ensuit que pleusieurs causes subordonées, et dont les unes dependent des autres,

peuvent agir en mesme instant. De ce que la lumiere ramassée produict le feu, cela vient de ce qu'elle est accompagnée de quantité d'esprits igneez qui estants ramassez font un corps de feu.

L'origine des ames des plantes et des animaux ne vient point du ciel ny de l'ame universelle, ny des elements, mais bien de la terre et de l'eau, ou au commencement elles ont esté logées par la disposition du Createur, comme il se collige de la Genese. Elles commencent d'agir lorsqu'elles rencontrent un corps qui puisse servir d'instrument a leurs premieres actions, et de mesmes elles cessent d'agir lorsque ces organes leur manquent, de sorte qu'en quelque sens il est vray qu'elles sont tirées de la matiere, non quant a leur estre, mais bien quant a leur operation. Vous trouverez peut estre estrange que j'aye dit que ces ames ne vienent point des elements et qu'elles vienent de la terre et de l'eau, mais je ne crois pas que la terre et l'eau soient les premiers elements, mais je pense que ce sont des mixtes.

Je ne treuve point que le flux de la mer se puisse expliquer par le Soleil et la Lune, bien que je croie que ces astres contribuent a faire les plus grandes marées. La cause la plus probable de ce flux se doit prendre, selon mon jugement, des esprits ignéés et autres semblables a ceux qui forment les vents, lesquels s'eslevent de certaines contrées et se meslent parmi les eaux et leur impriment ce mouvement. Ce qui semble estre sensible en ceste mer Oceane ou la marée est toujours accompagnée d'un petit vent qui sort de l'eau, et ou dans douze heures, qui est la durée du flux et reflux ordinaire, on a veu quelquefois trois flux et trois reflux, quelquefois sept, les vents estant pour lors fort grands et extraordinaires.

Vous me demendez en fin quelque raison contre les Athées qui soit convainquante. Vous examinerez si celle-cy est de ceste nature. Necessairement une partie de la contradiction subsiste et chasse sa contradictoire, toutes deux ne pouvant estre ensemble. Mon estre est maintenant et avant cinquante ans mon nom estre estoit et mon estre n'estoit pas. Je demende maintenant quel a esté plus tost, l'estre absolu ou le non estre absolu : on ne peut dire que c'a esté le non estre absolu, car tout estre eust été impossible, l'estre ne pouvant sortir du non estre. Il faut donc dire que l'estre

tion, car elles sont toutes dependantes de leur operation, elles le sont donc en leur estre, elles peuvent recevoir, perdre, elles sont sousordonées les unes aux autres, et il semble clair que ces choses ne peuvent subsister avec l'independance, car pourquoy ne seroint elles absolument independantes? Certes on ne scauroit rendre raison pourquoy quelques estres finis seroint independants et non tous, et moins encore pourquoy ceux qui seroint independants le seroint en quelque consideration et non absolument. Quant a la seconde, il est evident que le mal n'est destruit que par un bien qui soit de mesme ordre : le bien de l'homme n'oste que le mal de l'homme et non celuy du cheval et de l'ange. Ainsi le bien infini, qui est en Dieu, n'ostera ny tout mal ni mesme precisement l'infinité du mal, mais seulement tout mal de toute infinité de mal qui s'opposera au bien qui est en Dieu. Je scay bien qu'il est malaisé de convaincre entierement un esprit subtil qui ne veut que fuir, mais je ne crois pas qu'un bon esprit qui veut ceder a la raison puisse treuver aucune probabilité dans le parti des Athées. Voila, mon Reverend Pere, ce que mon obeissance vous rend, non que je croye satisfaire a vos difficultez, mais seulement a mon devoir et aux volontez que j'ay de me tesmoigner,

Mon Reverend Pere,

Vostre tres humble et tres affne serviteur,

F. J. Lacombe, M. I.

(*Adresse*)

Au Reverend Pere, Le Reverend Pere Mersenne Religieux Minime, a Paris, a la place Royale.

IV. — (Bibl. Nat. fr. n. a. 6204, p. 212.)

Mon Reverend Pere tres humble salut en J.-C.

Je ne trouve point estrange que vostre esprit ne soit pas satisfait de mes solutions, puis que le mien mesme ne l'est pas. Nous vivons icy dans les tenebres, et mon advis nos plus grandes demonstrations physiques ne vont pour l'ordinaire qu'a monstrer que les choses peuvent estre selon les idées que nous en concevons, et non quelles soient ainsy en effect. C'est de la

sorte, crois je, que mes sentiments expliquent la possibilité des choses en la façon que je les conçoys, et non la verité de leur estre qui nous est cachée. Vous m'obligés infiniment de me faire voir les difficultés que mes solutions ont laissé en vostre esprit, qui ne me semblent pas insolubles.

Sur ce que j'avois dict que la rarefaction pouvoit estre expliquée par l'indifference des indivisibles materiels, semblable a celle des esprits, a occuper un espace ou divisible ou indivisible, plus grand ou plus petit, vous demandés 1° comment l'air comprimé, trouvant la liberté, se porte avec tant de force a se dilater comme il estoit devant la compression, s'il est indifferent d'estre condensé ou rarefié? R°. Que je n'ay pas dict que les corps fussent indifferens, mais les indivisibles. Car chasque corps demande une certaine disposition en ses matieres, c'est a dire, d'estre plus ou moins rares, d'avoir plus ou moins de pores, etc. Et lorsqu'il vient a perdre cet estat, il souffre violence, de sorte que l'empechement estant osté, il revient a son premier estat, chasque chose ayant la puissance naturelle de se maintenir et pourvoir a son bien, si elle n'est pas empêchée par une autre plus puissante. Et cette mesme solution sert a ce que vous demandés apres, par quelle force l'arc bandé se desbande, la corde estant ostée? Car c'est par la force que ce corps a de conserver sa naturelle figure et disposition, tandis qu'il n'est pas empeché.

2° Vous demandés quelle difference il y a entre la matiere et les esprits, si les uns et les autres sont indivisibles? R°. Qu'elle est tres grande, en ce que les indivisibles de la matiere ne peuvent subsister naturellement sans l'union de leurs semblables, par ce que la fin des estres estant l'action, et les indivisibles de la matiere ne pouvant agir seuls, pour estre trop foibles, ils demandent la societé de leurs semblables, que les esprits ne demandent pas : un esprit indivisible ayant en soy toute la force spirituelle qu'il peut avoir.

A ce que vous adjoustés, que la matiere ne peut estre conceue divisible, si elle est composée d'indivisibles, et que c'est comme un principe, *ex divis. nihil indivisibile*, je dis qu'il est inconcevable tout au rebours, comme de deux indivisibles ne se fera un divisible, ainsy que de deux unités un

les matieres, pour si differentes qu'elles soient, se puissent penetrer, parce que chascune d'entre elles a ses dimensions corporelles qui sont les sources de l'impenetrabilité. Et moy je dis que je ne puis assés admirer cette erreur commune, que les dimensions soient cause de l'impenetration, puisque aussy dans la doctrine commune les accidens, qui ont aussy leurs dimensions, penetrent la matiere, et de mesme la force penetre la matiere. Il est malaisé de concevoir sans autre raison que celle de la nature des dimensions, comment une dimension semblable peut de soy avoir de la repugnance avec une autre semblable et plus encor qu'elle aye la force de la chasser, puisqu'il semble que les dimensions ne soient pas entre les choses actives. La vraye raison de cette repugnance se prend du dehors, et non de la nature de la dimension, et consiste en ce que la nature ne faict rien en vain, et l'assemblage de plusieurs matieres semblables, aussy bien que de plusieurs forces semblables, seroit en vain en un mesme espace : raison qui n'a point de lieu aux matières dissemblables, non plus qu'aux forces dissemblables. Or comme la nature a la puissance d'arriver a sa fin, chasque matiere et chasque force a la force de repousser la semblable aussy bien que la contraire.

Les petits vuides de Democrite que vous semblés admettre pour expliquer la condensation ne me semblent point admettables, si vous n'avés d'autre raison qui vous les face admettre que la condensation, puisqu'il semble que la nature abhorre le vuide, et que la condensation se peut expliquer autrement.

Vous demandés encor, si les parties ignées occupent de soy quelque espace sans autre matiere. Je croy que pour l'ordinaire elles n'en occupent pas, mais qu'en la rarefaction elles en occupent, parce que pour lors elles sortent de l'autre matiere, y estant necessitées, soit pour esviter le vuide, soit par la chaleur, soit par quelque aultre violence estrangere. D'ou vient que ceste violence cessant et les choses devant retourner a leur estat naturel, les parties qui estoient sorties rentrent dans l'autre matiere. Et ainsy se faict la condensation, quand elle vient apres la rarefaction. Et quand elle se faict avant la rarefaction, une partie de la matiere subtile qui estoit dans les pores entre dans l'autre matiere. Ou bien autrement, selon la premiere doctrine, quelques parties indivisibles, qui occupaient un espace, com-

mencent a en occuper un plus petit, selon qu'elles y sont déterminées par les agents exterieurs qui leur font violence.

Vous me demandés de plus si une corde d'arc, en se desbandant, va plus viste au commencement de son mouvement ou plus lentement, et avec quelle proportion? Je croy qu'elle se meut plus viste au commencement : ce qui semble estre sensible en ce que la flesche va plus viste a mesure que la corde qui luy donne l'impression estoit plus bandée. Il semble encor que cette vistesse ne se relasche pas esgallement, mais moins au commencement qu'à la fin.

Pour ce qui regarde la lumiere, je croy avoir expliqué en ma 1e lettre comme en un instant tout l'espace qui est entre le ciel et la terre pouvoit estre illuminé par les lumieres secondes, quoy que non pas par les premieres, dont le mouvement est successif, quoy que imperceptible; ce que l'experience nous semble faire voir en ce que la derniere lumiere est foible au commencement; et lorsque la lumière passe plus avant, elle reçoit des mouvemens successifs, ce qui se faict parce que a la lumière seconde qui arrive la premiere, succede la primitive qui arrive apres.

Ce que vous adjoustés, que vous soupçonnés quelque mystere en la lumiere, sçavoir qu'elle est comme un milieu entre les corps et les esprits, aussi bien que les corps glorifiés; et qu'elle tient en partie de la nature des corps et en partie de celle des esprits, me semble fort gentil, mais je ne croy pas qu'il soit necessaire de l'admettre, sinon de la lumiere seconde, ainsy qu'il semble evident que les especes intensionnelles se penetrent dans un mesme espace, et si vous l'admettiés de la lumiere premiere, que vous croyés avec moy n'estre pas distincte de la substance du feu, comment pourroit subsister vostre doctrine, que l'impenetration vient des dimensions, puisque le feu est un corps?

Je ne loge pas les ames des plantes et des animaux dans les elemens primitifs, mais bien dans la terre et dans l'eau. Je croy qu'elles sont dans leur estre independantes de la matiere, mais pour cela elles ne sont pas spirituelles, mais materielles et composées des parties divisibles comme les corps. Et ne ne voy pas comme on peut establir ces ames et les autres

plus parfaicte, qu'au rebours : outre que cette dependance materielle n'est ny explicable ny concevable. Ces elemens primitifs ne sont point ceux des chimistes, mais bien des principes de toutes les qualités premieres : et sont pour le moins quinze en nombre. Ils sont premiers principes materiels sans recourir à cette premiere matiere vulgaire, laquelle ne pouvant estre nettement conceue, je la range avec vous entre les choses imaginaires. Or et bien que je croye que ces elemens primitifs sont les vrays elemens et tiennent lieu de matiere premiere, je ne pense pas neantmoins qu'ils soient tous communs a tous les corps, de mesme qu'en la philosophie d'Aristote on admet des mixtes imparfaicts, bien que on croye que les quatre elemens vulgaires soient les principes materiels des mixtes.

Je ne voy pas comme avec quelque apparence de raison les athées peuvent rendre toutes choses independantes. Ils ne peuvent pas au moins nier qu'il n'y aye quelque production en la nature, car il y a des mouvemens et des unions, et mesme des especes comme celles qui se voyent aux miroirs, sans que ces astres soient composés des atomes eternels. Que s'il y a quelque production, pour quelle raison niera on que tout ce au dessus de quoy on pourra concevoir un estre plus parfaict ne puisse estre produict? Or pouvoir estre produict et estre absolument independant, ne s'accordent pas ensemble. Certes tout ce que nous concevons distinctement comme possible est possible. Or nous concevons distinctement que tout estre qui n'est pas tout estre, et qui n'est pas absolument parfaict, peut estre produict. Puisque nous voyons par experience qu'il y a des estres imparfaicts qui sont produicts, de dire que toutes choses soient esgallement parfaictes, comme veulent les athées, cela choque si fort le sens et l'experience, que je ne sçay comme on l'a peu seullement penser. Diront ils que mon image representée dans un miroir est aussy parfaicte que moy?

Contre ce que j'avois taché de monstrer, que Dieu estant un bien infiny, ne doive pas cesser tout mal, parce qu'il contient tout bien en eminence, et non pas formelement, vous objectés que l'eminence estant plus puissance que la formalité, elle doit faire ce que fait la formalité. Mais l'eau de vie, qui est extremement chaude en eminence, ne chasse pas le froid formel, parce qu'il ne luy est pas contraire, la contrarieté ne se pouvant trouver qu'entre les choses de mesme ordre. Ainsy donc Dieu estant tout bien et

tout estre en eminence, ne chassera pas tout mal et tout estre imparfaict, mais au contraire il pourra produire tout estre imparfaict, comme le chaud eminent de l'eau de vie peut produire le chaud formel.

Ceux qui expliquent le flux et reflux de la mer par ce double mouvement de la terre, outre qu'ils expliquent une chose certaine par des choses incertaines, se trouvent courts a expliquer les experiences tres certaines, desquelles je vous ay escrit de trois et de sept reflux dans douze heures : auxquelles j'en adjouste une autre que j'ay veu souvent de mes yeux. C'est qu'aux moys de juillet et d'aoust irregulierement et sans ordre certain de temps, la marée entrant dans la Dordogne, il s'esleve quelquefois tantost vers un rivage, tantost vers l'autre, une grande montagne d'eau, qui tient un cinquiesme ou un sixiesme de la largeur de la riviere, et se meut beaucoup plus viste que la marée. On appelle cela le *Mascaret*. Comment expliqueront-ils encor diverses autres sortes de flux et de reflux qui se trouvent en des puits et en des fontaines? Aux Pyrenées, il y a une fontaine appelée en langage du pays *La fon estorbe*, c'est a dire, la fontaine du destourbier, qui a chasque deux heures a son flux et reflux : le flux durant une heure, et le reflux durant une autre: et cela seulement durant le printemps et l'esté, et quelquefois durant l'automne, mais jamais durant l'hyver. En ces mesmes Pyrenées, il y a une autre fontaine qui a son flux et reflux dans cinq heures.

Vous demandés par conclusion, quel est le principe du mouvement des choses graves, et d'ou vient que leur mouvement est plus viste a la fin qu'au commencement. Je croy que ce que les phisosophes vulgaires ont dict du centre de la pesanteur et de la legereté sont des fictions. Tant s'en faut que la pesanteur soit cause du mouvement en bas, que le mouvement en bas ou l'effort a de se mouvoir, est cause de la pesanteur. Et de la vient que celuy qui est soubs l'eau n'en sent point la pesanteur, parce qu'estant en son lieu elle n'a point de mouvement en bas. Je pense donc que le gros attire la partie, et que aussy la partie se meut vers le gros pour se joindre a son semblable, de sorte que si la terre estoit au ciel, la partie y monteroit par mouvement et par attraction. La plus grande vitesse du mouvement

J'ai esté constrainct de me servir d'une main estrangere pour me treuver indisposé.

De Blaye ce 18 d'Aoust 1640.

(*Adresse*)

Au Reverend Pere, le Reverend Pere Mersenne, Religieux Minime. A Paris a la place Royale.

C

Aubert à Mersenne.

Cet Aubert ne fait en réalité pas partie des correspondants de Mersenne à titre scientifique; mis accidentellement en rapport avec le Minime à Paris par le jésuite Chastellain, il se sera offert à Mersenne pour faire ses commissions à Bordeaux et sa lettre du 31 août 1646 n'aura été conservée qu'au sujet du prétendu miracle dont il y est parlé. Mais cette lettre a un autre intérêt, par suite de la mention qui est faite du conseiller Étienne d'Espagnet[1], fils du président Jean, le philosophe hermétique. Ni le père, ni le fils ne figurent parmi les correspondants attitrés de Mersenne, mais il est aisé de deviner l'objet des deux lettres transmises par l'intermédiaire d'Aubert. Il s'agissait des pièces inédites de Viète, que possédait Étienne, et que demandaient les

1. En 1646, Jean d'Espagnet, s'il vivait encore, ce qui est improbable, aurait eu plus de quatre-vingts ans. Sur Étienne d'Espagnet, ami intime de Fermat, voir ce que j'ai dit dans l'avertissement, p. xv du tome III des *Œuvres de F.* (Paris, Gauthiers-Villars, 1896). Son nom revient encore dans la lettre suivante, de François du Verdus à Mersenne.

Elzevirs pour un second volume de leur édition, parue précisément en 1646. Voir la préface *Elzevirii ad lectorem*, mentionnant à cet égard l'intervention « tum R. P. Mercenni, tum aliorum præstantium virorum ».

V. — (Bibl. Nat. fr. n. a. 6204, p. 420).

MON TRES REVEREND PERE,

J'ay receu celle qu'il vous a plu me faire la faveur de m'escrire du 16e de ce mois; (elle)[1] m'a esté rendue avecq deux adressente a Monsieur Despaignet que je luy ay rendues en main proppre. Je ne manqueray de vous envoyer le tuyau d'orgues dont me parlez, lorsque je l'auray reçeu : pour ce qui est du miracle, qu'avez apris estre arrivé a une servante de Bourdx, je vous diray que le bruit en a esté grand, mais Mde la presidente de Pontac, voullant scavoir la veritté, la fist venir chez elle et s'estant enquis d'elle ou sa main luy avoit esté couppée, elle luy dist que s'estoit a l'hospital, ou ma ditte dame s'estant transportée au dit hospital, elle fist venir le chirurgien lequel dit ne cognoistre la ditte servante : par ainsy l'on cogneust que c'estoit une fourbe et par plusieurs autres discours qui se sont trouvez n'estre veritable : c'est tout ce que j'en ay peu apprendre; s'il ce presente quelque occasion de vous servir icy, je vous supplie vouloir employer celluy qui prend la liberté de se dire,

Mon tres reverend pere,

Vostre tres humble et tres obeissant serviteur,

AUBERT.

A Bourdx ce XXXI Aoust 1646.

Je sallueray avecq vostre permission le R. P. Chastellain[2] en qualité de son serviteur.

(*Adresse*)

Au Reverend, Reverend Pere Marcenne, minimes de la Place Royale a Paris.

D

François Du Verdus à Mersenne.

François Bonneau, seigneur du Verdus, rejeton d'une famille parlementaire de Bordeaux, né en 1620, mort le 20 août 1675, perdit son père, le conseiller François Bonneau de Cansec, à l'âge de deux mois. Élevé pour vivre en gentilhomme, il alla passer quelques années à Paris à partir de 1639 et s'y adonna particulièrement aux mathématiques. C'est pendant cette période qu'il dut rédiger l'exposé de la méthode des tangentes dite de Roberval, tel qu'il figure parmi les Œuvres de ce dernier dans les anciens *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. IV. Dès cette époque, il est en relations amicales avec Mersenne et lui adresse un court billet, que j'ai publié, à propos du géomètre Chauveau, dans le *Bulletin des Sciences mathématiques* de février 1895, et qui est également reproduit dans la nouvelle édition des Œuvres de Descartes (*Correspondance*, II, 1898, p. 115), [et *Mémoires scientifiques*, t. VI, n° 15, p. 283-286.]

Au commencement de 1644, Du Verdus part pour Rome avec la maison de l'ambassadeur Saint-Chamond. Il entre en relations avec les savants italiens, notamment avec Torricelli, auquel Mersenne l'a recommandé. Il lui adresse, du 9 avril 1644 au 19 mai 1645, une dizaine de lettres, publiées par Jacoli dans le *Bullettino Boncompagni*, VIII, p. 410-456; et il a, même avant Mersenne, connaissance de l'expérience du vide. Mais cependant son tuteur a singulièrement compromis sa fortune. Il est obligé de rentrer à Bordeaux vers la fin de 1645 et, en 1648, il entame en red-

Après les troubles de la Fronde, on le retrouve à Paris, fréquentant la société de Michel de Marolles, cherchant à publier des traductions de Bacon, mais ne trouvant pas d'imprimeur. Il revient à Bordeaux, parvient à faire éditer à Paris chez Legras, en 1660, les *Éléments de la vraie politique, de M. Hobbes*; dans l'avertissement et dans l'Épître dédicatoire, il se porte comme soutenant de la monarchie absolue, et, semble-t-il, cherche à obtenir quelque faveur royale. Mais plus ou moins déçu de tous côtés, il tourne à la misanthropie avec une teinte de mysticisme et meurt à Bordeaux, à l'âge de cinquante-cinq ans, laissant un curieux testament où on lit cette phrase assez émouvante :

« Dieu m'avait donné des amis; il me les a ôtés; ils m'ont laissé; je les laisse et n'en fais point mention. »

VI. — (Bibl. Nat. fr. n. a. 6204, p. 358).

MONSIEUR ET TREZ REVEREND PERE,

Si le nombre des persones curieuses et sçavantes etoyt un peu plus grand en ce[1] vilage-cy, je vous rendrois par des letres bien frequentes un compte fidele du profit que je ferois en leur conversation; et si l'obstination de celuy qui jouyt de ma fortune n'etoyt extreme et sez fuites incroyables, je serois bientot debarrassé de tout le reste des ataches de ma patrie et vous me verriez bientot du nombre de vos auditeurs, si vous me faysiez l'honneur de m'y soufrir. Mais quelque engagé que je soys icy, je suis toujours à vous de tout mon ceur et sensiblement obligé au souvenir que vous avez de moy dans vos letres à Monsieur Martel. Sa conversation est si sçavante et si douce qu'elle me ravit, et je ne mantiray point si j'asseure que depuis mon retour d'Italie je n'ay rien gouté come notre pyrronisme; il m'a de [illegible] fait part de vos nouveles et de sez pansées sur le vuide de Toricelli et

Mais outre que nous esperons l'honneur de revoyr bientôt Monsieur d'Espagnet pour qui nous avons impatiance; outre que j'oze esperer de ses bontez ordinayres en ma faveur qu'il ne me celera pas ce dont vous lui aurez fait les relations, je doy vous dire en verité que le dessein de cete letre est un peur remercimant et le desir que j'ay d'etre en vos bones graces come je suis de tout mon cœur,

Monsieur et trez Reverend Pere,

Votre trez humble et trez fidèle serviteur,

DUVERDUS.

J'ay mile obligations a Monsieur Mylon et ne sçauroy m'empecher de l'asseurer s'il vous plait icy de mon tres humble service.

Bordex le 7e may 1648.

(*Adresse*)

A Monsieur et trez Rd pere, le Rd pere Mersenne, prez la place Royale a Paris.

E

Thomas Martel à Mersenne.

Des trois lettres ci-après, deux ont été écrites à Paris en 1643; la troisième, du 15 juillet 1648, est datée de Bordeaux, où un procès au Parlement retenait Martel et où il avait renoué avec François du Verdus des relations déjà anciennes et qui devaient devenir encore plus étroites. Mais en fait Martel paraît avoir sur-

1. Je ne sais pas quelle est cette découverte, M. Hochart a conjecturé que ce passage faisait allusion à un opuscule du fameux astrologue William Lily (Guillaume Lile, comme disaient alors les Français) sur un parhélie du 2 avril 1647. Je pense que le sens obvie est celui d'une découverte géographique, et que, chez Du Verdus, l'orthographe *ile*, et non *isle*, ne doit pas étonner. Mais je ne vois pas de

tout vécu à Paris; les quelques renseignements, d'ailleurs très incomplets, que l'on a sur son compte proviennent de Sorbière (*De vita et moribus Petri Gassendi*, dans les *Œuvres de G.* Lyon, 1658) et de Michel de Marolles (*Mémoires*, *Discours*). Sorbière notamment représente Martel comme très particulièrement lié avec Gassend et avec le médecin Abraham Duprat; il s'occupait avec eux de toutes les branches de la philosophie, même de dissections d'animaux. Les affaires publiques l'ont pris, mais ne l'ont pas absorbé. Sorbière l'a retrouvé chez Marolles avec François du Verdus et tous deux sont de son bord contre l'excellent abbé, qui trouve exagérés leur scepticisme et leurs opinions politiques. Sorbière enfin a dédié à Martel son premier *Discours sceptique* dans lequel il lui fait jouer un rôle sous le nom de *Philotime*. Mais Martel lui-même ne paraît avoir laissé aucun écrit.

VII. — (Bibl. Nat. fr. n. a. 6205, pp. 418-419.)

MON R. PERE,

Ce matin seulement je me suis mis à examiner ces passages d'Aristote marqués dans la letre de Mr de la Chambre[1], mes occupations ne me l'aiant permis plus tost.

Il me semble que Mr de la Chambre s'esloigne mal à propos du sentiment de St Thomas, parce qu'il fait dire à Parmenides une chose contre les loix du raisonnement. Car Aristote mesme apporte pour solution de sa raison qu'elle n'est pas concluante; voici ses termes : καὶ ἡ λύσις πῇ μὲν ὅτι ψευδὴς πῇ δ' ὅτι οὐ συμπεραίνεται[2]. Et Mr de la Chambre mesme, en reformant St Thomas, n'a peu eviter de tomber dans le mesme inconvenient. Il

propositions sont mesme chose, estre autre que quelque chose, et n'estre pas cette chose. Je n'estime pas aussi que Parmenides prouvoit cette mineure par cette proposition : Ce qui est un, est ; donc ce qui n'est pas un, n'est pas. Car ainsi le raisonnement de Parmenides ne seroit pas moins impertinent que celui de Melissus qui disoit que tout ce qui n'est point faict, n'avoit point de commencement, parce que ce qui est fait en avoit; et cependant Aristote dit particulierement de celui de Melissus : μᾶλλον δ'ὁ Μελίσσου φορτικὸς λόγος[1].

Je m'allois exercer sur ces passages qu'il vous marque estre les plus difficiles du livre, lorsque Mr Hobbé[2] m'est venu dire que vous desiriez retirer son caier; j'ai du deplaisir de l'avoir tant retenu sans vous donner de satisfaction. Je ne laisserai pas d'y penser, cependant j'ai mieux aimé vous envoier ce peu que j'avois commencé d'examiner que rien du tout. Je demeure,

Mon reverend pere,

Vostre tres humble affectionné serviteur,

T. MARTEL.

Ce 7 nobre 1643.

(*Adresse*)

Au Rev.d Rev.d Pere Mersenne de l'ordre des fr. Minimes.

VIII. — (Bibl. nat. fr. n. a. 6205, p. 236-238.)

MON REVEREND PERE,

J'ai leu avec attention le passage d'Aristote que Mr de la Chambre trouve le plus difficile du livre. Il est si vrai à mon sens que je ne pense pas que sans beaucoup de hardiesse à suppleer ou reformer le texte on en puisse venir à bout, mais deux choses me semblent rendre cette hardiesse raisonnable et necessaire, l'une qu'evidemment Aristote a affecté l'obscurité, et

1. Aristote, *Phys.*, I, 181 A. 10.

lui mesme l'escrit à Alexandre[1] : or l'obscurité d'un auteur vient d'ordinaire de ce qu'il dit beaucoup moins qu'il n'entend, et à cela il n'y a autre remede que de sous-entendre et deviner; l'autre, qu'il ne se peut faire que l'espace de 18 siecles n'ait causé beaucoup de corruption au texte, surtout en ces livres de Physique, dont l'intelligence ne pouvoit guider les copistes, sans que je vous remarque ce que Strabon en dit[2]; or la moindre alteration, qui rend obscur le discours le plus net et le plus clair, fait devenir inintelligible celui qui est obscur. Je vous ai voulu prevenir de ceci afin que vous condamniez moins la liberté que je me suis donnée en cette mienne explication du passage.

Mais avant d'y venir, je vous fairai part de l'explication d'un autre que Mr de la Chambre dit n'avoir pas esté entendu par aucun des interpretes, et que lui mesme ne me semble pas entendre. Je mettrai le texte parce qu'il est court : εἶτα καὶ τοῦτο ἄτοπον, τὸ παντὸς εἶναι ἀρχὴν τοῦ πράγματος καὶ μὴ τοῦ χρόνοῦ (je corrige : οὐ γὰρ τοῦ χρόνου) καὶ γενέσεως μὴ τῆς ἁπλῆς, ἀλλὰ ἀλλοιώσεως, ὥσπερ οὐκ ἀθρόας γενομένης μεταβολῆς[3]. Aristote, apres avoir fait voir la mauvaise consequence du raisonnement de Melissus, veut ensuite faire voir la fausseté de ses propositions, et commence par celle-ci, *que tout ce qui est fait a principe*. De plus, dit-il, cela est impertinent, qu'il y ait principe de tout ce qui est fait, car car il n'y en a point du temps, ni de la generation, je n'entends pas de la simple, mais de celle qui se faict des qualitez, qui est proprement alteration, qui n'est pas un changement qui se fasse en un instant, mais par une succession continuelle. Car Melissus avouoit qu'il y avoit une alteration continuelle de l'estre, comme nous vismes dans les commentaires ou son opinion est amplement expliquée.

Mais je viens au passage dont voici ma traduction[4] : « Quant à Parme-
« nides, ses raisons sont à peu pres les mesmes, quoiqu'il en ait quelques
« autres particulières, et la solution est en partie qu'il pose une chose
« fausse, en partie qu'il ne conclud pas » (J'aime mieux traduire ainsi que comme Mr de la Chambre, *ces raisons sont contre Parmenides*[5], parce qu'ici

1. Lettre supposée, dans Aulu-Gelle, XX, 5.

qui a relation aux raisons de Parmenides, et non à celles qui sont contre lui. Apres il n'est pas vrai que les raisons apportées immediatement auparavant contre le raisonnement de Melissus facent contre Parmenides, qui ne disoit pas que ce qui est faict a commencement, et qui vouloit bien que l'estre, estant un, fust immobile, mais non à cause de son infinité, comme Melissus, car il le posoit fini).

« Il pose une chose fausse, en ce qu'il pose que ce qui est se dit simple- « ment, estant vrai qu'il se dict en plusieurs manieres; et il ne conclud « pas parce que, si on prend seulement les choses blanches, » *au lieu des choses qui sont qu'il veut n'estre qu'une,* « bien que le blanc n'en signifie « qu'une, il y aura toutefois plusieurs choses blanches et non une seule; « car le blanc ne sera pas un, ni par continuité, ni par definition, car « autre chose sera l'estre blanc, autre en estre le subjet, quoique l'estre « blanc ne se puisse pas separer. » (Le texte est : καὶ οὐκ ἔσται παρὰ τὸ λευκὸν οὐδὲν χωριστόν, ce qui semble n'avoir aucun sens. Je mets καὶ οὐκ ἐστὶ τὸ λευκὸν οὐδὲν χωριστόν, prennant τὸ λευκὸν abstraictement pour la mesme chose que τὸ εἶναι λευκῷ)[1] « car il n'est pas tel parce qu'il se puisse separer, « mais parce qu'il est autre de ce qui est blanc » (ici je prends τὸ λευκὸν concretè) « et en quoi il se trouve, mais Parmenides n'a pas pris « garde à cela. »

« Il faut aussi de necessité que ceux qui disent que ce qui est, est un, « posent que ce qui est ne signifie pas seulement l'estre qui s'attribue, » (il y a καθ' οὗ ἂν κατηγορηθῇ; je mets καθ' ὃ ἂν κατηγορηθῇ) « mais aussi celui « qui est par soi et qui est un par soi, car l'accident se dit de quelque « subjet. C'est pourquoi, » *s'il n'y a que l'estre qui s'attribue qui soit,* « ce « à quoi il est accident ne sera pas, car il sera autre que ce qui est; il y « aura donc quelque chose qui ne sera pas, » *ce qui est contradictoire.* « Il « n'y aura pas mesme aucun accident de ce qui est par soi » (le texte est : οὐ γὰρ δὴ ἔσται ἄλλῳ ὑπάρχον τὸ ὅπερ ὄν; je mets οὐ δὴ ἔσται ἄλλο ὑπάρχον τῷ ὅπερ ὄν) « car l'estre en un autre, » *qui est la nature de l'accident,* « ne sera « plus, si ce qui est ne comprend plusieurs choses, de sorte que chascune « soit; mais on supposoit que ce qui est ne signifie qu'un estre », *ce qui*

1. Correction manquée, comme en général les suivantes, toutes trop hardies.

est impossible. « Si donc ce qui est par soi n'est accident d'aucune chose, « mais quelque chose lui est accident, » (le texte est εἰ οὖν τὸ ὅπερ ὂν μηδενὶ συμβέβηκεν ἀλλ' ἐκείνῳ, τί μᾶλλον; je change ἀλλ' ἐκείνῳ τι, μᾶλλον etc.) « ce « qui est par soi signifie beaucoup plus tost ce qui est que ce qui n'est « pas. Car si ce qui est par soi est la mesme chose que ce qui est blanc, » *comme ils le veulent,* « puisque l'estre blanc n'est rien pour soi, car aucun « estre ne lui peut estre accident, car aucun estre n'est point qui ne soit « par soi, » *comme il est supposé,* « il s'ensuit que ce qui est blanc n'est « point, » *puisqu'il n'est blanc que par l'estre blanc qui n'est pas, comme nous venons de dire,* « non de sorte qu'il soit quelque chose qui n'est pas « proprement, mais absolument un neant. Car il est vrai de dire que ceci « est blanc, ce qui ne signifie pourtant rien qui soit », *comme nous venons de prouver.*

C'est ce que j'ai pensé sur ce passage que je vous envoye, puisque peut estre je serois empesché trop longtemps de vous l'aller communiquer de bouche; vous le lirez, s'il vous plaist, exactement, à cause de la difficulté, pour bien juger si je dis rien ou contre le sens generalement, et la suite des choses, ou contre l'intention d'Aristote. Si vous l'approuvés, j'en serai glorieux, sinon je ne serai pas au moins deceu au peu de cas que je fais de mes sentiments.

Je vous donne le bonjour et demeure,

Mon R. Pere,

Vostre tres affectionné et obeissant serviteur.

T. MARTEL.

(*Adresse*)

Au R[d] Pere, R[d] Pere Mersenne[1].

IX. — (Bibl. nat. fr. n. a. 6204, p. 366-367.)

MON R[d] PERE.

Quelque ouverture de commerce que vostre bonté m'ait faicte, le respect

bles, et tout ce que je vous y pourrois tesmoigner de ma devotion à vostre service, persuadé que vous en estes, vous les rendroit autant importunes que superflues. Mais ne pouvant demeurer longtemps sans estre en peine de l'estat de vostre santé, qui m'est tres chere et que je ne serois pas bien satisfait d'apprendre d'autre que de vous mesme, je vous le demande sans scrupule comme une chose qui ne vous peut desplaire, et que j'ai quelque droit de scavoir, par les souhaits passionnés et continuels que je fais pour elle. Outre le plaisir de la posseder, vous l'emploiés si glorieusement pour vous et si utilement pour les autres qu'on s'y doibt esgalement interesser pour l'amour de vous et pour l'amour de la philosophie que vous enrichissez tous les jours de vos belles speculations et de vos experiences. Je me promets que vous m'en fairez quelque part, et des nouveaux desseins que vous faictes pour le public, avec les nouvelles que j'attends de vostre santé. Le loisir que j'espere va resveiller ma curiosité dans laquelle je ne me suis jamais mieux satisfait que par ce que la vostre a descouvert. Si mes affaires se terminent ce Parlemt, je pourrai reprendre l'estude et le dessein de retourner aupres de vous, qui fait ma plus forte passion ; si j'ai ce bonheur, je ne doubte pas que vous ne me souffriez comme autrefois, mais je crains bien d'avoir besoin de vostre entremise pour m'obtenir la mesme faveur d'une personne que vous estimez beaucoup et à qui vous m'avez donné. Vous entendriez que c'est Mr Hobs[1], quand je ne vous le dirois pas, à qui j'ai des obligations infinies. Je scay qu'il est à St Germain et lui ai escrit diverses fois pour apprendre de lui mesme particulierement en quel estat il est, et s'il me fait toujours l'honneur de m'aimer, sans avoir eu ce contentement. Cela s'accorde si peu avec les boutés qu'il m'a tesmoignées, qu'il faut bien qu'il me croie indigne de leur continuation par quelque manquement qui m'est inconnu. J'ose vous conjurer, Mon Rd Pere, en lui faisant tenir celle que je lui envoie, de scavoir de lui le subjet qu'il pense avoir de me traitter si diversement du passé, l'asseurer de toute la recognoissance dont je suis capable pour mille bienfaits que je tiens de lui, et de m'obtenir la satisfaction de scavoir de ses nouvelles. Et si je ne vous suis pas importun, faites moi la grace de m'ap-

1. Thomas Hobbes.

prendre si vous possedez tousjours Mr Gassend à Paris, ou s'il est retourné en Provence. J'en suis beaucoup en peine depuis longtemps, d'autant plus que je l'ai vu travaillé d'une indisposition dangereuse, et que tout fait peur pour ces testes qui sont si cheres au monde. Je joins en cela à l'interest general le mien particulier, pour les obligations que je lui ai. Ces soins où je suis pour vos meilleurs amis vous seront sans doute agreables, et leur amitié vous faira supporter cette liberté que je n'ai prise qu'à sa faveur. J'attends de leurs nouvelles avec les vostres et vous prie d'aimer toujours celui qui sera toute sa vie,

Mon Rd Pere,

Vostre tres humble, tres obeissant et tres affé serviteur,

T. Martel.

A Bourdx, ce 28 juillet 1648.

(*Adresse*)

Au tres Rd Pere, Reverend Pere Mersene de l'ordre des Minimes a Paris.

Extrait des *Annales internationales d'Histoire* (Congrès de Paris, 1900), 5e section, *Histoire des Sciences*, Armand Colin, édit., 1901.

[Dans les *procès-verbaux sommaires* de ce Congrès, on trouvera deux communications orales de Tannery :

Sur un *Manuel d'Astronomie cambodgienne*,

Sur l'*Histoire de la Géométrie au Moyen âge d'après les travaux de Maximilian Curtze*,

qu'il comptait publier et qui restent en préparation. On trouvera plus loin au

HISTOIRE GÉNÉRALE DU IVe SIÈCLE A NOS JOURS

Publiée sous la direction de Lavisse et Rambaud. Paris, A. Colin, 1893, in-8°.

[J'avais espéré donner ici en Additions les chapitres sur l'histoire des Sciences écrits par Paul Tannery pour l'*Histoire générale du IVe siècle à nos jours,* publiée sous la direction de Lavisse et Rambaud par la maison A. Colin.

L'intérêt m'en paraissait évident, car jusqu'ici on ne trouve guère que là cette histoire. La possibilité de cette publication étant encore incertaine, je suis obligée d'y renoncer pour ne pas retarder ce volume ; mais pour rappeler l'importance de l'œuvre de Paul Tannery je donne ici la nomenclature des chapitres qu'il a écrits.

Je conserve l'espoir de réunir le tout en un petit volume qui pourrait servir pour l'enseignement de l'Histoire des Sciences.]

---

8. L'histoire des Sciences en Europe depuis le XIVe siècle jusqu'à 1900 [1]. Tomes III-XII, Paris 1894.

Volume III, p. 244-262. Chapitre v.

A. *Les connaissances scientifiques, XIVe et XVe siècles.* — Défaut d'une conception exacte de la science, p. 244 ; Arithmétique et Calcul, 245 ; Géométrie, 247 ; Astronomie, 249 ; Physique, 252 ; la Matière et la Forme, 253 ; Chimie, 257 ; Conclusion, 262.

(1) Le nombre de pages étant malheureusement limité, le développement ne

Volume X, p. 733-737. Chapitre xx.

G. *Les sciences en Europe de 1815 à 1847.* — Aperçu général sur l'évolution des mathématiques, 733; la Géométrie moderne : Poncelet, Chasles, Möbius, Steiner, 735; les systèmes non euclidiens : Lobatchefski, Bolyai, 737; Géométrie analytique : Plücker, Hesse, 738; l'Algèbre : Hamilton, Grassmann, Galois, 739; l'Analyse : Fourier, Cauchy, 741; la Théorie des fonctions : Abel, Jacobi, 743; la Théorie des nombres : Lejeune, Dirichlet, 744; la Mécanique : Poinsot, Poisson, Lamé, 744; Astronomie : Le Verrier, Bessel, Hansen, 746; Importance des progrès de la Physique, 747; la Théorie nouvelle de l'optique : Fresnel, 748; l'Électro-magnétisme : Œrsted, Ampère, Faraday, 750; la Thermodynamique : Sadi Carnot, Robert Mager, Joude, 753; la Chimie inorganique : Berzélius, 755; la Chimie organique : Chevreul, Liebig, Wöhler, Dumas, 757; la Théorie cellulaire, 758; la Zoologie : les Geoffroy Saint-Hilaire, 761; la Botanique : Dutrochet, Brongniart, 762; la Géologie : Dufrénoy, Élie de Beaumont, Charles Lyell, 763; Physiologie, Médecine et Chirurgie, 764; Résumé général de l'ensemble du mouvement scientifique, 765; Bibliographie, 767.

Volume XI, p. 940-966. Chapitre xxv.

H. *Les Sciences modernes de 1848 à 1870.* — Le problème de l'enseignement scientifique, 940; les Sciences mathématiques, 943; Géométrie, 944; Algèbre et Analyse, 946; Mécanique et Astronomie, 948; les Sciences physiques et

phie sous-marine : William Thomsom, Maxwell, 953 ; l'Analyse spectrale : Kirchhoff et Bunsen ; la Vitesse de la lumière : Fizeau et Foucault, 954 ; la Chimie : J.-B. Dumas, H. Sainte-Claire Deville, Würtz, Berthelot, Pasteur, 956 ; les Sciences naturelles : la Doctrine de l'évolution, 961 ; la Physiologie : Claude Bernard, 963 ; Conclusion, 965 ; Bibliographie, 966.

Tome XII, p. 557-580. Chapitre XVII.

1. *Les Sciences modernes de 1870 à 1900.* — L'Enseignement scientifique, 557 ; les Sciences mathématiques, 558 ; Géométrie, 559 ; Algèbre, 562 ; Analyse et Théorie des fonctions, 563 ; Mécanique et Astronomie, 564 ; les Sciences physiques, 566 ; l'Électricité, 568 ; la Conception moderne de la Physique, 571 ; la Chimie, 573 ; les Sciences naturelles : Pasteur, 574 ; la Biologie, 577 ; Résumé, 579 ; Bibliographie, 580.

[Au cours de nos recherches relatives à la Correspondance de Mersenne à la Bibliothèque de l'Observatoire de Paris, en juillet 1929, M. C. de Waard a trouvé dans un manuscrit de Boulliau (A. B.-5, II, p. 231) la pièce originale ci-après. Il veut bien m'autoriser à la publier ici, ce qui me permet d'en faire le renvoi au T. VI, n° 27 « *Pour l'histoire du Problème inverse des Tangentes* ».]

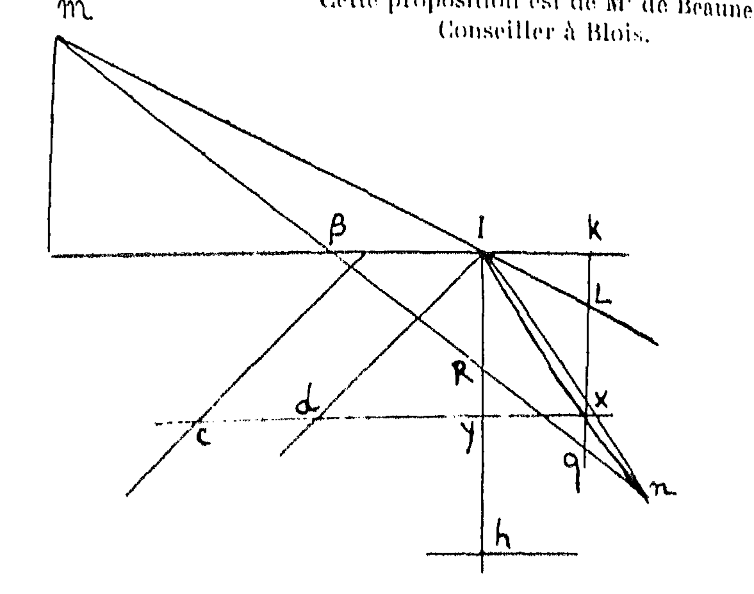
NOTE DE M. C. DE WAARD

Il s'agit de la *première* ligne de Debeaune. (*Voir* l'article de Paul Tannery cité (t. VI, n° 27, aux pages 461-465.) La preuve qu'elle ne doit être considérée que comme une hyperbole ne fut donnée que par Beaugrand et Debeaune lui-même.

La démonstration suivante porte en tête : *Cette proposition est de M. de Beaune, conseiller à Blois*[1] — indication qui a été ajoutée, semble-t-il, par une main différente que celle du texte. — Elle est probablement de Debeaune, qui écrivait le 13 novembre 1638 à Mersenne : « Je mets avec la présente la démonstration, comment ma première ligne courbe est une hyperbole » (*Œuvres de Descartes*, T. V, p. 528). Le document actuel doit donc être regardé comme un *Appendice* à cette lettre.

[1. Paul Tannery a démontré que le nom de Debeaune devait être écrit en un seul mot. Mais dans le manuscrit de Boulliau il est écrit en deux mots, et nous avons respecté ici cette orthographe.]

Cette proposition est de M[r] de Beaune
Conseiller à Blois.



Soit une ligne courbe Ixn. Son axe Iyh, Son sommet i de laquelle la propriété soit telle qu'ayant pris quelquonque poinct en icelle comme X duquel soit menée la ligne xy perpendiculairement ordonnée à l'axe Iyh et pris une ligne a discrétion comme Iβ. Cette ligne Iβ + Iy soit a Iy comme Iy a la yx. Je dis que cette ligne est une hyperbole et par la propriété de cette ligne β + y sera à y comme y a x.

β.
γ
$k \infty x$.

Soit tirée la ligne XK parallèle à Iy et prolongée indéfiniment vers X et IK parallèle à yX et KL faict égal a la moitié de IK ou yx et tirée la ligne LI, indéfiniment vers I et IL sera $\sqrt{\frac{5}{4}}X^2$ d'autant que le carré de IL est égal aux $\sqrt{}\ \sqrt{}$ de

IK cest X^2 et KL c'est $\frac{1}{4}$ de X^2. Soit aussy faict IR égale à

$\sqrt{\frac{4}{5}}$ de β^2 et faisant une hyperbole qui ait son diamètre la ligne IL son côté droict la ligne IR et son côté traversant[1] la ligne nI qui soit égale à $\sqrt{20}\,\beta^2$, je dis quelle sera la mesme que la ligne courbe précédente.

Comme la ligne nI est a la ligne IR ainsi ML est a LQ C'est a dire $\sqrt{20}\,\beta^2$ est a $\sqrt{\frac{4}{5}}\beta^2$ ainsy $\sqrt{20}\,\beta^2 + \sqrt{\frac{5}{4}}X^2$. L'opération estant faict est a $\sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{\frac{1}{20}}X^2$ qui par conséquent est égal a la ligne LQ. Or par la propriété des hyperboles suivant la IZ du premier d'Apollonius le rectangle compris sous les lignes QL IL est egal au quarré de la ligne LX multipliant donc $\sqrt{\frac{4}{5}}\beta^2 + \sqrt{\frac{1}{20}}X^2$ par $\sqrt{\frac{5}{4}}X^2$ nous aurons $\sqrt{\beta^2 x^2} + \sqrt{\frac{1}{16}}X^4$, c'est a dire $\beta X + \frac{1}{4}X^2$ egal au quarré de la ligne LX. De par conséquent $\sqrt{}\,\beta X + \frac{1}{4}X^2$ est egal à la ligne LX. Si donc nous adjoustons la ligne LK c'est a dire $\frac{1}{2}X$ a la ligne LX nous aurons $\frac{1}{2}X + \sqrt{}\,\beta X + \frac{1}{4}X^2$ egal à la ligne XK c'est a dire y et ensuite $\sqrt{}\,\beta X + \frac{1}{4}X^2$ sera ∞ à $y - \frac{1}{2}X$ et le quarré de cellui ci $yz - xy + \frac{1}{4}X^2 \infty \alpha\beta X + \frac{1}{4}X^2$ et partant $-y^2 \infty \beta X + Xy$.

Donques comme $\beta + y$ sera à $\bar{y}$ ainsy $\bar{y}$ sera a X.

INDEX DES NOMS PROPRES

GÉNÉRALITÉS HISTORIQUES

N.-B. — Les chiffres arabes donnent l'indication de la page, — la lettre n renvoie aux notes placées au bas des pages.

Les chiffres arabes en caractères gras désignent le numéro des articles consacrés plus particulièrement à un personnage déterminé.

A

B

C

D

E

H

I

K

L

N

O

P

R

S

T

U

V